

CATÁLOGO DE UNIDADES CURRICULARES

ITINERÁRIOS FORMATIVOS

ORGANIZADORES

Helio Queiroz Daher
Davi de Oliveira Santos
Marcia Proescholdt Wilhelms

SED-MS • 2022



GOVERNO
DO ESTADO
Mato Grosso
do Sul

SED

Secretaria de Estado
de Educação





Reinaldo Azambuja Silva
GOVERNADOR DO ESTADO DE MATO GROSSO DO SUL

Murilo Zauith
VICE-GOVERNADOR DO ESTADO DE MS

Maria Cecília Amendola da Motta
SECRETÁRIA DE ESTADO DE EDUCAÇÃO

Edio Antonio Resende de Castro
SECRETÁRIO ADJUNTO DE ESTADO DE EDUCAÇÃO

Helio Queiroz Daher
SUPERINTENDENTE DE POLÍTICAS EDUCACIONAIS

Davi de Oliveira Santos
COORDENADOR DE POLÍTICAS PARA O ENSINO MÉDIO
E EDUCAÇÃO PROFISSIONAL



GOVERNO
DO ESTADO
Mato Grosso
do Sul

SED

Secretaria de Estado
de Educação

SECRETARIA DE ESTADO DE EDUCAÇÃO – SED

PRODUÇÃO

Helio Queiroz Daher

Davi de Oliveira Santos

Marcia Proescholt Wilhelms

ORGANIZAÇÃO

Marcus Vinícius Espíndola de Souza

Cezar Luiz Vendas Galhardo

Hugo Leonardo Costa Silva

Willian Pinto Manvailler

ASSESSORIA DE COMUNICAÇÃO SED-MS / PROJETO GRÁFICO

COORDENADORES DE ÁREA

Ana Claudia Gauto de Sousa Sovernigo

LINGUAGENS E SUAS TECNOLOGIAS

Pedro Roberto Miguel Arakaki

MATEMÁTICA E SUAS TECNOLOGIAS

Geovana Barros de Souza

CIÊNCIAS HUMANAS E SOCIAIS APLICADAS

Dayse Mara Alves

CIÊNCIAS DA NATUREZA E SUAS TECNOLOGIAS

M433c Mato Grosso do Sul (Estado). Secretaria de Estado de Educação

Catálogo de Unidades Curriculares : itinerários formativos /
Organizadores Helio Queiroz Daher; Davi de Oliveira Santos; Marcia
Proescholdt Wilhelms. Campo Grande - MS : SED, 2022.

896p. : il. ; 21 x 29,7 cm

ISBN 978-65-88366-11-0

1. Educação - MS. 2. Ensino Médio – MS. 3. Itinerários formativos
Catálogos – MS. 4. SEDMS. I. Daher, Helio Queiroz, org. II. Santos, Davi
de Oliveira, org. III. Wilhelms, Marcia Proescholdt, org. Título.

CDD 370

REDATORES

LINGUAGENS E SUAS TECNOLOGIAS

Ana Claudia Gauto de Sousa Sovernigo
Andrea Eliane Stahlke Augusto
Célia Trindade de Araújo e Silva
Marcos Henrique Marques
Marina Silveira Saldanha
Meire de Falco Lima
Norma Rocha Farias
Peter Wiliam da Silva Garbeline
Renata Menegale Silva
Vanderlis Legramante Barbosa

MATEMÁTICA E SUAS TECNOLOGIAS

Bruna Ribeiro Diniz Campos
Edma Ferreira da Silva Souza
Matheus Felipe Cristaldo de Oliveira
Pedro Roberto Miguel Arakaki

CIÊNCIAS HUMANAS E SOCIAIS APLICADAS

Ana Lúcia Franco
Andreia da Silva Gois
Cláudia Rodrigues Gonçalves
Edvaldo Angelotti Junior
Geovana Barros de Souza
José Moacir de Aquino
Sandro Martins Ayres
Pedro Augusto Cardoso Evangelista
Tania Milene Nugoli Moraes

CIÊNCIAS DA NATUREZA E SUAS TECNOLOGIAS

Anielen Cassia Tormena Cavazin
Dayse Mara Alves
Everton Paulino Damaceno
Gilson Rodrigues
Karina Mathiazi Tezini
Lyvia Olarte de Moura
Vaneide Barbosa de Araújo e Silva

COLABORADORES

Adriana Percília Leite Recalde Urbano
Andrea Eliane Stahlke Augusto
Cláudio Sérgio Rodrigues de Araújo
Cristiano de Almeida
Doreni Ricartes Guimarães
Elaine Carvalho Pinto Bicca
Elka Garcia Balta
Franklin Garcia Magalhães
Graciele Ferreira de Oliveira
Heloise Vinha Melo
Ivanilde Careta
Jamile Garcia Hadid
Karoline Belo dos Santos Silva
Kassia Karoline Rosa do Valle
Luciana Teixeira Maciel
Luiz Fábio Nogueira Lemos
Marcela França Della Santa
Márcio Guidorizi
Paula Pantalena
Renata Maluf Borges
Rosangela Pereira Alves de Lemos
Sirley Reinholz
Sthefany Caroline Bezerra da Cruz
Tatiana Achar Heusi Neves
Vanderlis Legramante Barbosa

AGRADECIMENTOS

Marcos Henrique Marques
DIRETOR ADMINISTRATIVO DA
FUNDAÇÃO MANOEL DE BARROS

APRESENTAÇÃO

As mudanças ocorridas na sociedade ao longo dos anos, resultante, principalmente, do avanço tecnológico e das relações estabelecidas em uma sociedade globalizada, ocasionam impactos nos mais diversos segmentos, dentre eles, a educação. O desafio posto está em ressignificar a educação pública brasileira, em especial a etapa do Ensino Médio, por meio de aprendizagens que proporcionem a formação integral do estudante e a valorização do seu projeto de vida.

A necessidade de estruturas e percursos curriculares dotados de flexibilidade, a apropriação de recursos pedagógicos tecnologicamente avançados, as novas demandas de mercado, somados a tantos outros fatores, constituem desafios para qualquer instituição de ensino. No enfrentamento desse contexto, o Ensino Médio acha-se diante de uma missão de grandes proporções:

- possibilitar uma formação pertinente aos novos tempos;
- aumentar as taxas de desempenho escolar;
- difundir de forma significativa a chamada propensão para aprender;
- garantir a produção do conhecimento científico na escola e a sua relação com o mundo do trabalho.

Associado a tais fatores, o atual cenário educacional constitui-se em um momento apropriado e oportuno para tornar o Ensino Médio mais significativo e pertinente aos tempos atuais.

Nesse sentido, a Lei n. 13.415/2017 alterou as Diretrizes e Bases da Educação Nacional, estabelecendo uma estrutura para o Ensino Médio que busca contemplar a flexibilidade como princípio de organização curricular, permitindo a construção de currículos e propostas pedagógicas que atendam às especificidades locais e à multiplicidade de interesses dos estudantes, com o intuito de estimular o exercício do protagonismo juvenil e fortalecer o desenvolvimento de seus projetos de vida.

Os Itinerários Formativos e as opções de escolha são estratégicos para a flexibilização curricular do Ensino Médio, porque possibilitam opções aos estudantes e podem ser estruturados com foco em uma área de conhecimento, na formação técnica e profissional ou, também, na mobilização de competências e habilidades de diferentes áreas, compondo Itinerários Integrados.

Assim, o Governo do Estado de Mato Grosso do Sul, por meio da Secretaria de Estado de Educação (SED/MS), apresenta o Catálogo de Unidades Curriculares dos Itinerários Formativos - Ensino Médio para a Rede Estadual de Ensino (REE/MS). Este documento procura explicitar a concepção, estrutura e organização da parte flexível do Currículo de Ensino Médio, operacionalizado nas escolas da REE/MS.

Helio Queiroz Daher
Davi de Oliveira Santos
Marcia Proescholdt Wilhelms

CATÁLOGO DE UNIDADES CURRICULARES ²⁰₂₂



MS ITINERÁRIOS FORMATIVOS



GO VERNO
DO ESTADO
Mato Grosso
do Sul

SED
Secretaria de Estado
de Educação

MATEMÁTICA E SUAS TECNOLOGIAS

- 1 CRIPTOGRAFIA E TRANSFORMAÇÕES GEOMÉTRICAS POR MEIO DE MATRIZES. **MA**
- 7 DO ANORMAL PARA A NORMAL. **MA**
- 13 EDUCAÇÃO FINANCEIRA: SONHOS PLANEJADOS, CONSUMO CONSCIENTE. **MA**
- 21 GEOMETRIA ANALÍTICA: VETORES NUMA PERSPECTIVA DA APLICAÇÃO. **MA**
- 29 GEOMETRIA COM RÉGUA E COMPASSO. **MA**
- 35 INVESTIMENTOS INTELIGENTES. **MA**
- 41 OS DESAFIOS DA MATEMÁTICA NO CONTEXTO DAS CURIOSIDADES, DICA E PASSATEMPOS. **MA**
- 49 MATEMÁTICA E FÍSICA, TEORIA E PRÁTICA. **MA**
- 55 MODELAGEM MATEMÁTICA. **MA**
- 65 O QUE VOCÊ DESCOBRIU NA MATEMÁTICA, TEOREMAS, APLICAÇÕES? **MA**
- 73 HISTÓRIA DA MATEMÁTICA: (RE)CONSTRUÇÃO DO CONHECIMENTO **MA**
- 83 INTRODUÇÃO À ÁLGEBRA LINEAR: NOÇÕES BÁSICAS E APLICAÇÕES **MA**
- 93 UM OLHAR SOCIAL AOS DADOS ESTATÍSTICOS. **MA**
- 99 SORTE OU MATEMÁTICA? **MA**
- 109 NOÇÕES DE CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL: UM OLHAR PARA SUAS APLICAÇÕES. **MA**
- 119 8R'S - CONSCIENTIZAR PARA SALVAR **MA**
- 127 QUANTO VALE UM REAL? **MA**
- 135 OS MOVIMENTOS DA MATEMÁTICA: CINEMÁTICA DOS OBJETOS. **MA**
- 143 A MATEMÁTICA DOS MEDICAMENTOS. **MA**
- 153 SOFTWARE GEOGEBRA, UMA POSSIBILIDADE DE APRENDIZAGENS MAIS CONCRETAS DAS HABILIDADES MATEMÁTICAS. **MA**
- 161 PARA ONDE VAI MEU IMPOSTO? **MA**
- 169 TEORIA DOS JOGOS: INSPIRAÇÃO E ESTRATÉGIA NA APRENDIZAGEM DE MATEMÁTICA. **MA**
- 179 SCRATCH: BLOCOS DE LÓGICA E MATEMÁTICA NA RELEITURA DE NARRATIVAS. **MA**
- 187 PROGRAMANDO MATEMÁTICA. **MA**
- 197 ALÉM DO REAL, O IMAGINÁRIO. **MA**
- 201 APRENDENDO CONECTIVOS LÓGICOS POR MEIO DE PLANILHA ELETRÔNICA. **MA**
- 207 DESVENDANDO PROBLEMAS. **MA**
- 213 DESCOMPLICANDO O R. **MA**
- 221 ELEMENTOS DE ARTE NO CONJUNTO DA MATEMÁTICA **MA**
- 229 INTERPRETAÇÃO: O SENTIDO DA LINGUAGEM NA APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA **MA**

ÁREAS DO CONHECIMENTO

MATEMÁTICA E SUAS TECNOLOGIAS

CRIPTOGRAFIA E TRANSFORMAÇÕES
GEOMÉTRICAS POR MEIO DE MATRIZES

CRIPTOGRAFIA E TRANSFORMAÇÕES GEOMÉTRICAS POR MEIO DE MATRIZES

APRESENTAÇÃO

Esta Unidade Curricular está direcionada aos conceitos de matrizes e determinantes, que são tratados de modo a priorizar suas aplicações ou contextualizações, seja em Matemática ou na vida real. Para a parte formal, isto é, definições, propriedades, tipos, dentre outros, recorre-se às metodologias ativas, como sala de aula invertida, por exemplo, já que o acesso a esses conceitos, além da internet, encontra-se nos livros didáticos de Matemática do Ensino Médio, geralmente presentes na biblioteca escolar. Nos primeiros momentos, são propostos vídeos sobre criptografia com objetivo de ativar a curiosidade do estudante e, no decorrer, são direcionados para casos simples de criptografia, envolvendo matrizes e determinantes.

COMPETÊNCIAS

1. Utilizar estratégias, conceitos, definições e procedimentos matemáticos para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente.

OBJETIVOS

- Investigação Científica
- Processos Criativos

RELAÇÃO COM OUTRA(S) UNIDADE(S)

- Geometria com régua e compasso
- Geometria Analítica - vetores numa perspectiva da aplicação
- Software Geogebra, uma possibilidade de aprendizagens mais concretas das habilidades Matemáticas

CARGA HORÁRIA



Semestral - semanal (02 aulas)
carga horária total (40 aulas)

EIXOS ESTRUTURANTES RELACIONADOS



- Investigação Científica
- Processos Criativos

COMPONENTES CURRICULARES E CONHECIMENTOS GERAIS ARTICULADOS



- Matemática (matrizes e determinantes)

PERFIL DOCENTE



- Possuir licenciatura em Matemática.
- Experiências e/ou interesse do professor no campo de pesquisa.
- Conhecimento e/ou disposição para o uso de metodologias ativas e Tecnologias digitais de Informação e Comunicação (TDIC).

RECURSOS



- Lousa física ou digital.
- Acervo impresso ou digital de material de pesquisa.
- Livro didático.

ORGANIZADOR CURRICULAR

EIXO ESTRUTURANTE: INVESTIGAÇÃO CIENTÍFICA

HABILIDADES

Habilidades dos Itinerários Formativos Associadas às Competências Gerais da BNCC:

(MS.EMIFCGo1) Identificar, selecionar, processar e analisar dados, fatos e evidências com curiosidade, atenção, criticidade e ética, inclusive utilizando o apoio de tecnologias digitais.

Habilidades Específicas dos Itinerários Formativos Associadas ao Eixo Estruturante:

(MS.EMIFMATo1) Investigar e analisar situações problema identificando e selecionando conhecimentos matemáticos relevantes para uma dada situação, elaborando modelos para sua representação.

(MS.EMIFMATo2) Levantar e testar hipóteses sobre variáveis que interferem na explicação ou resolução de uma situação-problema elaborando modelos com a linguagem matemática para analisá-la e avaliar sua adequação em termos de possíveis limitações, eficiência e possibilidades de generalização.

EIXO ESTRUTURANTE: PROCESSOS CRIATIVOS

HABILIDADES

Habilidades dos Itinerários Formativos Associadas às Competências Gerais da BNCC:

(MS.EMIFCGo5) Questionar, modificar e adaptar ideias existentes e criar propostas, obras ou soluções criativas, originais ou inovadoras, avaliando e assumindo o riscos para lidar com as incertezas e colocá-las em prática.

Habilidades Específicas dos Itinerários Formativos Associadas ao Eixo Estruturante:

(MS.EMIFMATo5) Selecionar e mobilizar intencionalmente recursos criativos relacionados à Matemática para resolver problemas de natureza diversa, incluindo aqueles que permitam a produção de novos conhecimentos matemáticos, comunicando com precisão suas ações e reflexões relacionadas a constatações, interpretações e argumentos, bem como adequando-os às situações originais.

OBJETOS DE CONHECI- MENTO

- Matriz (definição, tipos, operações, inversa).
- Determinante (definição, cálculo).

SUGESTÕES DIDÁTICAS

Introdução

Propor o vídeo Criptografia | Nerdologia Tech, disponível em https://www.youtube.com/watch?v=_Eeg1LxVWa8, para iniciar uma discussão coletiva referente ao conteúdo; montar grupos para criptografar pequenas mensagens, usando a Cifra de César. Expor uma matriz com uma mensagem como disparador para iniciar o conceito.

Por meio de metodologias ativas, ou seja, sala de aula invertida, problematização, design think, dentre outras, é possível propor estudo que envolve propriedades, tipos e operações entre matrizes, determinantes de ordem 2 e 3, bem como suas propriedades, o Teorema de Binet, e discutir os ambientes ou tecnologias em que esse conhecimento matemático é aplicado, como pixel em imagens digitais por exemplo.

Criptografia

É possível usar uma matriz como ferramenta para criptografar mensagens. Qualquer mensagem de texto pode ser representada por meio de uma matriz $2 \times n$, em que cada elemento numérico da matriz está relacionado a um caractere.

“...podemos criptografar mensagens com o auxílio de matrizes. Uma técnica bastante simples utiliza como chave codificadora/decodificadora um par de matrizes quadradas (A e B) de elementos inteiros e inversas uma da outra e faz correspondência entre letras do alfabeto, símbolos e números”

Matemática: contexto e aplicações página 104.

Um modo de se obter a matriz B, inversa de A, é com uso do determinante. A matriz codificadora sempre terá ordem 2×2 , o que torna o procedimento simples. Dessa forma, cada estudante pode criar uma mensagem, uma chave codificadora e, conseqüentemente, uma mensagem codificada. A partir dessa mensagem criptografada e da chave codificadora, outro estudante pode tentar decodificá-la, tornando a prática em sala dinâmica.

Após consolidado os conceitos de matrizes e, caso haja tempo hábil, ampliar as aplicações para geometria.

Coordenadas no plano

Aplicando o conceito de matriz em coordenadas no plano é possível realizar transformações como rotação, reflexão, translação e mudança de escala em segmentos ou figuras geométricas. Uma possível abordagem para essa aplicação seria a relação entre o estudo referente à parte conceitual de matrizes com as transformações, por exemplo, a relação entre a soma de matrizes e a translação. Um adendo aqui seria pesquisar o conceito básico de trigonometria, já que se trata de um requisito para a transformação de rotação.

Uma aplicação para determinantes seria relacionar propriedades em que seu valor é nulo para descobrir se um sistema linear 2×2 ou 3×3 possui uma única, infinita ou nenhuma solução. Utilizar o software GeoGebra para visualização desses casos.

O produto final desta Unidade Curricular pode ser a construção de diário de bordo/portfólio, contendo os processos de aprendizagem e as considerações finais/conclusão dos estudantes, podendo utilizar como instrumentos apresentações em powerpoint e/ou banner, dentre outros.

FONTES E MATERIAL DE APOIO

FONTE PRINCIPAL

Criptografia | Nerdologia Tech. Disponível em <<https://www.youtube.com/watch?v=Eeg1LxVWa8>>. Acesso em 14/10/2020.

DANTE, L. R. **Matemática: contexto e aplicações**. 2ª ed. São Paulo: Ática, 2014. v. 2.

CABRERA, L. M. **Uma introdução a matrizes, determinantes e sistemas lineares e suas aplicações**. 2018. Dissertação Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT) - Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2018.

MATERIAL DE APOIO

IEZZI, G. **Fundamentos de matemática elementar**. São Paulo: Atual, 1998, v.4.

PARIS, D. I. **APLICAÇÃO DE MATRIZES E ESTATÍSTICA NO PROCESSAMENTO DIGITAL DE IMAGENS - PDI**. 2019. Dissertação (Dissertação Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT) - Universidade do Estado de Mato Grosso – Unemat, Sinop, 2019.

OLIVEIRA, M. F. **A CIRCUNFERÊNCIA DE CENTRO NA ORIGEM COMO PRODUTO DE MATRIZES**. 2019. Dissertação Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT) - Universidade Federal do Piauí, TERESINA, 2019.

ENTREGA/ AVALIAÇÃO

A avaliação é processual formativa e supõe o desenvolvimento de todas as etapas desta atividade de aprendizagem.

Além da avaliação pelo professor, sugere-se que os colegas da turma também possam avaliar de forma colaborativa o material produzido.

Ao avaliar, o professor deve verificar se os produtos finais:

- atendem ao tema delimitado;
- expressam de forma adequada as informações e a contextualização;
- apresentam justificativas e argumentos que sustentam a conclusão;
- pautam informações pertinentes e diversificadas;
- têm caráter autoral, ou seja, que não sejam cópias (plágios).

OBSERVAÇÕES

Esta Unidade Curricular possivelmente demandará pesquisa e sistematização do conhecimento por parte do docente que estará à frente, tanto no conceito quanto na metodologia de ensino, já que se tratam de abordagens diferentes do tradicional. Portanto, é imprescindível para o professor que os conceitos estejam consolidados para o desenvolvimento desta Unidade Curricular.



MS

ÁREAS DO CONHECIMENTO

MATEMÁTICA E SUAS TECNOLOGIAS

DO ANORMAL PARA A NORMAL

DO ANORMAL PARA A NORMAL

APRESENTAÇÃO

Esta Unidade Curricular, que está dividida em quatro partes, aborda em sua essência conceitos de probabilidade e estatística inferencial. A primeira parte trabalha com conceitos básicos da metodologia sala de aula invertida e introduz os conceitos de variável aleatória e distribuição de probabilidade. A segunda parte propõe que os estudantes definam uma expressão para esperança matemática por meio de média ponderada, começando com cálculo da média escolar anual. A terceira parte sugere coleta de dados de altura de vários estudantes da mesma faixa etária para, com auxílio do software R, realizar o cálculo da média de subamostras para obter a frequência da média amostral e construir o histograma de cada caso, observando sua forma. A quarta parte abrange espaços amostrais contínuos e função densidade de probabilidade para compreensão da curva normal. Nessa etapa, propõe-se aos estudantes produção de ensaios acerca da temática curva normal na probabilidade, a fim de compreender como as medidas de centralidade e dispersão modificam-na em termos de assimetria, achatamento etc. Para o produto final, é sugerido apresentação de portfólio referente a todo desenvolvimento da Unidade Curricular em termos de vivências, erros e acertos da parte dos estudantes.

CARGA HORÁRIA



Semestral - semanal (02 aulas)
carga horária total (40 aulas)

EIXOS ESTRUTURANTES RELACIONADOS



- Mediação e Intervenção Sociocultural
- Empreendedorismo

COMPONENTES CURRICULARES E CONHECIMENTOS GERAIS ARTICULADOS



- Matemática: Matemática Financeira - taxas de Juros simples, compostos, descontos, acréscimos, razão e proporções, fluxo de caixa, regras de três, alguns sistemas de amortizações, equação do 2º grau e/ou função exponencial para explicar o crescimento exponencial de juros etc.

PERFIL DOCENTE



- Possuir Licenciatura em Matemática.
- Ter desenvolvido e/ou desenvolver atividades de pesquisa e estudos no campo de conhecimento correspondente à Unidade Curricular (Educação Financeira como caminho para uma vida sustentável, reorganizar o planejamento do projeto de vida, discutir estratégias para o consumo consciente e sustentável no contexto contemporâneo, dentre outros).
- Ter disponibilidade para desenvolver habilidades em metodologias de aprendizagens e tecnologias, que estabeleçam a dinâmica do trabalho em grupo, do incentivo à pesquisa, à autonomia, ao protagonismo e ao desenvolvimento das competências socioemocionais dos estudantes.

COMPETÊNCIAS

3. Utilizar estratégias, conceitos, definições e procedimentos matemáticos para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente.

4. Compreender e utilizar, com flexibilidade e precisão, diferentes registros de representação matemáticos (algébrico, geométrico, estatístico, computacional etc.), na busca de solução e comunicação de resultados de problemas.

RECURSOS



- Acervo impresso ou digital de material de pesquisa.
- Computador com software de geometria dinâmica instalado.
- Lousa física, lousa digital ou datashow.

OBJETIVOS

- Conhecer, compreender e utilizar técnicas e conceitos de estatística e probabilidade para estimar resultados a partir de amostras sobre uma população.
- Coletar dados para realização de cálculos estatísticos.

RELAÇÃO COM OUTRA(S) UNIDADE(S)

- Sorte ou matemática?
- Descomplicando o R
- Um olhar social aos dados estatísticos

MMS

ORGANIZADOR CURRICULAR

EIXO ESTRUTURANTE: INVESTIGAÇÃO CIENTÍFICA

HABILIDADES

Habilidade relacionada ao pensar e fazer científico associada às habilidades gerais da BNCC:

(MS.EMIFCGo1) Identificar, selecionar, processar e analisar dados, fatos e evidências com curiosidade, atenção, criticidade e ética, inclusive utilizando o apoio de tecnologias digitais.

(MS.EMIFCGo2) Posicionar-se com base em critérios científicos, éticos e estéticos, utilizando dados, fatos e evidências para respaldar conclusões, opiniões e argumentos, por meio de afirmações claras, ordenadas, coerentes e compreensíveis, sempre respeitando valores universais, como liberdade, democracia, justiça social, pluralidade, solidariedade e sustentabilidade.

(MS.EMIFCGo3) Utilizar informações, conhecimentos e ideias resultantes de investigações científicas para criar ou propor soluções para problemas diversos.

Habilidade Específica dos Itinerários Formativos Associadas ao Eixo Estruturante:

(MS.EMIFMATo1) Investigar e analisar situações-problema identificando e selecionando conhecimentos matemáticos relevantes para uma dada situação, elaborando modelos para sua representação.

(MS.EMIFMATo2) Levantar e testar hipóteses sobre variáveis que interferem na explicação ou resolução de uma situação-problema elaborando modelos com a linguagem matemática para analisá-la e avaliar sua adequação em termos de possíveis limitações, eficiência e possibilidades de generalização.

(MS.EMIFMATo3) Selecionar e sistematizar, com base em estudos e/ou pesquisas (bibliográfica, exploratória, de campo, experimental etc.) em fontes confiáveis, informações sobre a contribuição da Matemática na explicação de fenômenos de natureza científica, social, profissional, cultural, de processos tecnológicos, identificando os diversos pontos de vista e posicionando-se mediante argumentação, com o cuidado de citar as fontes dos recursos utilizados na pesquisa e buscando apresentar conclusões com o uso de diferentes mídias.

OBJETOS DE CONHECI- MENTO

- Conceitos básicos de estatística e probabilidade.
- Esperança matemática.
- Função densidade de probabilidade.
- Distribuição de probabilidades.
- Curva normal

SUGESTÕES DIDÁTICAS

Primeira parte

Para início desta Unidade Curricular propõe-se, por meio de metodologia “sala de aula invertida”, o estudo, a coleta de conceitos e definições ou pesquisas referentes a conceitos básicos de probabilidade, como experimento aleatório, espaço amostral, eventos e probabilidade condicional, e de estatística, como medidas de centralidade e de dispersão. Após a consolidação dessa parte inicial, sugere-se introduzir o conceito de variável aleatória, mas com muita cautela em termos de complexidade, uma vez que os estudantes ainda estão na educação básica. Dessa forma, é possível trabalhar com experimentos simples usando moeda ou dado, por exemplo, conforme Morettin (2010, p.45), introduzindo o termo “distribuição de probabilidade”. Propor problemas envolvendo esse conceito para os estudantes resolverem em grupos e apresentarem para a turma as suas resoluções, orientando/tirando dúvidas durante o processo, caso seja necessário.

Segunda parte

No final do ano é muito comum os estudantes calcularem a média de suas notas para saber se foram aprovados, aproveitando essa habilidade, fazer questionamentos sobre o peso da nota em cada bimestre, enfatizando a média ponderada é uma opção significativa. Para isso, propor que os estudantes se coloquem no papel de avaliador e formulem algumas atividades como trabalho, tarefa, prova e solicitar a atribuição de pesos, desde que a soma desses resulte em 1 e, ao final, incitar a turma a substituir os valores por letras, obtendo resultados como $Mp = P1 \times N1 + P2 \times N2 + P3 \times N3$. Se possível, utilizar planilha eletrônica como auxílio para obtenção de uma destas fórmulas. A partir disso, é possível estabelecer relação com probabilidade, definindo o conceito de esperança como média ponderada. Idem ao parágrafo anterior em relação aos problemas (MORETTIN, 2010, p.49).

Terceira parte

Nesta parte, trabalhar com dados fictícios de modo a introduzir as ideias estatísticas referentes a tamanho de amostras, como em <https://portaldabompep.impa.br/index.php/modulo/ver?modulo=207#>. Em seguida, propor a situação na prática por meio de coleta de dados em relação à altura de um determinado grupo de estudantes da mesma faixa etária, considerando masculino e feminino e calcular a média da amostra. Com esses dados, ir para o laboratório de informática e fazer simulações utilizando software R para cálculo da média em subgrupos 2 a 2, 3 a 3 e assim por diante, aumentando cada vez mais e observando a frequência da média da amostra inicial, construindo o histograma de cada resultado. São esperadas conclusões sobre como o tamanho da amostra contribui para a qualidade das informações, com argumentos probabilísticos. Proponha também simulações com os dados 1,49, 1,50, 1,51, ..., 1,90, em metros, isto é, variando em 0,01m e com partições no histograma cada vez menores. Solicitar aos estudantes que anotem todas as observações gráficas com intuito de construir hipóteses. Há diversas aplicações de estimativas além da altura que podem enriquecer esta seção e podem ser propostas como estudo de caso, culminando em apresentações em grupos. Abaixo seguem os comandos para executar no software R.

- `altura<-seq(1.49,1.90,0.01)` #Cria uma sequência numérica de 1,49 a 1,90 variando de 0,01 em 0,01.
- `c<-t(combn(x,3))` #Obtém todas as combinações dos valores de altura tomados 3 a 3.
- `media<-round(rowSums(c)/3,2)` #Calcula a média, com duas casas decimais, de todos os grupos de três números em c.
- `hist(media, breaks = 100)` #Plota o histograma de média com 100 classes.
- `c<-t(combn(x,5))` #Obtém todas as combinações dos valores de altura tomados 5 a 5.
- `media<-round(rowSums(c)/5,2)` #Calcula a média, com duas casas decimais, de todos os grupos de cinco números em c.
- `hist(media, breaks = 100)` #Plota o histograma de média (atualizado) com 100 classes.

Quarta parte

Após a terceira etapa, introduzir o conceito de “função densidade de probabilidade” com o seguinte questionamento: qual a probabilidade de um ponto cair dentro do intervalo real $[0, 1]$ exatamente no número 0,5? Aqui acontece o momento de transição de espaços discretos para contínuos. Formular perguntas que orientem os estudantes a construir hipóteses sobre uma forma viável de se calcular probabilidades em espaços amostrais contínuos, relacionando a gráficos e funções, para concluir a necessidade de considerar subintervalos e, conseqüentemente, a obtenção da probabilidade como a área abaixo da curva (densidade de probabilidade). Esse tratamento de probabilidades abre caminho para o estudo da curva normal. Esse é o momento de retomar as discussões sobre o histograma gerado nas simulações dos dados das alturas que variam em 0,01 m. Produção de ensaios pelos estudantes é uma alternativa viável antes da sistematização formal da curva normal, que pode ser apresentada por meio de vídeos ou com uma aula dialogada. Nesses ensaios, é interessante uma organização em grupos com apresentações, enfatizando como as medidas de tendência central e dispersão atuam no gráfico da normal e conseqüentemente a dedução dos parâmetros determinantes na função densidade.

Produto final

Para o produto final, sugere-se a apresentação de um portfólio, contendo as vivências dos estudantes, erros, acertos, compreensões, consolidações ao longo do desenvolvimento da Unidade Curricular, bem como conclusões acerca do desenvolvimento pessoal de cada um.

FONTES E MATERIAL DE APOIO

FONTE PRINCIPAL

SILVA, L. M. F. P. **Abordando a curva normal no ensino médio**. Dissertação Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT) - UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO, SÃO CARLOS, 2021.
MORETTIN, L. G. **Estatística básica: probabilidade e inferência**. vol. único. São Paulo: Pearson, 2010.
Portal da Matemática OBMEP | Introdução à inferência estatística. Site eletrônico oficial. Disponível em: <https://portaldaoemep.impa.br/index.php/modulo/ver?modulo=207>. Acesso em: 13 ago 2021.

MATERIAL DE APOIO

IEZZI, G.; HAZZAN, S.; DEGENSZAJN, D. M. **Fundamentos de matemática elementar**. vol. 11. 2ª ed. São Paulo: Atual, 2013.
Bioestatística Básica | Medidas de Tendência Central e Dispersão. Site eletrônico oficial. Disponível em: http://www.lampada.uerj.br/arquivosdb/_book/medidasTendenciaDispersao.html. Acesso em: 24 ago 2021.
Distribuição Normal | Distribuição Normal (Gaussiana). Site eletrônico oficial. Disponível em: <https://www.inf.ufsc.br/~andre.zibetti/probabilidade/normal.html>. Acesso em 03 ago 2021.
RIFO, LAURA. **Probabilidade e estatística: aspectos de tomada de decisões e incerteza para o Ensino Fundamental e Médio**. 1ª ed. Rio de Janeiro: SBM, 2020.

ENTREGA/ AVALIAÇÃO

A avaliação é processual formativa e supõe o desenvolvimento de todas as etapas desta atividade de aprendizagem.

O produto final científico resultante do desenvolvimento das habilidades pode ser uma organização de todas as pesquisas desenvolvidas no decorrer do semestre, releituras, infográficos, fichamentos, artigos, ensaios, seminário, e-book, estudo de caso, dentre outros.

Além da avaliação pelo professor, sugere-se que os colegas também possam avaliar de forma colaborativa o material produzido pela turma.

Ao avaliar, o professor deve verificar se os produtos finais:

- atendem ao tema delimitado;
- expressam de forma adequada as informações e a contextualização;
- apresentam justificativas e argumentos que sustentam a conclusão;
- pautam informações pertinentes e diversificadas;
- têm caráter autoral, ou seja, que não sejam cópias (plágios).

OBSERVAÇÕES

1. Esta Unidade Curricular necessita de um laboratório de informática com o software R instalado nos computadores, pois aborda manipulação de grande quantidade de cálculos e dados.

2. Embora não tenha sido citado na sugestão, cálculos de probabilidade utilizando a Normal Padrão podem ser abordados dependendo do nível da turma.

3. Caso haja tempo hábil, desenvolva o conceito de intervalos de confiança, seguindo os padrões propostos pela Unidade Curricular.

MATEMÁTICA E SUAS TECNOLOGIAS

EDUCAÇÃO FINANCEIRA: SONHOS
PLANEJADOS, CONSUMO CONSCIENTE

EDUCAÇÃO FINANCEIRA: SONHOS PLANEJADOS, CONSUMO CONSCIENTE

APRESENTAÇÃO

A questão do consumo é uma variável crescente nestes últimos tempos, gerando gastos excessivos chegando ao endividamento. Essas situações atingem milhões de pessoas no Brasil e no mundo, o que afeta de certa forma o desenvolvimento do país. A presente Unidade Curricular aborda estratégias de planejamento financeiro, envolvendo juros simples, compostos, descontos, acréscimos, razão e proporções, regras de três, amortizações, função exponencial, discussões, reflexões sobre consumo consciente, vida sustentável, sonhos e plano familiar.

Nesse sentido, para que as atividades problematizadas ou questionadas em ambiente escolar propiciem tomadas de decisão, é preciso que os estudantes vejam a Educação Financeira como parte de sua vida ou como instrumento de transformação social. Com esse viés, deve-se utilizar acervos didáticos que vão além do uso de algoritmos e fórmulas aplicadas à vida cotidiana, é necessária a mediação do professor nas práticas pedagógicas para superar os desafios, na busca da formação integral de cidadão protagonista e autônomo, na proporção que desperta o pensar crítico, que considere aspectos não só matemáticos, mas socioemocionais, culturais, sociais, ambientais, bem como o entendimento de possíveis consequências decorrentes de escolhas, ações e atitudes nas esferas individual e coletiva, sendo um percurso propício a utilização de cenários para reflexão e investigação. Sendo assim, a Educação Financeira tem a intencionalidade de fazer conexões dos tempos, refletindo sobre o passado para relacionar as ações do presente com responsabilidade pelas consequências do futuro, nos curtos, médios e longos prazos, determinando as situações priorizadas. Assim, seria interessante iniciar as aulas com o vídeo “Ganhe, gaste, poupe e invista seu dinheiro com inteligência financeira” para problematizar situações de gastos, economias, controlar os resultados do fluxo do dinheiro na vida cotidiana e planejar melhor as finanças com inteligência.

CARGA HORÁRIA



Semestral - semanal (02 aulas)
carga horária total (40 aulas)

EIXOS ESTRUTURANTES RELACIONADOS



- Mediação e Intervenção Sociocultural
- Empreendedorismo

COMPONENTES CURRICULARES E CONHECIMENTOS GERAIS ARTICULADOS



- Matemática: Matemática Financeira - taxas de Juros simples, compostos, descontos, acréscimos, razão e proporções, fluxo de caixa, regras de três, alguns sistemas de amortizações, equação do 2º grau e/ou função exponencial para explicar o crescimento exponencial de juros etc.

PERFIL DOCENTE



- Possuir Licenciatura em Matemática.
- Ter desenvolvido e/ou desenvolver atividades de pesquisa e estudos no campo de conhecimento correspondente à Unidade Curricular (Educação Financeira como caminho para uma vida sustentável, reorganizar o planejamento do projeto de vida, discutir estratégias para o consumo consciente e sustentável no contexto contemporâneo, dentre outros).
- Ter disponibilidade para desenvolver habilidades em metodologias de aprendizagens e tecnologias, que estabeleçam a dinâmica do trabalho em grupo, do incentivo à pesquisa, à autonomia, ao protagonismo e ao desenvolvimento das competências socioemocionais dos estudantes.

COMPETÊNCIAS

2. Propor ou participar de ações para investigar desafios do mundo contemporâneo e tomar decisões éticas e socialmente responsáveis, com base na análise de problemas sociais, como os voltados a situações de saúde, sustentabilidade, das implicações da tecnologia no mundo do trabalho, entre outros, mobilizando e articulando conceitos, procedimentos e linguagens próprios da Matemática.

3. Utilizar estratégias, conceitos, definições e procedimentos matemáticos para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente.

RECURSOS



- Dispositivos com acesso à internet e à edição de texto, lousa digital ou datashow.
- Calculadoras e planilhas eletrônicas.
- Acervo impresso e digital de material de pesquisa.
- Se possível, parceria com universidades e/ou Instituto Federal que possuem grupos de pesquisa ou projetos sobre o assunto em uma abordagem multidisciplinar.

OBJETIVOS

- Aplicar conceitos de Matemática Financeira como ferramenta para planejamento, análise e tomada de decisões autônoma baseada em mudança de atitudes, como por exemplo, fazer um orçamento ou calcular determinada taxa de juro de uma prestação, aliada a um plano de investimentos e ao projeto de vida, para garantir uma melhoria de qualidade tanto no presente, quanto a longo prazo, tendo em vista o aumento da expectativa de vida.
- Reconhecer a importância da Educação Financeira para o desenvolvimento individual e social, com despertar reflexivo na tomada de decisão; aprender a fazer uma leitura crítica e racional das influências da mídia, das mensagens publicitárias, a respeito de produtos de consumo para tornarem-se capazes de fazer escolhas de modo autônomo, de acordo com suas reais necessidades para o consumo consciente e sustentável, no bem-estar financeiro e na qualidade de vida.
- Possibilitar que diversos elementos do pensar matematicamente sejam inseridos na discussão como estimativas, escolha da melhor opção, busca de possíveis padrões, análise de resultados, desenvolvimento de estratégias de resolução e elaboração de problemas.
- Proporcionar o desenvolvimento de competências socioemocionais como: autogestão, foco, persistência, responsabilidade, autoconfiança, curiosidade para aprender, confiança, tolerância a frustração etc.

RELAÇÃO COM OUTRA(S) UNIDADE(S)

- Investimentos Inteligentes
- Para onde vai meu imposto?
- Quanto vale um real?
- Como ganhar dinheiro no mercado literário!
- Business English – What the Future Holds
- Esporte e natureza, eita que beleza!

ORGANIZADOR CURRICULAR

EIXO ESTRUTURANTE: MEDIÇÃO E INTERVENÇÃO SOCIOCULTURAL

HABILIDADES

- **Habilidades dos Itinerários Formativos Associadas às Competências Gerais da BNCC:**
 (MS.EMIFCGo7) Reconhecer e analisar questões sociais, culturais e ambientais diversas, identificando e incorporando valores importantes para si e para o coletivo que assegurem a tomada de decisões conscientes, consequentes, colaborativas e responsáveis.
 (MS.EMIFCGo9) Participar ativamente da proposição, implementação e avaliação de solução para problemas socioculturais e/ou ambientais em nível local, regional, nacional e/ou global, corresponsabilizando-se pela realização de ações e projetos voltados ao bem comum.
- **Habilidades Específicas dos Itinerários Formativos Associadas ao Eixo Estruturante:**
 (MS.EMIFMATo7) Identificar e explicar questões socioculturais e ambientais aplicando conhecimentos e habilidades matemáticas para avaliar e tomar decisões em relação ao que foi observado.
 (MS.EMIFMATo8) Selecionar e mobilizar intencionalmente conhecimentos e recursos matemáticos para propor ações individuais e/ou coletivas de mediação e intervenção sobre problemas socioculturais e problemas ambientais.
- **Habilidades da BNCC:**
 (MS.EM13MAT1o4) Interpretar taxas e índices de natureza socioeconômica (índice de desenvolvimento humano, taxas de inflação, entre outros), investigando os processos de cálculo desses números, para analisar criticamente a realidade e produzir argumentos.
 (MS.EM13MAT3o4) Resolver e elaborar problemas com funções exponenciais nos quais seja necessário compreender e interpretar a variação das grandezas envolvidas, em contextos como o da Matemática Financeira, entre outros.

EIXO ESTRUTURANTE: EMPREENDEDORISMO

HABILIDADES

- **Habilidades dos Itinerários Formativos Associadas às Competências Gerais da BNCC:**
 (MS.EMIFCG11) Utilizar estratégias de planejamento, organização e empreendedorismo para estabelecer e adaptar metas, identificar caminhos, mobilizar apoios e recursos, para realizar projetos pessoais e produtivos com foco, persistência e efetividade.
 (MS.EMIFCG12) Refletir continuamente sobre seu próprio desenvolvimento e sobre seus objetivos presentes e futuros, identificando aspirações e oportunidades, inclusive relacionadas ao mundo do trabalho, que orientem escolhas, esforços e ações em relação à sua vida pessoal, profissional e cidadã.
- **Habilidades Específicas dos Itinerários Formativos Associadas ao Eixo Estruturante:**
 (MS.EMIFMAT11) Selecionar e mobilizar intencionalmente conhecimentos e recursos da Matemática para desenvolver um projeto pessoal ou um empreendimento produtivo.
 (MS.EMIFMAT12) Desenvolver projetos pessoais ou produtivos, utilizando processos e conhecimentos matemáticos para formular propostas concretas, articuladas com o projeto de vida.
- **Habilidades da BNCC:**
 (MS.EM13MAT2o3) Aplicar conceitos matemáticos no planejamento, na execução e na análise de ações envolvendo a utilização de aplicativos e a criação de planilhas (para o controle de orçamento familiar, simuladores de cálculos de juros simples e compostos, entre outros), para tomar decisões.
 (MS.EM13MAT3o3) Interpretar e comparar situações que envolvam juros simples com as que envolvem juros compostos, por meio de representações gráficas ou análise de planilhas, destacando o crescimento linear ou exponencial de cada caso.

OBJETOS DE CONHECIMENTO

- Ênfase em aspectos conceituais e de contextualização:
- Elementos de porcentagens, descontos, acréscimos, juros simples e compostos, razão e proporção, regra de três, amortizações e inflação, de forma contextualizada para que utilizem na prática a resolução e a elaboração de problemas, considerando o cotidiano, às questões da comunidade mais ampla e do mundo do trabalho para a formação matemática e cidadã dos estudantes.
- Distinções conceituais e âmbitos de abordagem:
 - a) Na elaboração de um orçamento mensal, por exemplo, é feita uma projeção ou estimativa de gastos em que nesses casos pode-se gastar mais do que estava previsto com um determinado item e menos com outro.
 - b) Estabelecer as relações de mercado, produto-consumo, produto interno bruto/PIB, Índice de Desenvolvimento Humano/IDH, para compreender as melhores condições de empreender tendo como ponto as taxas de juros, inflação, investimentos, impostos etc. Relação de oferta e demanda, analisando o dinheiro como mercadoria em circulação etc.
 - c) Questões econômicas que impactam na indústria brasileira da redução da taxa SELIC/Sistema Especial de Liquidação e Custódia, podendo oportunizar identificar a relação com outros objetos de conhecimentos como funções, demanda e oferta de mercado, gráficos, porcentagem, juros, análises de taxas, alinhados aos aspectos da economia e de outras áreas.

SUGESTÕES DIDÁTICAS

Primeira etapa: análise e interpretação do vídeo “Ganhe, gaste, poupe e invista seu dinheiro com inteligência financeira” contextualizar e/ou questionar sobre o que são necessidades básicas, prioridades e o que são desejos, como gerenciar os gastos e controlar as finanças.

- a) Estabelecer roda de conversa para discutir abordagens na perspectiva de circunstâncias da vida em família, em seus aspectos financeiros do dia a dia; questionar os estudantes sobre a logística dos bons hábitos financeiros, tais como anotar despesas, fazer orçamento financeiro, dentre outros.
- b) Ampliar as discussões referentes a situações de vida cotidiana e social no âmbito individual e coletivo, a curto prazo, com foco em situações que os estudantes se veem em suas decisões financeiras como por exemplo, o planejar de uma reunião com os amigos que envolvem “comes e bebes” etc., analisando, refletindo para chegar à conclusão em relação à aquisição de algum bem desejado, como celular preferido, tablet, computador, tênis e outros.
- c) Com essa rodada de diálogo com os estudantes, pode-se identificar as ideias contextualizadas, as contraditórias ou simplistas, assim como os estereótipos e os preconceitos que poderão servir como obstáculos às aprendizagens que se seguirão. Dessa forma, a mediação pedagógica com questionamentos poderão ajudá-los a compreender determinados objetos de conhecimento. Iniciar pelos conhecimentos prévios é um benefício que poderá despertar a motivação e interesse no aprender e reaprender. Ao final, depois de indicarem diversos aspectos do seu comportamento financeiro, a intenção é que fiquem curiosos para saber mais sobre o assunto.
- d) Na organização da prática pedagógica, pode-se propor aos estudantes pesquisa sobre taxa de juros com custo efetivo de empréstimos pessoal para assalariado, em várias instituições financeiras, receita bruta, receita líquida, despesas fixas e variáveis, orçamento pessoal ou familiar e seus respectivos conceitos e/ou diferenças, custo efetivo total, médias das despesas, desperdícios etc., finalizando com a descrição do ponto de vista ou posicionamento do estudante sobre estimativas das despesas e um planejamento financeiro eficiente e responsável. Para essas atividades de pesquisa, deve-se elaborar uma planilha ou tabela com as informações pesquisadas. Caso os estudantes não queiram fazer com as suas informações, poderão criar despesas fictícias. Por fim, organizar um momento coletivo com a turma, no qual os estudantes, em grupos, possam socializar suas ideias e debater quais seriam as mais eficientes.
- e) Após a socialização da atividade de pesquisa, os estudantes podem se reunir em grupo para discutir sonhos coletivos ou individuais que dependem de planejamento financeiro. É importante disponibilizar determinado tempo para a turma expressar sua visão e ideias empíricas e espontâneas, após esse momento, fazer a correlação com as informações contidas na tabela ou planilha produzida pelos estudantes.

Segunda etapa: Propor situação-problema de tomada de decisão sobre compra de algum bem financiado, com uma entrada, e o restante em 24 prestações de um certo valor em reais, a uma taxa de juros a ser definida ao mês, começando a pagar exatamente um mês após a compra, com as prestações vencendo sempre no 5º dia de cada mês. Informar que, já foram pagos 20 prestações, todas em dia, e deseja quitar a dívida em 5 de abril, antecipando o pagamento das 4 prestações restantes que venceriam em 05/05, 05/06, 05/07 e 05/08, respectivamente, do mesmo ano. O comprador ficou sabendo pela instituição financiadora do bem que o valor de quitação, para 05 de abril, é de 5.440 reais. Indagar por exemplo: O comprador deve aceitar a proposta? Exponha seus argumentos sobre a tomada de decisão. Para facilitar, proponha construir (tabelas ou esquemas) para a noção temporal, que possa permitir associar as quantias às suas respectivas

datas, contribuir para explorar a equivalência de capitais, a partir das taxas de desconto ou de retorno fornecidas ou procuradas, entre outros dinamos que possam construir. Dessa forma, em grupo, os estudantes poderão apresentar suas construções.

Terceira etapa: Construção de situação-problema investigativa que envolva cartões de crédito e débito; simular compras, com taxa de juros rotativos, financiamento, amortização etc. e transações pela internet (atualmente as pessoas usam cada vez mais o dinheiro virtual). Porém, o dinheiro físico ainda é bastante utilizado para muitas compras e vendas. Além do custo de impressão do dinheiro, da energia, do material gasto e do impacto ambiental, propor a análise das vantagens e desvantagens em ter um cartão de crédito, quais competências precisam ser desenvolvidas para ter controle dos gastos.

Quarta etapa: Elaborar situação de pesquisa, produção autoral e crítica sobre instituições existentes no mercado. O que elas almejam, de fato, para a população sobre a Educação Financeira? Que Educação Financeira poderia ser? Investigar o que estas instituições oferecem, e realizar escolhas conscientes. Faz-se necessário refletir e discutir sobre conscientização, desejos e necessidades, bem como as estratégias que a mídia utiliza para que as pessoas comprem mais do que precisam no momento. Questionar qual a contribuição dessa aprendizagem para o estudante ao longo da vida? Cada grupo de estudantes pode pesquisar sobre as seguintes instituições:

- 1) ENEF – Estratégia Nacional de Educação Financeira
- 2) OCDE – Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico
- 3) OMC – Organização Mundial do Comércio
- 4) IDH – Índice de desenvolvimento humano
- 5) SELIC – Sistema Especial de Liquidação e Custódia
- 6) G-20 – Grupo Financeiro, uma sigla utilizada para nomear o grupo das 19 nações com maior economia do mundo
- 7) ONU – Organização das Nações Unidas
- 8) PIB – Produto Interno Bruto: como medidor de atividade econômica, tendo como análise o resultado do crescimento econômico
- 9) BCB – Banco Central do Brasil
- 10) CMN – Conselho Monetário Nacional
- 11) BOVESPA – Bolsa de Valores São Paulo
- 12) FMI – Fundo Monetário Internacional

Produzir um folheto ou infográfico, físico ou digital, com as definições de cada instituição, seu papel no mercado financeiro, como funcionam os indicadores econômicos e quais suas influências no cotidiano das pessoas. Socializar entre os grupos de estudantes suas produções e argumentações.

MMS

FONTES E MATERIAL DE APOIO

FONTE PRINCIPAL

BRASIL, Ministério da Educação. **Educação Financeira nas Escolas: ensino médio: livro do professor**. Conteúdo: Bloco 1. Vida familiar – Vida social – Bens pessoais – Bloco 2. Trabalho – Empreendedorismo – Grandes projetos – Bloco 3. Bens públicos – Economia do país – Economia do mundo. Elaborado pelo Comitê Nacional de Educação Financeira (CONEF). Brasília: CONEF, 2013. Disponível em: <https://www.vidaedinheiro.gov.br/livros-ensino-medio/>. Acesso em: 19 de junho. 2020.

FERREIRA, Vagner Donizeti Tavares. **As Contribuições de uma Sequência Didática Elaborada à Luz do Modelo Epistemológico de Referência (MER), na construção dos Conhecimentos Relativos à Educação Financeira**. 2019. Tese (Doutorado em Educação Matemática). Pontifício Universidade Católica de São Paulo – PUC-SP, 2019.

Ganhe, Gaste, Poupe e Invista seu Dinheiro com Inteligência Financeira, 1 vídeo (4min.44s). Publicado pelo Canal Oficinasfinancas, 2012. Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=pohwUztWijE>. Acesso em: 20 de junho. 2020.

JUNIOR, Ivail Muniz; JURKIEWICZ, Samuel. **Representações temporais e o valor do dinheiro no tempo: conexões entre a Educação Financeira e o Ensino de Matemática**. BoEM, Joinville, v.4. n.7, p. 116-138, ago./dez. 2016. Disponível em: <http://www.revistas.udesc.br/index.php/boem/article/view/8649>. Acesso em: 22 de junho. 2020.

SANTOS, Laís Thalita Bezerra dos; PESSOA, Cristiane Azevêdo dos Santos. **Educação financeira na perspectiva da educação matemática crítica: uma reflexão teórica à luz dos ambientes de aprendizagem de Ole Skovsmose**. BoEM, Joinville, v.4. n.7, p. 23-45, ago./dez. 2016. Disponível em: <http://www.revistas.udesc.br/index.php/boem/article/view/8540>. Acesso em: 22 de junho. 2020.

SILVA, Daniela Mendes Vieira da; JUNIOR, Neil da Rocha Canedo; VAZ, Rafael Filipe Nova. **Uma experiência vivida com estudantes do ensino médio: reflexões sobre Educação Financeira à luz da Educação Matemática Crítica**. BoEM, Joinville, v.4. n.7, p. 82-100, ago./dez. 2016. Disponível em: <http://www.revistas.udesc.br/index.php/boem/article/view/8644>. Acesso em: 22 de junho. 2020.

SKOUSMOSE, Ole. **Educação Matemática Crítica: A questão da Democracia/Olé Skovsmose**. Campinas, São Paulo: Papyrus, 2001. – (Coleção Perspectivas Educação Matemática). Disponível em: http://www.rc.unesp.br/gpimem/downloads/artigos/borba/borba_e_skovsmose_2001.pdf. Acesso em: 25 de junho. 2020.

MATERIAL DE APOIO

BERNARDI, Luiz Antonio. **Manual de Empreendedorismo e gestão: Fundamentos, estratégias e dinâmicas**. Ed. 10. Reimpr. São Paulo: Atlas, 2010.

DOSSIÊ TEMÁTICO EDUCAÇÃO FINANCEIRA E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. Revista Boem. v. 4, n. 7, 2016. Disponível em: <http://www.revistas.udesc.br/index.php/boem/issue/view/516>. Acesso em: 22 de junho. 2020.

GAROFALO, Débora. **Como o Excel pode ajudar no ensino de Educação Financeira**. Nova Escola, 2019. Disponível em: <https://novaescola.org.br/conteudo/18289/como-o-excel-pode-ajudar-no-ensino-de-educacao-financeira>. Acesso em: 26 de junho. 2020.

LOVATTI, Flávia Arlete. **Educação Financeira no Ensino Médio: Contribuições da Educação Matemática Crítica**. Encontro Brasileira de Educadores de Pós-Graduação em Educação Matemática. Curitiba, PR, 12 a 14 de novembro de 2016. Disponível em: http://www.ebrapem2016.ufpr.br/wp-content/uploads/2016/04/gd15_flavia_lovatti.pdf. Acesso em: 20 de junho. 2020.

PLANEJAMENTO FINANCEIRO PESSOAL / Comissão de Valores Mobiliários; Associação Brasileira de Planejadores Financeiros. Rio de Janeiro: CVM; Associação Brasileira de Planejadores Financeiros, 2019. 288p. Disponível em: https://www.investidor.gov.br/publicacao/Livro/livro_TOP_planejamento_financeiro_pessoal.pdf. Acesso em: 23 de junho. 2020.

ENTREGA/ AVALIAÇÃO

A avaliação é processual e supõe o desenvolvimento de todas as etapas desta atividade de aprendizagem, de modo a contemplar os eixos estruturantes programados ao longo da Unidade Curricular. Assim, devem ser consideradas tanto as interações na roda de diálogo, pesquisa e produção da tabela ou planilha, socialização da pesquisa, como a atividade problematizada sobre cartões de crédito e débito e as produções de folheto ou infográfico físico ou digital das pesquisas sobre as instituições financeiras.

Além da avaliação pelo professor, sugere-se que os colegas também possam avaliar de forma colaborativa o material produzido pela turma. Ao avaliar, o professor deve verificar se as produções:

- atendem ao tema delimitado;
- expressam de forma adequada as informações e a contextualização;
- apresentam justificativas e argumentos que sustentam a finalização;
- pautam informações pertinentes e diversificadas;
- têm caráter autoral, ou seja, que não sejam cópias (plágios).

OBSERVAÇÕES

A arquitetura desta Unidade Curricular envolve desafios pedagógicos específicos, perante os quais estudantes e professor precisam ter em conta, a princípio, os seguintes aspectos:

- Esta Unidade trata de questões comportamentais, de educação financeira sob a perspectiva de uma abordagem multidisciplinar (matemática, filosofia, dentre outras), na medida em que tematiza problemas, controvérsias e soluções postos na vida cotidiana e social no âmbito individual e coletivo. Em tese, essa abordagem induz uma experiência de aprendizagem multifocal, que implica o efetivo comprometimento por parte dos estudantes e professor nas atividades de estudos, pesquisa e produção autoral, sob pena de margear apenas divulgações panfletárias da ciência.
- Em virtude da Educação Financeira ser uma Unidade Curricular, recomenda-se que, consensualmente, professor e estudantes façam adequações e/ou delimitações das habilidades, objetivos da Unidade e objetos de conhecimento que julgarem pertinentes. Isso pode potencializar, estrategicamente, níveis de aprofundamento e investigação, desenvolvimento de competências socioemocionais, tomada de decisão e protagonismo dos estudantes no processo de construção do conhecimento. Supondo isso, por exemplo, é possível selecionar e sistematizar diferentes focos de abordagem a serem trabalhados, tais como: a pesquisa sobre taxa de juros com custo efetivo de empréstimos pessoal para assalariado; a análise do perfil de instituições financeiras; receita bruta, receita líquida, despesas fixas variáveis de juros; orçamento pessoal ou familiar e seus respectivos conceitos e/ou diferenças; médias das despesas; controle de gastos e equilíbrio emocional no controle de finanças.
- A sugestão didática procura integrar, no conjunto das atividades de construção do conhecimento, os objetos de conhecimento, as técnicas de metodologia de pesquisa e as estratégias didáticas. As etapas da sugestão didática correspondentes oportunizam ao estudante um **roteiro lógico** de aprendizagem de competências, habilidades, processos, conceitos e práticas. Essa abordagem evita a experiência de minimizar a construção fragmentária do conhecimento e procura desenvolver ações possíveis ou adequadas em sua realidade escolar e local.
- O item 1.9 dessa Unidade menciona “parceria” - no caso, desejável - com universidades estaduais ou federais ou Instituto Federal que possuem grupos de pesquisa ou projetos que tratam do assunto. Esse exemplo hipotético reforça a orientação no sentido de que a escola efetive parcerias institucionais e vínculos acadêmicos para auxiliá-la em sua tarefa formativa. Em uma sociedade interconectada, as parcerias da escola com a sociedade civil e a participação em redes de pesquisa e inovação científico-culturais, programadas no contexto da educação, podem contribuir para inserir os estudantes no âmbito da comunidade científica e, a partir disso, subsidiá-los intelectualmente para uma prática de intervenção sociocultural.

ÁREAS DO CONHECIMENTO

MATEMÁTICA E SUAS TECNOLOGIAS

GEOMETRIA ANALÍTICA: VETORES
NUMA PERSPECTIVA DA APLICAÇÃO

GEOMETRIA ANALÍTICA: VETORES NUMA PERSPECTIVA DA APLICAÇÃO

APRESENTAÇÃO

Esta Unidade Curricular tem a intenção de contextualizar e representar vetores a partir da geometria analítica numa linguagem vetorial de fácil entendimento, e com definição básica que são utilizados no campo da Geometria e Geometria Analítica, da Física, da Álgebra Linear, dentre outros.

Vivemos no mundo geométrico, deparamos com segmentos de retas, superfícies planas, círculos, circunferências, parábolas, esferas, dentre muitos outros elementos geométricos que podem ser simplesmente descobertos no mundo real. No ramo da construção civil, encontramos pisos, paredes, segmentos de retas nos cantos das paredes e de móveis, luminárias com formato de parabólico e hiperbólico, podemos também encontrar em outras superfícies como tela de celular ou notebook.

O Heydar Aliyev Center, localizado no Azerbaijão, é um exemplo de construção criativa e inovadora.



No campo da aviação, também é possível encontrar aplicações reais da geometria analítica, sendo que um avião, ao alçar voo pode determinar um ângulo de subida. Esse ângulo está associado à sua velocidade e à sua razão de subida. Nessas condições, essa aeronave está sujeita a uma velocidade horizontal, e ao subir, espera-se que o avião tenha o maior ângulo de subida. Já no ramo virtual, com a criação de personagens e cenários de objetos a partir da computação gráfica, utiliza-se a geometria. No caso do movimento de um objeto no ambiente virtual precisa da geometria tanto no sistema bidimensional como no tridimensional, pois as coordenadas esféricas, polares ou cilíndricas podem ser utilizadas também. Ainda do ramo virtual, mais especificamente na computação gráfica, constantemente se usa imagens vetoriais baseadas em figuras geométricas primitivas, tais como pontos, curvas, polígonos fundamentados em expressões matemáticas. O termo vetorial é utilizado porque essas imagens são geradas por vetores que determinam a figura a ser construída. A partir de um conjunto de informações, é possível gerar e controlar a espessura de traços, forma e preenchimento, e, para que seja possível realizar a transformação de pontos e mover objetos em uma cena, é preciso realizar operações envolvendo os componentes de vetores que compõem a imagem. Winterle (2000) destaca que “vetores e geometria analítica são assuntos de vital importância na compreensão das representações algébricas e geométricas, e no

CARGA HORÁRIA



Semestral - semanal (02 aulas)
carga horária total (40 aulas)

EIXOS ESTRUTURANTES RELACIONADOS



- Mediação e Intervenção Sociocultural
- Empreendedorismo

COMPONENTES CURRICULARES E CONHECIMENTOS GERAIS ARTICULADOS



- Matemática: Matemática Financeira - taxas de Juros simples, compostos, descontos, acréscimos, razão e proporções, fluxo de caixa, regras de três, alguns sistemas de amortizações, equação do 2º grau e/ou função exponencial para explicar o crescimento exponencial de juros etc.

PERFIL DOCENTE



- Possuir Licenciatura em Matemática.
- Ter desenvolvido e/ou desenvolver atividades de pesquisa e estudos no campo de conhecimento correspondente à Unidade Curricular (Educação Financeira como caminho para uma vida sustentável, reorganizar o planejamento do projeto de vida, discutir estratégias para o consumo consciente e sustentável no contexto contemporâneo, dentre outros).
- Ter disponibilidade para desenvolver habilidades em metodologias de aprendizagens e tecnologias, que estabeleçam a dinâmica do trabalho em grupo, do incentivo à pesquisa, à autonomia, ao protagonismo e ao desenvolvimento das competências socioemocionais dos estudantes.

desenvolvimento de habilidades como raciocínio geométrico e visão espacial”.

As grandezas escalares e vetoriais consideradas podem ser representadas como um número real, acompanhado pela unidade correspondente. No entanto, existem algumas especificidades a serem levadas em consideração, como no caso da grandeza vetorial. Por exemplo: 15kg de massa, $7m^2$ de área, 14cm de largura, são chamadas de escalares. Outras grandezas necessitam, além do número real, também de uma direção e de um sentido. Por exemplo: velocidade, aceleração, peso, campo magnético etc. Estas são grandezas vetoriais.

A integração dos objetos de conhecimentos da Matemática e Física, podem beneficiar os estudantes e minimizar as dificuldades no processo de aprendizagem durante a sua escolarização. Assim, o estudo de vetores a partir da Geometria Analítica pode proporcionar um significado e uma contextualização pedagógica no sentido de reconhecer a importância dos saberes para aplicação dos conhecimentos na vida cotidiana.

COMPETÊNCIAS

1. Utilizar estratégias, conceitos e procedimentos matemáticos para interpretar situações em diversos contextos, sejam atividades cotidianas, sejam fatos das Ciências da Natureza e Humanas, das questões socioeconômicas ou tecnológicas, divulgados por diferentes meios, de modo a contribuir para uma formação geral.
2. Compreender e utilizar, com flexibilidade e precisão, diferentes registros de representação matemáticos (algébrico, geométrico, estatístico, computacional etc.), na busca de solução e comunicação de resultados de problemas.

OBJETIVOS

- Proporcionar a ampliação da compreensão dos estudantes acerca dos conceitos de vetores e suas operações de forma geométrica e analítica.
- Desenvolver o pensamento matemático criativo e reflexivo dos estudantes, na construção de resultados geométricos e numéricos associados aos conceitos e operações vetoriais.
- Possibilitar a contextualização prática e aplicada de vetores associados a Geometria Analítica no mundo contemporâneo por meio de atividades de pesquisa colaborativa.
- Proporcionar o desenvolvimento de competências socioemocionais como: autogestão, persistência, autoconfiança, curiosidade para aprender, tolerância a frustração, entusiasmo etc.
- Subsidiar os estudantes nas pesquisas, estudos, desenvolvimento de habilidades, intensificando a partir da presença pedagógica para elaboração de pôster, banner etc., sobre os vetores no contexto da geometria analítica.

RELAÇÃO COM OUTRA(S) UNIDADE(S)

- Software Geogebra, uma possibilidade de aprendizagens mais concretas das habilidades matemáticas
- Geometria com régua e compasso
- Criptografia e Transformações Geométricas por meio de Matrizes

RECURSOS

- Dispositivos com acesso à internet e à edição de texto, lousa digital ou datashow, Software GeoGebra ou outros que possam desenvolver atividades criativas.
- Calculadoras, planilhas eletrônicas como ferramentas que podem simplificar os cálculos nas soluções de problemas contextualizados pelos estudantes.
- Materiais para produção de pôster, banner, infográfico e outros na versão impressa ou digital.
- Acervo impresso e digital de material de pesquisa.

ORGANIZADOR CURRICULAR

EIXO ESTRUTURANTE: INVESTIGAÇÃO CIENTÍFICA

HABILIDADES

Habilidades dos Itinerários Formativos Associadas às Competências Gerais da BNCC:

(MS.EMIFCGo1) Identificar, selecionar, processar e analisar dados, fatos e evidências com curiosidade, atenção, criticidade e ética, inclusive utilizando o apoio de tecnologias digitais.

(MS.EMIFCGo3) Utilizar informações, conhecimentos e ideias resultantes de investigações científicas para criar ou propor soluções para problemas diversos.

Habilidades Específicas dos Itinerários Formativos Associadas ao Eixo Estruturante:

(MS.EMIFMATo1) Investigar e analisar situações-problema identificando e selecionando conhecimentos matemáticos relevantes para uma dada situação, elaborando modelos para sua representação.

(MS.EMIFMATo3) Selecionar e sistematizar, com base em estudos e/ou pesquisas (bibliográfica, exploratória, de campo, experimental etc.) em fontes confiáveis, informações sobre a contribuição da Matemática na explicação de fenômenos de natureza científica, social, profissional, cultural, de processos tecnológicos, identificando os diversos pontos de vista e posicionando-se mediante argumentação, com o cuidado de citar as fontes dos recursos utilizados na pesquisa e buscando apresentar conclusões com o uso de diferentes mídias.

Habilidade da BNCC:

(MS.EM13MAT510) Investigar conjuntos de dados relativos ao comportamento de duas variáveis numéricas, usando ou não tecnologias da informação, e, quando apropriado, levar em conta a variação e utilizar uma reta para descrever a relação observada.

EIXO ESTRUTURANTE: PROCESSOS CRIATIVOS

HABILIDADES

Habilidades dos Itinerários Formativos Associadas às Competências Gerais da BNCC:

(MS.EMIFCGo5) Questionar, modificar e adaptar ideias existentes e criar propostas, obras ou soluções criativas, originais ou inovadoras, avaliando e assumindo riscos para lidar com as incertezas e colocá-las em prática.

(MS.EMIFCGo6) Difundir novas ideias, propostas, obras ou soluções por meio de diferentes linguagens, mídias e plataformas, analógicas e digitais, com confiança e coragem, assegurando que alcancem os interlocutores pretendidos.

Habilidades Específicas dos Itinerários Formativos Associadas ao Eixo Estruturante:

(MS.EMIFMATo4) Reconhecer produtos e/ ou processos criativos por meio de fruição, vivências e reflexão crítica na produção do conhecimento matemático e sua aplicação no desenvolvimento de processos tecnológicos diversos.

(MS.EMIFMATo5) Selecionar e mobilizar intencionalmente recursos criativos relacionados à Matemática para resolver problemas de natureza diversa, incluindo aqueles que permitam a produção de novos conhecimentos matemáticos, comunicando com precisão suas ações e reflexões relacionadas a constatações, interpretações e argumentos, bem como adequando-os às situações originais.

Habilidades da BNCC:

(MS.EM13MAT101) Interpretar criticamente situações econômicas, sociais e fatos relativos às Ciências da Natureza que envolvam a variação de grandezas, pela análise dos gráficos das funções representadas e das taxas de variação, com ou sem apoio de tecnologias digitais.

(MS.EM13MAT105) Utilizar as noções de transformações isométricas (translação, reflexão, rotação e composições destas) e transformações homotéticas para construir figuras e analisar elementos da natureza e diferentes produções humanas (fractais, construções civis, obras de arte, entre outras).

OBJETOS DE CONHECI- MENTO

Ênfase em aspectos conceituais e de contextualização:

Elementos vetoriais a partir dos procedimentos, conceitos, métodos algoritmos e técnicas que permitem resolver diferentes problemas contextualizados no campo da Geometria Analítica.

Distinções conceituais, pesquisa e desenvolvimento de atividades sobre:

- Conceito de vetores e suas aplicabilidades no mundo contemporâneo.
- Grandezas escalares e vetoriais, com abordagem contextual e suas distinções.
- Módulo, direção e sentido de um vetor, e seus vetores equipolentes.
- Operações com vetores que podem ser contextualizadas no campo da aviação, observando a trajetória de uma aeronave que sofre influência do vento.
- Vetor no plano e no espaço: bidimensional e tridimensional
- Composição de vetores a partir de pontos na origem e fora dela.

SUGESTÕES DIDÁTICAS

Primeira etapa: Assistir ao vídeo "Vetores e suas aplicações", estabelecer roda de conversa e discutir sobre a integração dos objetos de conhecimentos da Matemática e da Física, pesquisar sobre a aplicação de vetores na vida cotidiana, mais especificamente no campo da Geometria Analítica. Questionar os estudantes sobre a importância das grandezas vetoriais e da Geometria Analítica no ramo da construção civil, da programação de jogos, da aviação e outras engenharias. Dialogar na perspectiva de resolução de problemas da vida diária, as escolhas e oportunidades no caminho em direção aos objetivos, e persistir na realização de seus sonhos. Ampliar o diálogo com os estudantes referente aos estudos desta temática que serve para compreender o formato do planeta Terra, das linhas e formas geométricas, técnicas de Álgebra e sistemas de coordenadas, assim como movimentos e percurso de personagens em jogos.

Segunda etapa: Para reorientar a prática pedagógica, expor de forma dialogada com os estudantes os conceitos de grandezas escalares e vetoriais, contextualizar e/ou problematizar de forma simples e/ou científica, estabelecendo uma linha de raciocínio lógico, que envolvam o estudo de conceito de vetores por meio de questionamentos sobre as grandezas escalares e suas definições pela dimensão. Ex: (massa e volume) $m = 5 \text{ kg}$; $v = 2 \text{ m}^3$; $5 \text{ kg} + 4 \text{ kg}$, assim todos podem compreender neste processo de retrospectiva inicial. Portanto, essas grandezas escalares ficam claramente identificadas pelo número. Já as grandezas vetoriais não são identificadas só pelo número, elas precisam de outras informações, como: módulo (tamanho do vetor), direção e sentido. Portanto, pode se iniciar com a definição de direção, sentido, módulo, chegando ao conceito de vetores equipolentes (mesmo módulo direção e sentido). Dessa forma, fica mais evidente desenvolver junto aos estudantes as operações com vetores envolvendo o campo bidimensional, tridimensional e pontos fora da origem, dentre outros. Após essa contextualização, pode-se ampliar para o sistema de eixos cartesianos.

1. Vetores no sistema de eixos cartesianos:

1.1 Vetores em sistema de coordenadas retangulares no espaço bidimensional

Seja $\vec{v} = (3, 2)$ o par ordenado (x, y) representado do plano cartesiano
Ou pode ser representado no formato de $\vec{v} = 3\vec{i} + 2\vec{j}$

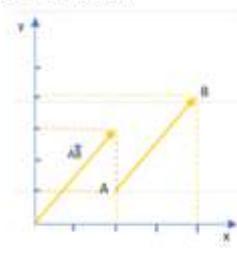
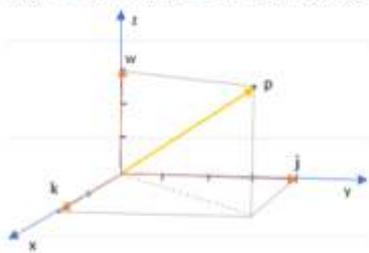


Os estudantes podem se organizarem em duplas para desenvolver atividades propostas pelo professor para determinar o vetor resultante conforme exemplo dado, ou ampliar para a adição e multiplicação de vetores como: $R = 3u + v$

Seja os vetores $v_1 = (1,3)$ e $v_2 = 2\vec{i} + 5\vec{j}$, calcule a sua soma e represente o vetor resultante no plano cartesiano.

2. Vetores em sistema de coordenadas no espaço tridimensional

Seja $\vec{u} = (2, 4, 3)$ ou $\vec{u} = 2\vec{k} + 4\vec{j} + 3\vec{w}$, representado do plano tridimensional



Pode elaborar atividades de operações de vetores com ponto inicial fora da origem também.

Ex: $A = (2, 1)$ e $B = (4, 4)$
determinar $\vec{AB} = B - A = (2, 3)$.

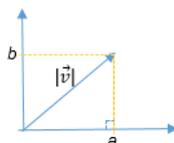
O vetor referente aos pontos A e B é igual ao vetor resultante \vec{AB}

Obs: Fazer abordagem sobre a notação: $u = 2\vec{k} + 4\vec{j} + 3\vec{w}$, para que os estudantes observem se é permitido somar os componentes, devido o sinal de +, no entanto, não é.

3. Módulo ou norma de vetor; aplicações do módulo de um vetor, interpretação gráfica do módulo

Por exemplo:

O módulo (tamanho) do vetor pode ser calculado utilizando a relação do teorema de Pitágoras no espaço bidimensional, veja o exemplo.



$$\vec{v} = (a, b) \text{ ou } \vec{v} = a\vec{i} + b\vec{j}$$

$$|\vec{v}| = \sqrt{a^2 + b^2}$$

Se for tridimensional poderá ser da seguinte forma:

$$|\vec{v}| = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$$

Neste momento, o professor poderá levantar questionamentos com os estudantes para despertar o interesse ou fazê-los perceber a importância dos objetos de conhecimento ou habilidades pertinentes ao campo dos vetores e da geometria analítica.

Terceira etapa: Para um processo de estímulo ao exercício da criatividade no desenvolvimento da aprendizagem dos estudantes, possibilitar conexões cognitivas e interpretativas necessárias para apropriação de significados na matemática. Seria interessante que a explanação dessa temática fosse orientada e intencional, pois é no sentido da investigação que a matemática deve ser explorada e vivenciada, visto que as sinapses convergem para a compreensão de práticas criativas na reinvenção do aprender a matemática na escola e na vida diária.

Quarta etapa: o professor pode exercer a presença pedagógica no acompanhamento de pesquisas com os estudantes no exercício de investigação, de maneira ampliada, contribuindo no direcionamento de um cenário de desenvolvimento conceitual e de construção do pensamento lógico. Para esse processo, formar grupos para a pesquisa e investigação, exploração e problematização, contextualização e conexão ao contexto contemporâneo referente aos seguintes temas:

- Elaborar e desenvolver cálculos de módulos de determinados vetores. Além disso, solicitar que desenvolvam também composição de vetores.
- Desenvolver cálculo de distância entre dois pontos $A(3, -2)$ e $B(-5, 4)$, utilizando o módulo de um vetor.
- Vetor unitário e versor (normalização) de um vetor: para encontrar o versor de um vetor precisa transformá-lo em vetor unitário, pois todo versor é um vetor unitário. Com isso, para calcular o versor, basta dividir o vetor pelo seu módulo.
- Propor atividades envolvendo interpretação geométrica de produto escalar e suas propriedades.
- Elaborar atividades sobre vetores ortogonais.
- Ângulo entre dois vetores e sua representação gráfica.
- Podem-se ampliar as aprendizagens para o contexto de como se origina a equação vetorial da reta e sua aplicação.

h) Propor problemas que envolvam a “Rosa dos Ventos” para que os estudantes pesquisem, contextualizem e façam operações de cálculo. Por exemplo: uma pessoa se desloca sucessivamente 3 metros de norte para sul, 10 metros de leste para oeste e 8 metros de sul para norte. Qual o módulo do vetor deslocamento resultante?

i) Sistematizar pesquisas, contextualizando aplicação de vetores, pontos e coordenadas que são extremamente importantes para a construção civil, pois esses conhecimentos permitem, por exemplo, descobrir a altura, largura e comprimento de estruturas. Além disso, o conceito de vetor é vastamente utilizado na alocação de vigas e colunas de sustentação, visto que reconhecer e compreender as forças que serão aplicadas na estrutura das construções é fundamental para evitar danos na estrutura construída e até mesmo desabamentos. Portanto, os conceitos de forças são assuntos abordados pela física, ou seja, mais uma aplicação da Geometria Analítica que possibilita descobrir a força resultante que é aplicada sobre determinada estrutura a partir do uso de vetores.

j) No campo virtual, a Geometria Analítica também se faz presente com criação de personagens, de cenários e de objetos mediante a computação gráfica. Várias transformações geométricas são concretizadas com intuito de movimentar objetos em um espaço virtual. Tanto em um sistema bidimensional como tridimensional, coordenadas são utilizadas para a construção e localização de objetos. Pode-se utilizar um sistema de coordenadas cartesianas, assim como as coordenadas esféricas, polares ou cilíndricas. Para a realização da transformação de pontos e mover objetos em uma cena de jogos, por exemplo, é necessário fazer as operações envolvendo os elementos de vetores que compõem a imagem.

Quarta etapa: Os materiais de pesquisas podem ser disponibilizados aos estudantes pela escola, que podem ir a campo pesquisar em bibliotecas municipais, estaduais ou de faculdades e universidades; visitar instituições que se propõem como parceira, ou mesmo utilizar os recursos da internet para buscar as fontes e elaborar um pôster criativo. Após as pesquisas e coleta das fontes relacionadas às temáticas escolhidas, devem iniciar a produção do pôster, que pode ser feito em cartolinas, painel, folder, infográfico etc, impressos ou digital para apresentação em forma de seminário, organizado pelos estudantes com as orientações pedagógicas do professor.

Sexta etapa – Feedbacks: cada grupo avalia uns aos outros, faz autoavaliação no seu grupo e revisão dos materiais produzidos, orientado pelo professor. Nessa etapa pode ser elaborada uma ficha de feedbacks que deve ser entregue para cada estudante de cada grupo para avaliar os respectivos grupos.

FONTES E MATERIAL DE APOIO

FONTE PRINCIPAL

ACKER, Felipe. **Cálculo Vetorial & Geometria Analítica**. UFRJ, 201. Disponível em: <http://im.ufrj.br/~nosedo/2017-1/Livro1.pdf>. Acesso em: 20 de nov. 2020.

BATTISTI, Isabel Koltermann. **Mediações na significação do conceito vetor com tratamento da geometria analítica em aulas de matemática** / Isabel Koltermann Battisti. Ijuí, 2016. Disponível em: <https://bibliodigital.unijui.edu.br:8443/xmlui/bitstream/handle/123456789/5023/ISABEL%20K.%20BATTISTI.pdf?sequence=1&isAllowed=y>. Acesso em 20 de nov. 2020

CARRETTA, Marcelo La. **A Composição em Vetores**. Disponível em: <http://lacarreta.com.br/academico/design/vetores.pdf>. Acesso em: 22 de nov. 2020.

CLMD_Matematica. Site GAAL da UFMG - **Aprendendo Geometria Analítica**. Disponível em: <http://zerinhodame.blogspot.com/2013/12/site-gaal-da-ufmg-aprendendo-geometria.html>. Acesso em: 15 de nov. 2020.

DIREÇÃO E SENTIDO. 1 Vídeo (10min.23s). JUNIOR, Amadeu Albino. Publicado pelo canal Mago da Física, 2019. Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=cZgDniTcJgl>. Acesso em: 03 de julho. 2020.

FILHO, Arlindo G.; PINTO, Joel R. MACHADO, Alexandre; JUNIOR, José E. C. M. **Desenvolvimento e utilização de ferramenta computacional em operações com vetores**. Anais do XXXIV Congresso Brasileiro de Ensino de Engenharia, 2006. Disponível em:

http://www.abenge.org.br/cobenge/arquivos/13/artigos/1_82_639.pdf. Acesso em 22 de nov. 2020.

GRINGS, **Geometria Analítica, Vetores – Aula 1.1** Vídeo (20min.19s). Publicado pelo canal Youtube, 2014. Disponível em: https://www.youtube.com/watch?v=J8PZvr_yo2k. Acesso em: 13 de nov. 2020.

JULIO, Tomio. **Geometria Analítica/Mat: material básico de estudos de vetores**, SITE Disponível em: <https://fdocumentos.tips/document/material-de-ensino-juliotomiogeometria-analiticamat-material-basico.html>. Acesso em: 15 de nov. 2020.

VENTURI, Jacir J., 1949. **Álgebra Vetorial e Geometria Analítica**/Jacir J. Venturi, 8º ed. Curitiba, 242 p. Disponível em: <http://www.ime.unicamp.br/~deleo/MA141/ldo2.pdf>. Acesso em: 15 de nov. 2020.

VIDIGAL, Érika Deolinda Cardoso Torres. **Desenvolvimento de uma sequência didática para o processo de aprendizagem dos produtos de vetores** / Érika Deolinda Cardoso Torres Vidigal. Belo Horizonte, 2014. 148f. Disponível em: http://www1.pucminas.br/imagdb/documento/DOC_DSC_NOME_ARQUI20140902142933.pdf. Acesso em: 8 de nov. 2020.

WINTERLE, Paulo. **Vetores e Geometria Analítica**. São Paulo: Pearson Makron Books, 2000. Disponível em: https://docs.ufpr.br/~ewkaras/ensino/ga/Livro_GA_Winterle.pdf. Acesso em: 10 de nov. 2020.

MATERIAL DE APOIO

LOPES, Leide Maria Leão. **Minicurso: explorando o pensamento Matemático avançado em atividades para o ensino de vetores em Geometria Analítica**. Juiz de Forma. MS, 2019. Disponível em: <https://www2.ufjf.br/mestradoedumat/wp-content/uploads/sites/134/2020/07/Produto-educacional-Leide-com-licen%C3%A7a.pdf>. Acesso em 17 de nov. 2020.

PLATAFORMA Fdx O Matemático.com. **Estudar nunca foi tão fácil**. Disponível em: <https://omatematico.com/>. Acesso em: 14 de nov. 2020.

PLATAFORMA Mundo Educação. Disponível em: <https://mundoeducacao.uol.com.br/fisica/vetores.htm>. Acesso em: 12 de nov. 2020.

ENTREGA/ AVALIAÇÃO

A avaliação é processual e supõe o desenvolvimento de todas as etapas desta atividade de aprendizagem, de modo a contemplar os eixos estruturantes programados ao longo da Unidade Curricular. Assim, devem ser consideradas tanto as interações na roda de diálogo, desenvolvimento de atividades, pesquisa e produção do pôster criativo, que pode ser impresso ou digital, ou outro material que possa produzir e/ou construir. Socialização da pesquisa e produção do pôster criativo.

Além da avaliação pelo professor, os estudantes também podem avaliar de forma colaborativa o material produzido pelos seus colegas. Ao avaliar, o professor deve verificar se as produções:

- a) atendem ao tema delimitado;
- b) expressam de forma adequada as informações e a contextualização;
- c) pautam informações pertinentes e diversificadas;
- e) têm caráter autoral, ou seja, que não sejam cópias (plágios).

OBSERVAÇÕES

A arquitetura desta Unidade Curricular envolve desafios pedagógicos específicos, perante os quais estudantes e professor precisam ter em conta, a princípio, os seguintes aspectos.

1. Esta Unidade trata do estudo de vetores a partir da Geometria Analítica, sua contextualização, ideias matemáticas e suas materializações em linguagens representativas, sob a perspectiva de uma abordagem multidisciplinar (Matemática, Física, computação entre outras), na medida em que tematiza problemas, controvérsias e soluções postas na vida cotidiana e social no âmbito individual e coletivo. Em tese, essa abordagem induz uma experiência de aprendizagem multifocal, que implica o efetivo comprometimento por parte dos estudantes e professor nas atividades de estudos, pesquisa e produção autoral, sob pena de margear apenas divulgações panfletárias da ciência.

2. Em virtude da Geometria Analítica: vetores numa perspectiva da aplicação ser uma Unidade Curricular, recomenda-se que, consensualmente, professor e estudantes façam adequações e/ou delimitações das habilidades, objetivos da Unidade e objetos de conhecimento que julgarem pertinentes. Isso pode potencializar, estrategicamente, níveis de aprofundamento e investigação, desenvolvimento de competências socioemocionais, tomada de decisão e protagonismo dos estudantes no processo de construção do conhecimento. Supondo isso, por exemplo, é possível selecionar e sistematizar diferentes focos de abordagem a serem trabalhados à volta desta Unidade, tais como pesquisa, investigação, elaboração de pôster, banner, dentre outros.

3. O item 1.9 desta Unidade menciona, a título de exemplificação, uma hipotética "parceria" - no caso, desejável - com Universidade Estadual, Federal ou Instituto Federal que possuem Grupo de Pesquisa ou projetos que tratam do assunto. Esse exemplo hipotético reforça a orientação no sentido de que a escola efetive parcerias institucionais e vínculos acadêmicos para auxiliá-la em sua tarefa formativa. Em uma sociedade interconectada, as parcerias da escola com a sociedade civil e a participação em redes de pesquisa e inovação científico-culturais, programadas no contexto da educação, podem contribuir para inserir os estudantes no âmbito da comunidade científica e, a partir disso, subsidiá-los intelectualmente.

ÁREAS DO CONHECIMENTO

MATEMÁTICA E SUAS TECNOLOGIAS

GEOMETRIA COM RÉGUA E COMPASSO

GEOMETRIA COM RÉGUA E COMPASSO

APRESENTAÇÃO

Esta Unidade Curricular visa desenvolver a manipulação de instrumentos clássicos da Geometria, tais como a régua e o compasso, para construir elementos geométricos, bem como resolver problemas. Contudo, esta proposta não se restringe somente à parte prática, uma vez que conceitos de geometria também serão explorados como meio de validar as construções. São sugeridas pesquisas e produções escritas como forma de incentivar a autonomia e o protagonismo do estudante. Ao final, propõe-se a produção de um ensaio, como produção final dos estudantes, e/ou outras construções, utilizando recursos alternativos.

COMPETÊNCIAS

1. Utilizar estratégias, conceitos, definições e procedimentos matemáticos para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente.

OBJETIVOS

- Aprofundar, de maneira prática, conceitos de geometria estudados no ensino fundamental.
- Desenvolver a criatividade e a organização por meio de desenhos geométricos.
- Incentivar a escrita matemática e a produção de argumentos coerentes a uma justificativa geométrica.

RELAÇÃO COM OUTRA(S) UNIDADE(S)

- Criptografia e Transformações Geométricas por meio de Matrizes
- Geometria Analítica - vetores numa perspectiva da aplicação
- Software Geogebra, uma possibilidade de aprendizagens mais concretas das habilidades Matemáticas

CARGA HORÁRIA



Semestral - semanal (02 aulas)
carga horária total (40 aulas)

EIXOS ESTRUTURANTES RELACIONADOS



- Investigação Científica
- Processos Criativos

COMPONENTES CURRICULARES E CONHECIMENTOS GERAIS ARTICULADOS



- Matemática (Geometria)

PERFIL DOCENTE



- Possuir Licenciatura em Matemática.
- Experiências e/ou interesse do professor no campo de pesquisa.
- Conhecimento e/ou disposição para o uso de metodologias ativas e Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação (TDIC).

RECURSOS



- Acervo impresso ou digital de material de pesquisa.
- Lousa física ou digital.
- Lápis, borracha, régua, caderno de desenho ou folha A4, compasso.

ORGANIZADOR CURRICULAR

EIXO ESTRUTURANTE: INVESTIGAÇÃO CIENTÍFICA

HABILIDADES

Habilidades dos Itinerários Formativos Associadas às Competências Gerais da BNCC:

(MS.EMIFCGo1) Identificar, selecionar, processar e analisar dados, fatos e evidências com curiosidade, atenção, criticidade e ética, inclusive utilizando o apoio de tecnologias digitais.

(MS.EMIFCGo2) Posicionar-se com base em critérios científicos, éticos e estéticos, utilizando dados, fatos e evidências para respaldar conclusões, opiniões e argumentos, por meio de afirmações claras, ordenadas, coerentes e compreensíveis, sempre respeitando valores universais, como liberdade, democracia, justiça social, pluralidade, solidariedade e sustentabilidade.

(MS.EMIFCGo3) Utilizar informações, conhecimentos e ideias resultantes de investigações científicas para criar ou propor soluções para problemas diversos.

Habilidades Específicas dos Itinerários Formativos Associadas ao Eixo Estruturante:

(MS.EMIFMATo1) Investigar e analisar situações problema identificando e selecionando conhecimentos matemáticos relevantes para uma dada situação, elaborando modelos para sua representação.

(MS.EMIFMATo2) Levantar e testar hipóteses sobre variáveis que interferem na explicação ou resolução de uma situação-problema elaborando modelos com a linguagem matemática para analisá-la e avaliar sua adequação em termos de possíveis limitações, eficiência e possibilidades de generalização.

(MS.EMIFMATo3) Selecionar e sistematizar, com base em estudos e/ ou pesquisas (bibliográfica, exploratória, de campo, experimental etc.) em fontes confiáveis, informações sobre a contribuição da Matemática na explicação de fenômenos de natureza científica, social, profissional, cultural, de processos tecnológicos, identificando os diversos pontos de vista e posicionando-se mediante argumentação, com o cuidado de citar as fontes dos recursos utilizados na pesquisa e buscando apresentar conclusões com o uso de diferentes mídias.

EIXO ESTRUTURANTE: PROCESSOS CRIATIVOS

HABILIDADES

Habilidades dos Itinerários Formativos Associadas às Competências Gerais da BNCC:

(MS.EMIFCGo4) Reconhecer e analisar diferentes manifestações criativas, artísticas e culturais, por meio de vivências presenciais e virtuais que ampliem a visão de mundo, sensibilidade, criticidade e criatividade.

(MS.EMIFCGo5) Questionar, modificar e adaptar ideias existentes e criar propostas, obras ou soluções criativas, originais ou inovadoras, avaliando e assumindo riscos para lidar com as incertezas e colocá-las em prática.

(MS.EMIFCGo6) Difundir novas ideias, propostas, obras ou soluções por meio de diferentes linguagens, mídias e plataformas, analógicas e digitais, com confiança e coragem, assegurando que alcancem os interlocutores pretendidos.

Habilidades Específicas dos Itinerários Formativos Associadas ao Eixo Estruturante:

(MS.EMIFMATo4) Reconhecer produtos e/ ou processos criativos por meio de fruição, vivências e reflexão crítica na produção do conhecimento matemático e sua aplicação no desenvolvimento de processos tecnológicos diversos.

(MS.EMIFMATo5) Selecionar e mobilizar intencionalmente recursos criativos relacionados à Matemática para resolver problemas de natureza diversa, incluindo aqueles que permitam a produção de novos conhecimentos matemáticos, comunicando com precisão suas ações e reflexões relacionadas a constatações, interpretações e argumentos, bem como adequando-os às situações originais.

(MS.EMIFMATo6) Propor e testar soluções éticas, estéticas, criativas e inovadoras para problemas reais, considerando a aplicação dos conhecimentos matemáticos associados ao domínio de operações e relações matemáticas simbólicas e formais, de modo a desenvolver novas abordagens e estratégias para enfrentar novas situações.

OBJETOS DE CONHECI- MENTO

- Retas paralelas e perpendiculares, mediatriz, bissetriz, triângulo, ângulo, polígonos regulares.
- Números construtíveis.

SUGESTÕES DIDÁTICAS

Inicialmente, é necessário que os estudantes aprendam a manipular os instrumentos, régua e compasso, para evitar borrões ou deslizes do compasso nos desenhos de retas e circunferências, os quais exigem precisão. A ação seguinte pode ser voltada para a construção de soma e subtração de segmentos, sempre priorizando o exercício da autonomia, deixando o estudante encontrar possíveis soluções para a atividade. Na sequência, suger-se transladar segmentos ou ângulos, propondo construções de: retas perpendiculares e paralelas, mediatriz, bissetriz, triângulos, quadrados, circunferência inscrita e circunscrita a um triângulo, divisão de segmento em partes iguais, arco capaz e polígonos regulares. Para cada caso existem várias formas de abordagem, a exemplo da construção de triângulos equilátero e retângulo. Após essas atividades, pode-se propor pesquisa sobre construções aproximadas ou que não são possíveis com régua e compasso; uma sugestão para o ponto de partida é a construção de números racionais e irracionais, investigando a possibilidade de se construir números representados na forma de raiz (índice par e índice ímpar).

Existe uma variedade de problemas/atividades, simples e elaborados, dessa forma, é deixado a cargo do docente selecionar a quantidade e o nível de dificuldade das atividades a serem propostas aos estudantes. Segue um exemplo de problema:

Desenhe uma reta r e dois pontos A e B situados de um mesmo lado da reta r . Determine o ponto P sobre a reta r de forma que a soma de $AP + PB$ seja mínima.

É importante a justificativa para cada construção por meio de conceitos de geometria, por exemplo, a mediatriz é a reta perpendicular que divide um segmento AB em duas partes iguais, isso se justifica pelo fato de que é a reta que contém a altura de um triângulo isósceles e, conseqüentemente, sua base AB , em relação a essa altura, é dividida em duas partes iguais. Assim, teoria e prática são trabalhadas, dinamizando a aprendizagem.

O produto final pode ser a produção autoral de um ensaio, em grupo, sobre os três problemas clássicos da matemática grega, que são: a duplicação do cubo, a quadratura do círculo e a trissecção do ângulo, ou sobre a construção aproximada de polígonos regulares, dentre outros.

FONTES E MATERIAL DE APOIO

FONTE PRINCIPAL

NERKIE. **Desenho Geométrico**. Youtube. Disponível em:

https://www.youtube.com/watch?v=Nf6clo_g4Do&list=PLK9mne8xLojROvoo6po-Mf-oMWOkrml49&index=1. Acesso em: 24 de nov. 2020.

Portal da Matemática OBMEP. **Construções geométricas com régua e compasso**. Sítio eletrônico oficial. Disponível em: <https://portaldabmp.org.br/index.php/site/index?a=1>. Acesso em: 16 de nov. 2020.

Wagner, E. **Construções Geométricas**. 6ª ed. Rio de Janeiro: SBM, 2007.

Wagner, E. **Uma introdução às construções geométricas**. Disponível em:

<http://www.obmp.org.br/apostilas.htm>. Acesso em: 16 de nov. 2020.

MATERIAL DE APOIO

DOLCE, O.; POMPEO, J. N. **Fundamentos da Matemática Elementar**. vol. 9. 9ª ed. São Paulo: Atual, 2013.

LUCCA, L. **Construções geométricas: Uma proposta para os anos finais do Ensino Fundamental**.

Dissertação Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT) - Universidade Federal do Tocantins, PALMAS, 2015.

ENTREGA/ AVALIAÇÃO

A avaliação é processual formativa e supõe o desenvolvimento de todas as etapas desta atividade de aprendizagem.

O produto final científico resultante do desenvolvimento das habilidades pode ser a organização de todas as pesquisas desenvolvidas no decorrer do semestre, releituras, infográficos, fichamento, artigos, ensaios, seminário, e-book, estudo de caso, dentre outros.

Além da avaliação pelo professor, sugere-se que os colegas também possam avaliar de forma colaborativa o material produzido pela turma.

Ao avaliar, o professor deve verificar se os produtos finais:

- a) atendem ao tema delimitado;
- b) expressam de forma adequada as informações e a contextualização;
- c) apresentam justificativas e argumentos que sustentam a conclusão;
- d) pautam informações pertinentes e diversificadas;
- e) têm caráter autoral, ou seja, que não sejam cópias (plágios).

OBSERVAÇÕES

- 1.O software GeoGebra pode ser usado, caso seja possível, para construções mais elaboradas, com objetivo de melhorar a compreensão dos passos, e posteriormente propor a construção com régua e compasso.
- 2.As construções propostas usam somente régua e compasso, no entanto, os instrumentos esquadro e transferidor, presentes nos kits escolares, podem ser aproveitados para as verificações das construções.
- 3.Havendo condições, explorar construção de: parábola, usando lápis, esquadro e barbante com uma ponta presa no vértice do esquadro e a outra no foco; hipérbole, usando lápis, régua e barbante com uma ponta presa na ponta da régua e a outra no foco; elipse usando linha e barbante, com as pontas presas nos focos.. Os focos podem ser fixados com fita adesiva ou tachinha.
- 4.Gravação de vídeos, apresentações/seminários ou exposições dos desenhos, podem ser alternativas para o produto final.

MMS



MS

ÁREAS DO CONHECIMENTO

MATEMÁTICA E SUAS TECNOLOGIAS

INVESTIMENTOS INTELIGENTES

INVESTIMENTOS INTELIGENTES

APRESENTAÇÃO

Esta Unidade Curricular aborda alguns tipos de investimentos e empréstimos, desde de pequenos negócios como venda de roupas, até estudos referentes à tabela SAC e à tabela PRICE, notando em quais situações na vida real é possível aplicar os conhecimentos matemáticos. Também aborda uma investigação de investimentos em que as taxas vão sendo reduzidas proporcionalmente ao período, simulando a situação em planilha eletrônica. Nesse caso, de acordo com a diminuição do período, os números vão se aproximando do número de Euler “e”. Por fim, é sugerido uma produção escrita abordando, do ponto de vista matemático, a melhor forma de amortizar uma dívida, nas tabelas SAC e PRICE.

COMPETÊNCIAS

1. Utilizar estratégias, conceitos e procedimentos matemáticos para interpretar situações em diversos contextos, sejam atividades cotidianas, sejam fatos das Ciências da Natureza e Humanas, das questões socioeconômicas ou tecnológicas, divulgados por diferentes meios, de modo a contribuir para uma formação geral.
3. Utilizar estratégias, conceitos, definições e procedimentos matemáticos para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente.

OBJETIVOS

- Compreender diferentes tipos de investimentos.
- Produzir e validar casos em que o investimento é lucrativo ou inadequado.
- Pesquisar situações do cotidiano que utilizam as tabelas SAC e PRICE e as vantagens de cada caso.
- Pesquisar e elaborar casos em que a meta de investimento é gerar um milhão.

RELAÇÃO COM OUTRA(S) UNIDADE(S)

- Educação Financeira: sonhos planejados, consumo consciente
- Para onde vai meu imposto?
- Quanto vale um real?
- Modelagem Matemática
- Noções de Cálculo Diferencial e Integral

CARGA HORÁRIA



Semestral - semanal (02 aulas)
carga horária total (40 aulas)

EIXOS ESTRUTURANTES RELACIONADOS



- Investigação Científica
- Processos Criativos
- Empreendedorismo

COMPONENTES CURRICULARES E CONHECIMENTOS GERAIS ARTICULADOS



- Matemática: Finanças, planilhas eletrônicas e empreendedorismo.

PERFIL DOCENTE



- Possuir licenciatura em Matemática.
- Experiências e/ou interesse no campo de pesquisa.
- Conhecimento e/ou disposição para o uso de metodologias ativas e Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação (TDIC).

RECURSOS



- Computador ou smartphone ou tablete com planilha eletrônica instalada.
- Lousa física ou digital.
- Acervo impresso ou digital de material de pesquisa.

ORGANIZADOR CURRICULAR

EIXO ESTRUTURANTE: INVESTIGAÇÃO CIENTÍFICA

HABILIDADES

Habilidades dos Itinerários Formativos Associadas às Competências Gerais da BNCC:

(MS.EMIFCGo1) Identificar, selecionar, processar e analisar dados, fatos e evidências com curiosidade, atenção, criticidade e ética, inclusive utilizando o apoio de tecnologias digitais.

(MS.EMIFCGo2) Posicionar-se com base em critérios científicos, éticos e estéticos, utilizando dados, fatos e evidências para respaldar conclusões, opiniões e argumentos, por meio de afirmações claras, ordenadas, coerentes e compreensíveis, sempre respeitando valores universais, como liberdade, democracia, justiça social, pluralidade, solidariedade e sustentabilidade.

(MS.EMIFCGo3) Utilizar informações, conhecimentos e ideias resultantes de investigações científicas para criar ou propor soluções para problemas diversos.

Habilidades Específicas dos Itinerários Formativos Associadas ao Eixo Estruturante:

(MS.EMIFMATo1) Investigar e analisar situações-problema identificando e selecionando conhecimentos matemáticos relevantes para uma dada situação, elaborando modelos para sua representação.

(MS.EMIFMATo2) Levantar e testar hipóteses sobre variáveis que interferem na explicação ou resolução de uma situação-problema elaborando modelos com a linguagem matemática para analisá-la e avaliar sua adequação em termos de possíveis limitações, eficiência e possibilidades de generalização.

(MS.EMIFMATo3) Selecionar e sistematizar, com base em estudos e/ ou pesquisas (bibliográfica, exploratória, de campo, experimental etc.) em fontes confiáveis, informações sobre a contribuição da Matemática na explicação de fenômenos de natureza científica, social, profissional, cultural, de processos tecnológicos, identificando os diversos pontos de vista e posicionando-se mediante argumentação, com o cuidado de citar as fontes dos recursos utilizados na pesquisa e buscando apresentar conclusões com o uso de diferentes mídias.

EIXO ESTRUTURANTE: PROCESSOS CRIATIVOS

HABILIDADES

Habilidades dos Itinerários Formativos Associadas às Competências Gerais da BNCC:

(MS.EMIFCGo5) Questionar, modificar e adaptar ideias existentes e criar propostas, obras ou soluções criativas, originais ou inovadoras, avaliando e assumindo riscos para lidar com as incertezas e colocá-las em prática.

(MS.EMIFCGo6) Difundir novas ideias, propostas, obras ou soluções por meio de diferentes linguagens, mídias e plataformas, analógicas e digitais, com confiança e coragem, assegurando que alcancem os interlocutores pretendidos.

Habilidades Específicas dos Itinerários Formativos Associadas ao Eixo Estruturante:

(MS.EMIFMATo5) Selecionar e mobilizar intencionalmente recursos criativos relacionados à Matemática para resolver problemas de natureza diversa, incluindo aqueles que permitam a produção de novos conhecimentos matemáticos, comunicando com precisão suas ações e reflexões relacionadas a constatações, interpretações e argumentos, bem como adequando-os às situações originais.

(MS.EMIFMATo6) Propor e testar soluções éticas, estéticas, criativas e inovadoras para problemas reais, considerando a aplicação dos conhecimentos matemáticos associados ao domínio de operações e relações matemáticas simbólicas e formais, de modo a desenvolver novas abordagens e estratégias para enfrentar novas situações.

EIXO ESTRUTURANTE: EMPREENDEDORISMO

HABILIDADES

Habilidades dos Itinerários Formativos Associadas às Competências Gerais da BNCC:

(MS.EMIFCG10) Reconhecer e utilizar qualidades e fragilidades pessoais com confiança para superar desafios e alcançar objetivos pessoais e profissionais, agindo de forma proativa e empreendedora e perseverando em situações de estresse, frustração, fracasso e adversidade.

(MS.EMIFCG11) Utilizar estratégias de planejamento, organização e empreendedorismo para estabelecer e adaptar metas, identificar caminhos, mobilizar apoios e recursos, para realizar projetos pessoais e produtivos com foco, persistência e efetividade.

(MS.EMIFCG12) Refletir continuamente sobre seu próprio desenvolvimento e sobre seus objetivos presentes e futuros, identificando aspirações e oportunidades, inclusive relacionadas ao mundo do trabalho, que orientem escolhas, esforços e ações em relação à sua vida pessoal, profissional e cidadã.

Habilidades Específicas dos Itinerários Formativos Associadas ao Eixo Estruturante:

(MS.EMIFMAT10) Avaliar como oportunidades, conhecimentos e recursos relacionados à Matemática podem ser utilizados na concretização de projetos pessoais ou produtivos, considerando as diversas tecnologias disponíveis e os impactos socioambientais.

(MS.EMIFMAT11) Selecionar e mobilizar intencionalmente conhecimentos e recursos da Matemática para desenvolver um projeto pessoal ou um empreendimento produtivo.

(MS.EMIFMAT12) Desenvolver projetos pessoais ou produtivos, utilizando processos e conhecimentos matemáticos para formular propostas concretas, articuladas com o projeto de vida.

OBJETOS DE CONHECI- MENTO

- Porcentagem, juros compostos;
- Função exponencial, progressão geométrica.

SUGESTÕES DIDÁTICAS

Parte 1

Inicialmente, propor a seguinte situação: investir R\$1000,00 em uma aplicação com objetivo de resgatar após um ano o dobro desse valor. Levantar questões sobre o tipo de juro e, como no geral as capitalizações são compostas, é esperado que se use a relação para juros compostos. Se é mais vantajoso que a taxa de juro seja de 50% ao semestre do que 100% ao ano. A partir daí, orientar os estudantes a testarem situações semelhantes como, por exemplo, ter o rendimento de 25% ao trimestre, de 12,5% em um mês e meio, e assim por diante. Se possível, utilizar planilha eletrônica para desenvolver as progressões e mediar os estudantes para a seguinte hipótese: o rendimento aumenta infinitamente? Na observação, conforme o período vai diminuindo, o coeficiente vai aumentando tendendo para uma constante. Sugerir uma pesquisa sobre o número irracional “e” (número de Euler) e a relação com os números observados no desenvolvimento na planilha, bem como sua importância para a ciência.

Após a parte inicial, é interessante realizar estudos de situações de investimento, vantagens, desvantagens e o que é mais compensativo para a realidade de um certo indivíduo. Compreender as amortizações SAC e PRICE, bem como suas construções em planilha. De acordo com a tabela abaixo, qual é a situação mais vantajosa? Essa situação se adequa a qualquer pessoa? Se possível, realizar a atividade utilizando planilha eletrônica.

| Tipo de crédito | % a.m. | % a.a. |
|-------------------------------|--------|--------|
| Empréstimo Consignado INSS | 1,45 | 18,89 |
| Empréstimo Consignado Público | 1,17 | 14,93 |
| Empréstimo Consignado Privado | 1,27 | 16,41 |

Atualizado em Set/2020

Fonte: <https://bxblue.com.br/aprenda/emprestimo-consignado-caixa/>. Acesso em 09/11/2020.

Para facilitar o entendimento de como funcionam prestações nos modelos SAC e PRICE, proponha que os estudantes assistam aos seguintes vídeos:

https://www.youtube.com/watch?v=f37sNgA8mXs&list=PL7RjLlohJPfDqx_ZmogVbplDp-1jHB1z1&index=86 https://www.youtube.com/watch?v=DnHJNTHYOB4&list=PL7RjLlohJPfDqx_ZmogVbplDp-1jHB1z1&index=87.

Eles apresentam, respectivamente, os modelos SAC e PRICE por meio de uma tabela que contém colunas de mês, dívida, amortização, juros, parcela e saldo.

Uma possível atividade poderia ser a construção, em uma planilha, dos modelos SAC e PRICE de um empréstimo de R\$ 100 000,00 de um banco qualquer. Para isso, basta acessar qualquer página da internet que gere simulações de financiamentos ou empréstimos, bem como as taxas e os prazos. Ao final, é possível comparar as prestações do banco com as prestações da simulação feita na planilha, e também uma pesquisa sobre a relação da tabela PRICE com compras parceladas.

Parte 2

Para essa parte, são sugeridas investigações sobre diferentes tipos de investimentos como, ações, fundos, certificado de depósito bancário, tesouro direto, imóveis, dentre outros; construção de gráficos de barras, de preferência com as barras crescentes, um gráfico contendo os rendimentos em porcentagem e outro gráfico simulando uma aplicação de R\$ 1 000,00. Outra sugestão é investigar pequenos empreendimentos como compra e venda de roupas, fabricação e comercialização de alimentos, dentre outros. Cada situação deve levar em conta a inflação do país, o poder de compra das pessoas, local/ambiente em potencial para colocar o empreendimento em prática.

Por fim, sugere-se a produção de um mini artigo em grupo explicando a seguinte situação: considere que uma dívida de cem mil reais será liquidada em trinta anos. Uma pessoa que possui um saldo de cinco mil reais de FGTS pretende realizar a amortização. O que é mais vantajoso, amortizar reduzindo as parcelas ou o prazo? Caso exista, explique a diferença entre amortizar no sistema SAC e no sistema PRICE. Observação: Pesquisar a taxa atual de juros para realizar a atividade.

FONTES E MATERIAL DE APOIO

FONTE PRINCIPAL

Financiamento: SAC. Disponível em:

https://www.youtube.com/watch?v=f37sNgA8mXs&list=PL7RjLlohJPfDqx_ZmogVbplDp-1jHB1z1&index=86. Acesso em 09 de novembro de 2020.

Financiamento: PRICE. Disponível em:

https://www.youtube.com/watch?v=DnHJNTHYOB4&list=PL7RjLlohJPfDqx_ZmogVbplDp-1jHB1z1&index=87. Acesso em 09 de novembro de 2020.

Portal da Matemática OBMEP. Sítio eletrônico oficial. Disponível em:

<https://portaldaoimpimpa.br/index.php/site/index?a=1>. Acesso em 09 de novembro de 2020.

bxblue. Empréstimo Consignado Caixa: condições, taxas de juros e simulação. Disponível em:

<https://bxblue.com.br/aprenda/emprestimo-consignado-caixa/>. Acesso em 04 de novembro de 2020.

IEZZI, G.; MURAKAMI, C. **Fundamentos da Matemática Elementar.** vol. 11. 2ª ed. São Paulo: Atual, 2013. cap. 1, 2.

Wagner, E.; Morgado, A. C. O.; Zani, S. **Progressões e Matemática Financeira.** 6ª ed. Rio de Janeiro: SBM, 2015.

MATERIAL DE APOIO

Nigro, T. **Do mil ao milhão: sem cortar o cafezinho.** 1ª ed. Rio de Janeiro: Harper Collins, 2018.

Assaf, N. A. **Matemática financeira e suas aplicações.** 12ª ed. São Paulo: Atlas, 2012.

Maor, E. e: **A HISTÓRIA DE UM NÚMERO;** Tradução de Jorge Calife. 8ª ed. Rio de Janeiro: Record, 2019.

ENTREGA/ AVALIAÇÃO

A avaliação é processual e supõe o desenvolvimento de todas as etapas desta atividade de aprendizagem. Além da avaliação pelo professor, sugere-se que os colegas da turma também possam avaliar de forma colaborativa o material produzido.

Ao avaliar, o professor deve verificar se os produtos finais:

- a) atendem ao tema delimitado;
- b) expressam de forma adequada as informações e a contextualização;
- c) apresentam justificativas e argumentos que sustentam a conclusão;
- d) pautam informações pertinentes e diversificadas;
- e) têm caráter autoral, ou seja, que não sejam cópias (plágios).

OBSERVAÇÕES

1. Esta Unidade Curricular supõe o uso de planilhas eletrônicas, no entanto, pode acontecer de ser inviável o trabalho com essa tecnologia. Nesse caso, orienta-se que as tabelas sejam construídas no caderno ou material impresso. Nessa proposta, o estudante poderá usar uma calculadora para aprender e organizar, conforme seu entendimento, conhecimentos sobre a dinâmica dos cálculos de cada situação. Para isso, sugere-se que o estudante seja acompanhado pelo professor para garantir seu prosseguimento e segurança em relação à compreensão e escrita dos conceitos.
2. As atividades de pesquisa de pequenos empreendimentos podem ser sugeridas pelos estudantes conforme a realidade local.
3. O tema do mini artigo pode contemplar empreendimentos com forte tendência lucrativa, mas para isso, precisa constar argumentos matemáticos que solidificam questões econômicas, administrativas, dentre outras, caso venham a constar na atividade. Esse trabalho pode se enquadrar na modalidade pesquisa e extensão, em que os estudantes podem aplicar minicursos para a comunidade escolar.

MMS

ÁREAS DO CONHECIMENTO

MATEMÁTICA E SUAS TECNOLOGIAS

OS DESAFIOS DA MATEMÁTICA NO
CONTEXTO DAS CURIOSIDADES,
DICA E PASSATEMPOS

OS DESAFIOS DA MATEMÁTICA NO CONTEXTO DAS CURIOSIDADES, DICA E PASSATEMPOS

APRESENTAÇÃO

Desde a Antiguidade o ser humano utiliza números para descobrir o mundo físico, e perceber as regras da natureza ao nosso redor. A matemática é uma ciência construída historicamente ao longo dos tempos, sobre diversos princípios e regras lógicas, que são os algoritmos. Contudo, há nessa ciência algo mais que equações, operações, estatísticas e multiplicações que fazem parte do currículo escolar, ela ajuda a entender melhor o mundo que nos rodeia. É parte pequena de uma estrutura bem maior, que atravessa milênios de cultura humana e se estende por todo o planeta. Composta por objetos fascinantes, misteriosos que exigem pesquisas, estudos, estratégias metodológicas e ferramentas alternativas, essa ciência necessita ser contextualizada, para despertar a imaginação e o interesse dos estudantes, com atividades e/ou ações incríveis, curiosas, enigmáticas e com aplicações matemáticas nos espaços escolares.

Ao iniciar esta Unidade Curricular, é interessante abordar aspectos presentes nos vídeos “4 Enigmas Incríveis que Testarão a Sua Inteligência” (2017) e “Amuleto Mágico” (2012), para dialogar com os estudantes sobre as pesquisas como fonte de descobertas, investigações de situações curiosas, enigmáticas desafiadoras, que podem deixar a matemática mais leve, interessante, com dicas e/ou “macetes” que facilitam e reduzem o tempo de solução de problemas. Os estudos de conceitos, propriedades, regras, demonstrações no campo das ciências dedutivas são necessários, mas a parte mágica, encantadora, lúdica, precisa ser trabalhada com os estudantes para despertar maior interesse, criatividade, imaginação e senso investigativo. Neste sentido, propor questionamentos que levem à reflexão, e problematização pode ser um instrumento eficiente para a compreensão de diversos pontos enigmáticos, considerando que essas estratégias contribuem para esclarecimentos de vários objetos não compreensíveis nas áreas do conhecimento escolar.

No contexto deste estudo, pode-se integrar as competências socioemocionais, como: curiosidade para aprender, imaginação criativa, determinação e autoconfiança, expresso em pesquisas, elaboração de argumentos empíricos, formais, raciocínio lógico e outras. É notório que a matemática provoca várias emoções em estudantes e comunidade em geral, ela é motivo de vários sentimentos, e se houver a integração com outras áreas do conhecimento, poderá potencializar os valores no desenvolvimento do processo de ensino e de aprendizagem interdisciplinar na escolarização dos estudantes.

CARGA HORÁRIA



Semestral - semanal (02 aulas)
carga horária total (40 aulas)

EIXOS ESTRUTURANTES RELACIONADOS



- Investigação Científica
- Processos Criativos

COMPONENTES CURRICULARES E CONHECIMENTOS GERAIS ARTICULADOS



- Matemática, suas possibilidades, curiosidades e desafios (propriedades, hipóteses, afirmações e provas investigativas no campo das equações, regras de três, sequências numéricas, razão, dentre outros).

PERFIL DOCENTE



- Possuir licenciatura em Matemática.
- Ter desenvolvido e/ou desenvolver atividades de pesquisa e estudos no campo de conhecimento correspondente à Unidade Curricular, tornando-a mais contextualizada e integrada aos outros componentes.
- Desenvolver habilidades em metodologias de aprendizagens e tecnologias, que estabeleçam a dinâmica do trabalho em grupo, do incentivo à pesquisa, à autonomia e ao protagonismo, relacionados às competências socioemocionais dos estudantes.

COMPETÊNCIAS

3. Utilizar estratégias, conceitos, definições e procedimentos matemáticos para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente.

5. Investigar e estabelecer conjecturas a respeito de diferentes conceitos e propriedades matemáticas, empregando estratégias e recursos, como observação de padrões, experimentações e diferentes tecnologias, identificando a necessidade, ou não, de uma demonstração cada vez mais formal na validação das referidas conjecturas.

RECURSOS

- Dispositivos eletrônicos com acesso à Internet e à edição de texto, lousa digital, material impresso e datashow.
- Calculadoras, planilhas eletrônicas ou outras ferramentas que simplificam os cálculos propostos nas demonstrações e/ou soluções de problemas.

OBJETIVOS

- Pesquisar as situações mágicas e desafiadoras da matemática, suas aplicações, demonstrações e contextualizações no raio de conhecimento da álgebra, da aritmética e da geometria, compondo os números, curiosidades e desafios interessantes em: livros, artigos, documentários e/ou vídeos, articulados ao desenvolvimento de saberes históricos já existentes.
- Ampliar o pensamento matemático criativo e reflexivo dos estudantes, por meio de objetos que tenham resoluções interessantes, enigmáticas e mágicas para seus passatempos e aplicações no campo das equações do primeiro grau, expressões algébricas, progressões aritméticas, princípios aditivos e multiplicativos de contagem, dentre outros.
- Desenvolver competências socioemocionais como: curiosidade para aprender, imaginação criativa, determinação, organização e autoconfiança.
- Construir maquetes, painel integrado, banner, apresentação em infográfico e/ou outras formas de produções autorais no formato impresso ou digital.

RELAÇÃO COM OUTRA(S) UNIDADE(S)

- Teoria dos Jogos: inspiração e estratégia na aprendizagem de Matemática
- Programando Matemática
- Aprendendo conectivos lógicos por meio de planilha eletrônica

ORGANIZADOR CURRICULAR

EIXO ESTRUTURANTE: INVESTIGAÇÃO CIENTÍFICA

HABILIDADES

Habilidades dos Itinerários Formativos Associadas às Competências Gerais da BNCC:

(MS.EMIFCGo1) Identificar, selecionar, processar e analisar dados, fatos e evidências com curiosidade, atenção, criticidade e ética, inclusive utilizando o apoio de tecnologias digitais.

(MS.EMIFCGo3) Utilizar informações, conhecimentos e ideias resultantes de investigações científicas para criar ou propor soluções para problemas diversos

Habilidades Específicas dos Itinerários Formativos Associadas ao Eixo Estruturante:

(MS.EMIFMATo1) Investigar e analisar situações-problema identificando e selecionando conhecimentos matemáticos relevantes para uma dada situação, elaborando modelos para sua representação.

(MS.EMIFMATo2) Levantar e testar hipóteses sobre variáveis que interferem na explicação ou resolução de uma situação-problema elaborando modelos com a linguagem matemática para analisá-la e avaliar sua adequação em termos de possíveis limitações, eficiência e possibilidades de generalização.

EIXO ESTRUTURANTE: PROCESSOS CRIATIVOS

HABILIDADES

Habilidades dos Itinerários Formativos Associadas às Competências Gerais da BNCC:

(MS.EMIFCGo4) Reconhecer e analisar diferentes manifestações criativas, artísticas e culturais, por meio de vivências presenciais e virtuais que ampliem a visão de mundo, sensibilidade, criticidade e criatividade.

(MS.EMIFCGo5) Questionar, modificar e adaptar ideias existentes e criar propostas, obras ou soluções criativas, originais ou inovadoras, avaliando e assumindo riscos para lidar com as incertezas e colocá-las em prática.

Habilidades Específicas dos Itinerários Formativos Associadas ao Eixo Estruturante:

(MS.EMIFMATo5) Selecionar e mobilizar intencionalmente recursos criativos relacionados à Matemática para resolver problemas de natureza diversa, incluindo aqueles que permitam a produção de novos conhecimentos matemáticos, comunicando com precisão suas ações e reflexões relacionadas a constatações, interpretações e argumentos, bem como adequando-os às situações originais.

(MS.EMIFMATo6) Propor e testar soluções éticas, estéticas, criativas e inovadoras para problemas reais, considerando a aplicação dos conhecimentos matemáticos associados ao domínio de operações e relações matemáticas simbólicas e formais, de modo a desenvolver novas abordagens e estratégias para enfrentar novas situações.

Habilidade da BNCC:

(MS.EM13MAT5o7) Identificar e associar progressões aritméticas (PA) a funções afins de domínios discretos, para análise de propriedades, dedução de algumas fórmulas e resolução de problemas.

OBJETOS DE CONHECIMENTO

- Ênfase em aspectos conceituais que definem elementos para pesquisas, argumentações, demonstrações e apresentações no contexto dos teoremas:
- Desafios envolvendo números amigos; primos = $2^n - 1$; perfeitos = $2^{n-1} * (2^n - 1)$, suas histórias, demonstrações.
- Números palíndromos ou capicua; número mágico, suas histórias e demonstrações.
- Histórias dos números cíclicos; números triangulares e Triângulo de Sierpinski, imagens e conceitos de recursão e interação.
- Números quadrados perfeitos, método geométrico, raiz, propriedade, próximo número perfeito, demonstração a partir dos produtos notáveis.
- Problemas sobre hexágonos mágicos; quadrados mágicos 3 por 3; 4 por 4; entre outros, contextualização nos estudos de Progressão Aritmética e Fatorial.
- A mágica da tabuada dos dedos, suas diversas formas de posicionar as mãos, sua história e contextualizações.
- Frações, potências de dois e três e a relação delas com as escalas musicais, histórias e demonstrações.
- Pesquisas e curiosidades sobre as sequências numéricas, operações matemáticas existentes num relógio analógico e digital.
- A teoria dos quatro quatos: usando as quatro operações básicas, parênteses e colchetes, pode-se descobrir o poder do “4”, chegando ao Princípio Fundamental da Contagem e do Fatorial.
- Curiosidades e histórias sobre o Pentagrama, contextualizações proporcionais e geométricas.
- Possibilidades, dicas e/ou “macetes” para resolução de problemas envolvendo razão, equação do primeiro grau, regra de três, porcentagem, multiplicação, mensagens criptografadas, dentre outros.

SUGESTÕES DIDÁTICAS

Primeiro momento: Propor questionamentos sobre determinado objeto da matemática, para investigar os conhecimentos prévios dos estudantes, por exemplo: conhece alguma maneira diferente de estudar tabuada, cite-a? Como você resolveria um problema envolvendo razão e/ou regra de três mais rápido? Conhece algum desafio, dica, “macete” ou mágica no campo da matemática? Neste sentido, dialogar sobre os diferentes meios de resolver situações de cálculo com maior rapidez, mentalmente ou por meio de algoritmo, falar da importância de fazer pesquisas relacionadas aos objetos de conhecimentos, com objetivo de ampliar os saberes ou minimizar dificuldades.

Assistir aos vídeos: “4 Enigmas Incríveis que testarão a sua Inteligência” (2017) e “Dica de Multiplicação em 2 segundos - Muito Rápida” (2019), desenvolver roda de conversa e argumentar sobre a importância do aprofundamento de raciocínio lógico-dedutivo, exercitar a mente, contextualizar do ponto de vista das diferentes maneiras de estabelecer roteiros de estudos para descobertas e investigações. Ampliar as reflexões referente à matemática lúdica, motivadora, necessária para decifrar problemas presentes no dia a dia e na vida escolar.

Segundo momento: Expor de forma dialogada aos estudantes os objetos matemáticos listados ou não nesta Unidade Curricular; contextualizar e/ou problematizar de forma empírica e científica, estabelecendo uma linha de raciocínio lógico-dedutivo e investigativo, para que o estudante compreenda o processo argumentativo, demonstrativo, de modo a possibilitar conexões cognitivas e interpretativas necessárias para apropriação de significativas aprendizagens.

a) Despertar o sentimento de curiosidade para saber mais sobre o assunto, mostrando que há muitos cálculos interessantes que podem ser utilizados com recursos simples que facilitam o entendimento, e que vão sendo desvendados à proporção que o estudante se aplica na resolução dos desafios numéricos e dos problemas. Incentivar os estudantes a propor hipóteses com a intenção de levá-los ao engajamento e a uma mobilização de ideias criativas, com possibilidades de constituir sentidos na aprendizagem de conceitos, propriedades, buscando articulações cognitivas e socioemocionais.

b) Propor esquemas desafiadores que incentivem os estudantes a buscarem soluções por meio de questionamentos: O que acontecerá se somarmos 10 a cada número deste quadrado; se multiplicarmos cada número deste quadrado por 3, entre outros? O que acontecerá com a soma em cada linha, em cada coluna e nas diagonais? Como construir quadrados mágicos equivalentes por simetria e por rotações? Como construir quadrados mágicos de ordem 4 entre outros? Como construir um quadrado mágico triplo?

c) Os quadrados mágicos existem desde a Antiguidade e é um desafio que fascina muitas pessoas. Dizem que os chineses foram os primeiros a descobrir as propriedades dos quadrados mágicos e que possivelmente o tenham inventado. Um quadrado mágico de ordem n é um arranjo quadrado de n^2 inteiros distintos, dispostos de tal maneira que os números de uma linha qualquer, de uma coluna qualquer ou das diagonais têm a mesma soma chamada soma (ou constante) mágica do quadrado.

Exemplo: Os números são dispostos em três sequências aritméticas de três números, que têm uma mesma razão, e as três sequências estão entre elas em progressão aritmética de mesma razão. Dados (2, 4, 6), (5, 7, 9), (8, 10, 12), a razão de cada sequência é 2 e, além disso, os elementos da mesma fila de uma sequência ao outro compõem uma sequência aritmética da qual a razão é 3. Ele pode formar o quadrado mágico abaixo com a soma mágica 21.

| | | | | | |
|----|----|---|---|---|---|
| 10 | 2 | 9 | 2 | | 6 |
| 6 | 7 | 8 | | 5 | |
| 15 | 12 | 4 | 4 | | 8 |

É possível construir vários quadrados mágicos de ordem 3 a partir de um, dois ou três números dados. Se escolhermos um número, o 8 por exemplo, e colocar no centro, e em cada uma das diagonais, escreve-se dois números dos quais a soma é o dobro do número dado, assim, teremos as posições dos cinco primeiros números, e por fim é só completar o quadrado.

Terceiro momento: o professor pode orientar os estudos e pesquisa sobre os objetos de conhecimentos citados nesta Unidade Curricular, incentivando os estudantes à descoberta, à criatividade, à investigação empírica e científica de forma mais ampliada, conduzindo uma dinâmica esquematizada para o contexto histórico, para o desenvolvimento conceitual, demonstrativo, dedutivo e lógico, agregadas às teorias existentes e também à utilização de Softwares que podem contribuir e/ou facilitar a aprendizagem, como por exemplo as ferramentas: GeoGebra, WinGeom, entre outros recursos. Assim, o estudante pode argumentar sobre quais contribuições esses objetos trazem para a vida real e resgatar assuntos já estudados no ensino fundamental conforme as habilidades: (MS.EF06MA04.s.04), (MS.EF07MA14.s.14) e (MS.EF08MA03.s.03).

Para o engajamento da turma, organizar o desenvolvimento das atividades, da seguinte maneira:

- Cada grupo de estudantes pode escolher uma ou mais temáticas citadas, e organizar suas respectivas investigações, produções e apresentações na sala de aula ou na escola, envolvendo toda a comunidade escolar.
- Demonstrar as produções por meio de seminários, painel integrador, apresentação em algum Software ou aplicativo digital, dentre outros, expondo o percurso de estudos no campo dos desafios matemáticos, possibilidades, curiosidades, dicas, “macetes”, passatempos matemáticos.
- Pontuar os obstáculos e avanços das aprendizagens, elencando as ideias, descobertas, sugestões, que possibilitam ampliar a percepção da visão da matemática lúdica, científica, empírica e investigativa na vida escolar.
- Proporcionar momentos de feedbacks com os grupos, por meio de autoavaliação. Nessa etapa, pode ser elaborada uma ficha de feedbacks, entregue aos estudantes para que possam avaliar as respectivas produções.

FONTES E MATERIAL DE APOIO

FONTE PRINCIPAL

- BOYER, Carl Benjamim, 1906, **História da Matemática**; tradução: Elza F. Gomide. São Paulo, Edgard Blucher, Ed. Da Universidade de São Paulo, 1974.
- STEWART, Ian, 1945. **Incríveis passatempos matemáticos**. Tradução Diego Alfaro, revisão técnica Saul Jarkiewicz. Rio de Janeiro: Zahar, 2010.
- Os Mistérios Matemáticos do Professor Stewart: resolvidos por Hemlock Soames e o dr. Watsup/Ian Stewart**, tradução George Schlesinger. 1 ed. RJ: Zahar Editora, 2015.
- EUCLIDES. **Os Elementos/Euclides**; tradução de Irineu Bicudo. São Paulo: Editora UNESP, 2009.
- GeoGebra Classic**. Software online. Disponível em: <https://www.geogebra.org/classic?lang=pt>. Acesso em: 10 de mar. 2021.
- Download**. Disponível em: <https://www.geogebra.org/download?lang=pt>. Acesso em: 10 de mar. 2021.
- MATEMÁTICA: vol. **Único: Manual do Professor**/Gelson lezzi...I et al. I. São Paulo: Atual, 1997.
- ENSINO APRENDIZAGEM DE MATEMÁTICA** [recurso eletrônico] / Organizador Eliel Constantino da Silva. Ponta Grossa, PR: Atena Editora, 2019. Disponível em: <https://www.atenaeditora.com.br/wp-content/uploads/2019/08/E-book-Ensino-Aprendizagem-de-Matematica.pdf>. Acesso em: 09 de abr. 2021.
- LIERS, Robson. **5 Macetes de Matemática Básica**. 1 Vídeo (33min.54s). Publicado pelo canal Mathematicamente, Youtube. 2019. Disponível em: https://www.youtube.com/watch?app=desktop&v=f2NvKg_g4sY. Acesso em: 05 de abr. 2021.
- AMULETO MÁGICO**. 1 Vídeo (10min.08s). Publicado pelo canal M3 Matemática Multimídia, Youtube. 2012. Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=KQqO4ooolEI>. Acesso em: 05 de abr. 2021.
- 4 ENIGMAS INCRÍVEIS QUE TESTARÃO A SUA INTELIGÊNCIA**. 1 Vídeo (6min.55s). Publicado pelo canal INCRÍVEL, Youtube. 2017. Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=hkjCnRQeLo4>. Acesso em: 05 de abr. 2021.
- TRUQUES SIMPLES DE MATEMÁTICA, QUE VOCÊ GOSTARIA DE TER CONHECIDO ANTES**. 1 Vídeo (8min.13s). Publicado pelo canal INCRÍVEL, Youtube. 2017. Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=EJk2Ug-9n94>. Acesso em: 06 de abr. 2021.
- DICA 07 - MULTIPLICAÇÃO EM 2 SEGUNDOS! MUITO RÁPIDA!** 1 Vídeo (4min.21s). Publicado pelo canal Matemática Rio com Prof. Rafael Procopio, Youtube. 2019. Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?app=desktop&v=orAiRbOpowI>
- ANAIIS V FEIRA NACIONAL DE MATEMÁTICA**. Organizadores, Salvador/BA 2016. Disponível em: http://www.sbem.com.br/feiradematematica/anais_v_fnmat_salvadorba.pdf. Acesso em: 03 de abr. 2021.
- O GRANDE PODER da MATEMÁTICA** - Observatório do Mundo – Documentário. 1 vídeo (52min20s). Publicado pelo canal ETV, Youtube, 2016. Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?app=desktop&v=nwVAUG67PFY>. Acesso em: 06 de abr. 2021.
- VILAR, Leandro. **Seguindo os Passos da História**. Disponível em: <https://seguidopassoshistoria.blogspot.com/>. Acesso em: 8 de abr. 2021.
- COSTA, Eudes Antonio e SOUZA, Jucélia Ferreira de. **Atividades sobre Quadrados de Números Inteiros**. Disponível em: <https://rpm.org.br/rpm/img/conteudo/files/10-Atividades%20sobre%20quadrados%20de%20numeros%20inteiros.pdf>. Acesso em: 02 de abr. 2021.
- REVISTA DO PROFESSOR DE MATEMÁTICA**. Disponível em: https://rpm.org.br/default.aspx?m_id=1: Destaques da RPM 102. Acesso em: 02 de abr. 2021.
- OS FANTÁSTICOS NÚMEROS PRIMOS**. Disponível em: <http://www.osfantasticosnumerosprimos.com.br/011-estudos-104-heptagono-sequencias-numericas.html>. Acesso em: 02 de abr. 2021.
- EXPLORANDO O QUADRADO MÁGICO**. Matemática Multimídia. Disponível em <https://www.blogs.unicamp.br/m3/explorando-o-quadrado-magico/>: Acesso em: 2 de abr. 2021.
- MATEMÁTICA: MATEMÁTICA INTERATIVA NA INTERNET**. Disponível em: <https://matematica.br/>. Acesso em: 02 de abr. 2021.

MATERIAL DE APOIO

PORTAL DA NOVA ESCOLA: Canal do Educador. Disponível em: <https://educador.brasilecola.uol.com.br/estrategias-ensino/solucionando-quadrados-magicos.htm>. Acesso em: 2 de abr. 2021.

PORTAL SÓ MATEMÁTICA. Disponível em: <https://www.somatematica.com.br/busca.php?palavra=teorema&enviar=%F0%9F%94%8E>. Acesso em: 10 de mar. 2021.

REMATEC, **Revista de Matemática, Ensino e Cultura** / Universidade Federal do Rio Grande do Norte. – Ano 1 n. 1 (jul./nov. 2006). – Natal, RN: EDUFRRN – editora da UFRN, 2006. 124p.: il. Disponível em: <http://www.matematica.seed.pr.gov.br/modules/noticias/article.php?storyid=725>. Acesso em: 10 de mar. 2021.

PORTAL, MATEMÁTICA OBMEP. Disponível em: <https://portaldaobmepimpa.br/index.php/modulo/index?a=1#5>. Acesso em: 10 de mar. 2021.

_____, **π Matemática. pt.** Disponível em: <https://www.matematica.pt/>. Acesso em: 10 de mar. 2021.

_____, **MATEMÁTICA.COM.BR**. Disponível em: <https://www.matematica.com.br/>. Acesso em: 10 de mar. 2021.

_____, **Toda Matéria.** Disponível em: <https://www.todamateria.com.br/matematica/> Acesso em: 10 de mar. 2021.

_____, **MATEMÁTICUÊS: Matemática é Fácil!** Disponível em: <http://www.matematicues.com.br/busca.php> Acesso em: 10 de mar. 2021.

ENTREGA/ AVALIAÇÃO

A avaliação é processual formativa e supõe o desenvolvimento de todas as etapas desta atividade de aprendizagem, de modo a contemplar os eixos estruturantes programados ao longo da Unidade Curricular. Assim, devem ser consideradas tanto as interações na roda de diálogo, pesquisa e produção de maquetes, painel integrado, banner ou outras formas de produções autorais, no formato impresso ou digital, ou outro material que possa produzir e/ou construir. Socialização da pesquisa, da produção escolhida e dos materiais concretos construídos.

Além da avaliação pelo professor, sugere-se que os colegas também possam avaliar de forma colaborativa o material produzido pela turma. Ao avaliar, o professor deve verificar se as produções:

- atendem ao tema delimitado;
- expressam de forma adequada as informações e a contextualização;
- apresentam conceitos e argumentos que sustentam a finalização;
- pautam informações pertinentes e diversificadas;
- têm caráter autoral, ou seja, que não sejam cópias (plágios).

OBSERVAÇÕES

A arquitetura desta Unidade Curricular envolve desafios pedagógicos específicos, perante os quais estudantes e professor precisam ter em conta, a princípio, os seguintes aspectos.

1. Esta Unidade Curricular trata de pesquisas, investigações e demonstrações sobre situações mágicas e desafiadoras da matemática, suas aplicações e contextualizações no ramo da álgebra e geometria, envolvendo curiosidades e desafios conceituais interessantes, hipóteses, ideias e produção que pode ser materializada, em linguagens representativas, sob a perspectiva de uma abordagem interdisciplinar (Matemática e Física, dentre outras), na medida em que tematiza problemas, contestações e soluções postas na vida cotidiana e social no âmbito individual e coletivo. Em tese, essa abordagem induz uma experiência de aprendizagem multifocal (desenvolver saberes que focam no engajamento, organização, desenvolver ajuda mútua e solidária com interações mais fortalecidas), que implica o efetivo comprometimento por parte dos estudantes e do professor nas atividades de estudos, pesquisa e produção autoral, sob pena de margear apenas divulgações panfletárias da ciência.

2. Em virtude de os desafios da Matemática no contexto das curiosidades, dicas e passatempos serem foco da Unidade Curricular, recomenda-se que, consensualmente, professor e estudantes façam adequações e/ou delimitações das habilidades, objetivos da Unidade e objetos de conhecimento que julgarem pertinentes. Isso pode potencializar, estrategicamente, níveis de aprofundamento e investigação, desenvolvimento de competências socioemocionais, tomada de decisão e protagonismo dos estudantes no processo de construção do conhecimento. Supondo isso, por exemplo, é possível selecionar e sistematizar diferentes focos de abordagem a serem trabalhados à volta desta Unidade, integrando Matemática, Física e outras unidades.

3. A sugestão didática procura enlaçar, no conjunto das atividades de construção e ampliação do conhecimento, os objetos de conhecimento, as técnicas de metodologia de pesquisa e as estratégias pedagógicas. As etapas da sugestão didática correspondente oportunizam ao estudante um roteiro lógico de aprendizagem de competências, habilidades, processos, conceitos e práticas, que lhe facultem a experiência de minimizar a construção fragmentária do conhecimento e desenvolver ações possíveis ou adequadas em sua realidade escolar e local.

ÁREAS DO CONHECIMENTO

MATEMÁTICA E SUAS TECNOLOGIAS

MATEMÁTICA E FÍSICA, TEORIA E PRÁTICA

MATEMÁTICA E FÍSICA, TEORIA E PRÁTICA

APRESENTAÇÃO

Esta Unidade Curricular aborda conceitos de Física, enquadrando a Matemática como ferramenta para modelagem. Dessa forma, estão presentes temas como Leis de Kepler, hidrostática, força, óptica, cargas elétricas, vetores, geometria, trigonometria, razão e proporção. São propostas atividades práticas com objetivo de fomentar a curiosidade e enriquecer a criatividade, a autonomia e o trabalho em equipe. É proposta uma pesquisa sobre energias limpas e renováveis culminando em apresentações.

COMPETÊNCIAS

1. Utilizar estratégias, conceitos e procedimentos matemáticos para interpretar situações em diversos contextos, sejam atividades cotidianas, sejam fatos das Ciências da Natureza e Humanas, das questões socioeconômicas ou tecnológicas, divulgados por diferentes meios, de modo a contribuir para uma formação geral.
3. Utilizar estratégias, conceitos, definições e procedimentos matemáticos para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente.

OBJETIVOS

- Ampliar o conhecimento matemático por meio de aplicações na Física.
- Modelar conceitos físicos com argumentos da Matemática.
- Realizar produções escritas e apresentações.

RELAÇÃO COM OUTRA(S) UNIDADE(S):

- Os Movimentos da Matemática: cinemática dos objetos
- Vida de Cientista - de Malucos a Heróis!
- Elementar, meu caro Watson! As Ciências Forenses aplicadas na elucidação de crimes
- Práticas em Química Experimental. do conhecimento popular ao científico

CARGA HORÁRIA



Semestral - semanal (02 aulas)
carga horária total (40 aulas)

EIXOS ESTRUTURANTES RELACIONADOS



- Investigação Científica
- Processos Criativos
- Empreendedorismo

COMPONENTES CURRICULARES E CONHECIMENTOS GERAIS ARTICULADOS



- Matemática: geometria, trigonometria, vetor, razão e proporção.
- Física: eletrostática, mecânica e óptica.

PERFIL DOCENTE



- Possuir licenciatura em Matemática.
- Experiências e/ou interesse no campo de pesquisa.
- Conhecimento e/ou disposição para o uso de metodologias ativas e Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação (TDIC).

RECURSOS



- Computador ou smartphone ou tablete com planilha eletrônica instalada.
- Lousa física ou digital.
- Acervo impresso ou digital de material de pesquisa.

ORGANIZADOR CURRICULAR

EIXO ESTRUTURANTE: INVESTIGAÇÃO CIENTÍFICA

HABILIDADES

Habilidade dos Itinerários Formativos Associada às Competências Gerais da BNCC:

(MS.EMIFCGo3) Utilizar informações, conhecimentos e ideias resultantes de investigações científicas para criar ou propor soluções para problemas diversos.

Habilidades Específicas dos Itinerários Formativos Associadas ao Eixo Estruturante:

(MS.EMIFMATo1) Investigar e analisar situações-problema identificando e selecionando conhecimentos matemáticos relevantes para uma dada situação, elaborando modelos para sua representação.

(MS.EMIFMATo2) Levantar e testar hipóteses sobre variáveis que interferem na explicação ou resolução de uma situação-problema elaborando modelos com a linguagem matemática para analisá-la e avaliar sua adequação em termos de possíveis limitações, eficiência e possibilidades de generalização.

(MS.EMIFMATo3) Selecionar e sistematizar, com base em estudos e/ ou pesquisas (bibliográfica, exploratória, de campo, experimental etc.) em fontes confiáveis, informações sobre a contribuição da Matemática na explicação de fenômenos de natureza científica, social, profissional, cultural, de processos tecnológicos, identificando os diversos pontos de vista e posicionando-se mediante argumentação, com o cuidado de citar as fontes dos recursos utilizados na pesquisa e buscando apresentar conclusões com o uso de diferentes mídias

EIXO ESTRUTURANTE: PROCESSOS CRIATIVOS

HABILIDADES

Habilidades dos Itinerários Formativos Associadas às Competências Gerais da BNCC:

(MS.EMIFCGo5) Questionar, modificar e adaptar ideias existentes e criar propostas, obras ou soluções criativas, originais ou inovadoras, avaliando e assumindo riscos para lidar com as incertezas e colocá-las em prática.

(MS.EMIFCGo6) Difundir novas ideias, propostas, obras ou soluções por meio de diferentes linguagens, mídias e plataformas, analógicas e digitais, com confiança e coragem, assegurando que alcancem os interlocutores pretendidos.

Habilidades Específicas dos Itinerários Formativos Associadas ao Eixo Estruturante:

(MS.EMIFMATo4) Reconhecer produtos e/ ou processos criativos por meio de fruição, vivências e reflexão crítica na produção do conhecimento matemático e sua aplicação no desenvolvimento de processos tecnológicos diversos.

(MS.EMIFMATo5) Selecionar e mobilizar intencionalmente recursos criativos relacionados à Matemática para resolver problemas de natureza diversa, incluindo aqueles que permitam a produção de novos conhecimentos matemáticos, comunicando com precisão suas ações e reflexões relacionadas a constatações, interpretações e argumentos, bem como adequando-os às situações originais.

(MS.EMIFMATo6) Propor e testar soluções éticas, estéticas, criativas e inovadoras para problemas reais, considerando a aplicação dos conhecimentos matemáticos associados ao domínio de operações e relações matemáticas simbólicas e formais, de modo a desenvolver novas abordagens e estratégias para enfrentar novas situações.

EIXO ESTRUTURANTE: MEDIAÇÃO E INTERVENÇÃO SOCIOCULTURAL

HABILIDADES

Habilidade dos Itinerários Formativos Associada às Competências Gerais da BNCC:

(MS.EMIFCG09) Participar ativamente da proposição, implementação e avaliação de solução para problemas socioculturais e/ou ambientais em nível local, regional, nacional e/ou global, corresponsabilizando-se pela realização de ações e projetos voltados ao bem comum.

Habilidade Específicas dos Itinerários Formativos Associada ao Eixo Estruturante:

(MS.EMIFMAT07) Identificar e explicar questões socioculturais e ambientais aplicando conhecimentos e habilidades matemáticas para avaliar e tomar decisões em relação ao que foi observado.

OBJETOS DE CONHECI- MENTO

- Conceitos da Física envolvendo forças, hidrostática, óptica geométrica, eletricidade e energia
- Conceitos da Matemática envolvendo geometria, razão, proporção e trigonometria

SUGESTÕES DIDÁTICAS

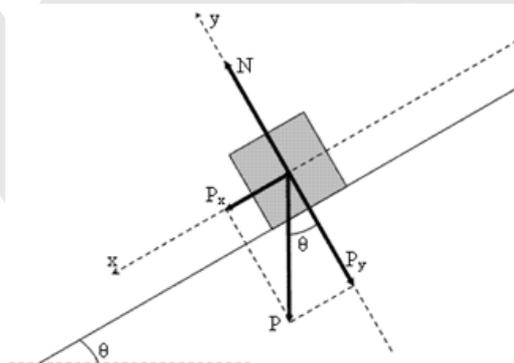
Primeira parte

Abordar assuntos referentes à Física que serão estudados com ênfase em conceitos da Matemática. Havendo possibilidade de abordagem de outros conceitos, o professor poderá escolher a temática que mais se adequa à sua realidade escolar.

Propor como fonte inspiradora, um vídeo sobre as Leis de Kepler e solicitar aos estudantes que identifiquem, a partir dessa temática, elementos matemáticos como: elipse, área e proporção. Dando continuidade, solicitar que realizem um estudo sobre esses conceitos, contendo definições e propriedades. Realizar oficinas de desenhos de uma elipse de modo a tornar a aula mais prática. Propor uma atividades com cálculo do comprimento da elipse e uma situação de cálculo de área, envolvendo a segunda Lei de Kepler. Abrangendo ainda mais o conceito de razão e proporção, pode-se abordar a prensa hidráulica (Princípio de Pascal) de forma prática por meio de instrumentos como seringas de volumes diferentes, veja o vídeo https://www.youtube.com/watch?v=vZLUzu6_xmc. Saiba mais em https://sites.ifi.unicamp.br/lunazzi/files/2014/04/JoaoP_LandersRF2.pdf.

Utilizar o seguinte problema para o conceituar forças: um bloco que está preso por uma corda será arrastado, qual a melhor posição da corda para que se faça menos força?

A partir daí, discutir e observar os conceitos físicos relacionados às Leis de Newton e a decomposição vetorial de forças, envolvendo conhecimentos de trigonometria. Por exemplo, considerando a figura abaixo, peça para que expliquem o significado de cada um dos vetores, porque os ângulos são iguais e, se considerar o atrito da rampa, aparecerá outro vetor, em que direção e sentido. Essa atividade pode demandar mais tempo do que de costume, a intenção é que os estudantes, de fato, compreendam tais decomposições. Indicar vídeos, sites, livros, e propor discussões em grupo, de modo a nortear o caminho. Atividades com dados numéricos podem enriquecer o entendimento.



Uma sugestão é introduzir o conceito de equilíbrio, por meio de estudos sobre a armação de telhado, conhecida como tesoura de madeira, explorando conceitos de peso e figuras rígidas. É interessante uma armação de palitos como protótipo do estudo.

Um outro problema a ser proposto pode ser o seguinte: dados um parafuso e uma chave com cabo longo. Para que se faça menos força ao apertar o parafuso, em qual região do cabo uma pessoa deve segurar e tentar girar? Nesse caso, os estudantes podem realizar tentativa e erro a fim encontrar a melhor posição, e, conseqüentemente, buscarem por uma explicação física com modelagem matemática, culminando em conceitos de momento ou torque.

Segunda parte

O princípio de propagação da luz é um conceito físico, entretanto, quando a luz é refletida, surgem ângulos, reta normal, dentre outros conceitos matemáticos. Como forma prática de explorar essa interação da Física com a Matemática, propor aos estudantes que sejam formados grupos para a construção de um Periscópio, gerando relatório, contendo fontes de pesquisa e uma explicação física com argumentos matemáticos sobre a posição correta dos espelhos no instrumento (papel alumínio ou laminado pode ser uma alternativa para os espelhos). Um outro experimento que pode ser desenvolvido é a câmara escura com orifício, envolvendo semelhança de triângulo e tamanho de imagens. Há uma vasta quantidade de aplicações matemáticas nesse assunto, saiba mais em <https://repositorio.bc.ufg.br/tede/bitstream/tede/6769/5/Disserta%C3%A7%C3%A3o%20-%20Manoel%20Nunes%20do%20Couto%20Guimar%C3%A3es%20Netto%20-%202015.pdf>.

Havendo a possibilidade de explorar o conceito de lentes, utilize o software GeoGebra ou outra aplicação para simular a propagação de raios luminosos e formação de imagens. Acesse o link: <https://www.geogebra.org/m/pfzxc9f5> para simulação.

Terceira parte

Recomendar reflexões e cálculo da força resultante entre cargas elétricas. Em eletrodinâmica há muitas fórmulas a serem compreendidas. Somente pelo ponto de vista da matemática, por exemplo, na fórmula de força elétrica, há constante e variáveis diretamente e inversamente proporcionais (um adendo seria a semelhança com a força gravitacional entre dois corpos). Há também casos em que é possível calcular o vetor da força resultante de duas cargas puntiformes positivas à uma terceira carga de mesmo sinal. Aqui é interessante estudar casos em que as três cargas são colineares. Para o caso de as cargas serem não colineares o professor pode nortear os estudantes a conjecturar fórmulas, abordando a Lei dos Cossenos e, conseqüentemente, uma explicação matemática para a diferença, envolvendo o sinal nessa fórmula nos livros de Matemática e de Física. Para isso, indique pesquisas sobre cosseno de ângulos suplementares.

Produto Final

Sugerir pesquisas com apresentações. Embora esteja como última seção, o produto final pode ser iniciado no meio do semestre ou antes, já que demanda pesquisas e compreensão da parte dos estudantes. A sugestão é organizá-los em grupos de 5 integrantes com objetivo de realizarem estudos, ensaios, pesquisas, dentre outros, sobre energias limpas e renováveis, considerando as Ciências, ao menos Física e Matemática, sendo essenciais para a preservação do meio ambiente e da qualidade de vida. É esperado que os estudantes compreendam o significado do kwh, o impacto na natureza quando recorre-se às termelétricas como alternativa energética, a importância do horário de verão nos anos anteriores, a obtenção de energias do tipo eólica e fotovoltaica ou similares, bem como um entendimento básico da Ciência que torna esses instrumentos possíveis. As formas de apresentações podem ser diversas, os estudantes podem optar por produção de vídeos, de slides em powerpoint, de banners, maquetes, réplicas de aparelhos de captação de energia, dentre outros.

FONTES E MATERIAL DE APOIO

FONTE PRINCIPAL

Só Física. Plano Inclinado. Disponível em: <https://www.sofisica.com.br/conteudos/Mecanica/Dinamica/pi.php>. Acesso em: 09 nov de 2021.

GONZAGA, A. C. S. **A GEOMETRIA DA ÓPTICA GEOMÉTRICA E DA ÓPTICA FÍSICA.** UNIVERSIDADE CATÓLICA DE BRASÍLIA, BRASÍLIA, 2006. Uberlândia: 2005. Disponível em: <https://repositorio.ucb.br:9443/jspui/bitstream/10869/1874/1/Aline%20Cristyna%20Santos%20Gonzaga.pdf>. Acesso em: 29 out 2021.

BERGAMIM, J. P. C. **Princípio de Pascal em um Experimento Auto-explicativo.** UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS, CAMPINAS, 2007.

GeoGebra. **Óptica geométrica - Lentes esféricas.** Disponível em: <https://www.geogebra.org/m/pfzxc9f5>. Acesso em: 04 nov 2021.

Física Universitária. Tema 02 - **Hidrostática | Experimentos - Princípio de Pascal: elevador hidráulico.** Disponível em: https://www.youtube.com/watch?v=vZLUzu6_xmc. Acesso em: 04 nov 2021.

RAMALHO, J. F.; FERRARO, N. G.; SOARES, P. A. T. **OS FUNDAMENTOS DA FÍSICA.** vol. 1, 2 e 3. 9ª ed. São Paulo: Moderna, 2007.

IEZZI, G.; MURAKAMI, C. **Fundamentos da Matemática Elementar.** vol. 11. 2ª ed. São Paulo: Atual, 2013. cap. 1.

IEZZI, G. **Fundamentos da Matemática Elementar.** vol. 3. 9ª ed. São Paulo: Atual, 2013.

DOLCE, O.; POMPEO, J. N. **Fundamentos da Matemática Elementar.** vol. 9. 9ª ed. São Paulo: Atual, 2013.

MATERIAL DE APOIO

LIMA, E. L.; CARVALHO, P. C. P.; WAGNER, E.; MORGADO, A. C. **A Matemática do Ensino Médio.** vol. 1, 2 e 3. 11ª ed. Rio de Janeiro: SBM, 2016.

HALLIDAY, D.; WALKER, J.; RESNICK R. **Fundamentos de Física: Mecânica.** Vol. 1, 10ª. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2016.

HALLIDAY, D.; WALKER, J.; RESNICK R. **Fundamentos de Física: Gravitação, Ondas e Termodinâmica.** Vol. 2., 10ª. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2016.

HALLIDAY, D.; WALKER, J.; RESNICK R. **Fundamentos de Física: Eletromagnetismo.** Vol. 3, 10ª. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2016.

HALLIDAY, D.; WALKER, J.; RESNICK R. **Fundamentos de Física: Óptica e Física Moderna.** Vol. 4, 10ª. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2016.

ENTREGA/ AVALIAÇÃO

A avaliação é processual e supõe o desenvolvimento de todas as etapas desta atividade de aprendizagem. Além da avaliação pelo professor, sugere-se que os colegas da turma também possam avaliar de forma colaborativa o material produzido.

Ao avaliar, o professor deve verificar se os produtos finais:

- atendem ao tema delimitado;
- expressam de forma adequada as informações e a contextualização;
- apresentam justificativas e argumentos que sustentam a conclusão;
- pautam informações pertinentes e diversificadas;
- têm caráter autoral, ou seja, que não sejam cópias (plágios).

OBSERVAÇÕES

- Foram abordados alguns tópicos da Física e da Matemática na sugestão didática, pensando em um tempo médio de execução, no entanto, caso seja possível, o professor pode optar por expandir a Unidade Curricular com conceitos mais aprofundados ou outros estudos como trabalho, empuxo, termodinâmica, eletromagnetismo, dentre outros.
- Existem várias plataformas e softwares que podem enriquecer esta Unidade Curricular, por exemplo, no Tinkercad é possível prototipar vários tipos de circuitos, como resistores em paralelo, série ou mistos e programar utilizando arduino. Avançar conforme a disponibilidade de equipamentos da escola e o interesse dos estudantes.
- O produto final pode ser uma alternativa que venha ao encontro da necessidade da comunidade escolar, mas precisa considerar o eixo estruturante, mediação e intervenção sociocultural e as habilidades presentes.

ÁREAS DO CONHECIMENTO

MATEMÁTICA E SUAS TECNOLOGIAS

MODELAGEM MATEMÁTICA

MODELAGEM MATEMÁTICA

APRESENTAÇÃO

A Modelagem Matemática possibilita ao estudante uma compreensão diferenciada de conceitos, estruturas e procedimentos no âmbito da matemática, no que se referem a formas de descrever fenômenos reais em linguagem matemática, como ferramentas para interpretar a realidade. Para Bassanezi (2002) consiste, essencialmente, na arte de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos, cujas soluções devem ser interpretadas na linguagem usual. Nesse sentido, é uma Unidade Curricular (UC) que dará oportunidade para o estudante desenvolver, nas fases de aprendizagem e, principalmente, nas fases iniciais, nas quais a modelagem pode ser menos utilizada, maneiras e comportamentos ativos que tornem o processo mais eficaz. A relevância disso é que o estudante não irá receber informações prontas, mas ele irá construir conhecimentos junto com o professor, e isso faz com que ele participe do processo de estudo, tendo aspectos ativos em suas ações. Em consequência, a aprendizagem torna-se mais eficaz, visto que favorece a integração com objetivos de outros componentes curriculares como Biologia, Química e Física, que também utilizam de modelos matemáticos para explicar seus respectivos fenômenos. Autores como Silva, Almeida e Gerônimo (2011, p.29) consideram que uma atividade de modelagem matemática pode ser construída a partir de uma situação inicial (problemática), a uma situação final desejada (que representa uma solução para a situação inicial), e um conjunto de etapas para passar da situação inicial a situação final. As habilidades propostas nos eixos estruturantes Processos Criativos e Investigação Científica indicam caminhos para ações pedagógicas que ajudam a atingir os objetivos da UC. A mediação do professor é crucial na condução das práticas educacionais sugeridas, visto que visam o trabalho em grupo e pressupõe a busca ativa como forma de exemplo e motivação para os estudantes. Nas sugestões didáticas são apresentadas cinco fases que caracterizam a construção da modelagem matemática como metodologia e, na sequência, um exemplo prático do que poderá ser feito utilizando-se de tais fases, podendo ser adaptado a outros temas conforme estabelecido para o início das atividades.

COMPETÊNCIAS

1. Utilizar estratégias, conceitos e procedimentos matemáticos para interpretar situações em diversos contextos, sejam atividades cotidianas, sejam fatos das Ciências da Natureza e Humanas, ou ainda questões econômicas ou tecnológicas, divulgados por diferentes meios, de modo a consolidar uma formação científica geral.

3. Compreender e utilizar, com flexibilidade e precisão, diferentes registros de representação matemáticos (algébrico, geométrico, estatístico, computacional etc.), na busca de solução e comunicação de resultados de problemas de modo a favorecer a construção e o desenvolvimento do raciocínio matemático.

CARGA HORÁRIA



Semestral - semanal (02 aulas)
carga horária total (40 aulas)

EIXOS ESTRUTURANTES RELACIONADOS



- Investigação Científica
- Processos Criativos

COMPONENTES CURRICULARES E CONHECIMENTOS GERAIS ARTICULADOS



- Matemática: situações problema, medidas e equações.
- Física, Química, Biologia e outras ciências que utilizam da Modelagem matemática para modelar aplicações de seus respectivos fenômenos e eventos.

PERFIL DOCENTE



- Possuir licenciatura em Matemática.
- Interesse em metodologias de aprendizagens ativas, que estabeleçam a dinâmica do trabalho em grupo, do incentivo à pesquisa, à autonomia, ao protagonismo e ao desenvolvimento das competências direcionadas à investigação dos estudantes.

OBJETIVOS

- Compreender as fases e a importância da Modelagem matemática para compreender fenômenos naturais e socioeconômicos.
- Desenvolver modelos matemáticos que resolvam problemas específicos que contribuam com soluções ao cotidiano local, seja escolar ou comunitário, ao qual o estudante esteja inserido.
- Apresentar a(s) modelagem(ns) construída(s) no decorrer da UC à comunidade.

RECURSOS

- Dispositivos com acesso à internet, à lousa digital ou datashow, jornais, revistas e panfletos.

RELAÇÃO COM OUTRA(S) UNIDADE(S)

- Matemática e Física, teoria e prática;
- Modelagem Matemática;
- Os Movimentos da Matemática: cinemática dos objetos.
- Investimentos Inteligentes
- Matemática e Física, teoria e prática
- Noções de Cálculo Diferencial e Integral: Um olhar para suas aplicações
- Os Movimentos da Matemática: cinemática dos objetos
- Software Geogebra, uma possibilidade de aprendizagens mais concretas das habilidades Matemáticas
- Desvendando problemas
- Os desafios da Matemática no contexto das curiosidades, dicas e passatempos
- Os Movimentos da Matemática: cinemática dos objetos
- Biomimética - conhecendo segredos da natureza, buscando ideias fantásticas
- Empreendedor Bicentenário: inteligência artificial, robótica e negócios
- Acidentes Químicos: ignorância ou negligência?

MMS

ORGANIZADOR CURRICULAR

EIXO ESTRUTURANTE: INVESTIGAÇÃO CIENTÍFICA

HABILIDADES

Habilidade dos Itinerários Formativos Associada às Competências Gerais da BNCC:

(MS.EMIFCGo3). Utilizar informações, conhecimentos e ideias resultantes de investigações científicas para criar ou propor soluções para problemas diversos.

Habilidades Específicas dos Itinerários Formativos Associadas ao Eixo Estruturante:

(MS.EMIFMATo1) Investigar e analisar situações-problema identificando e selecionando conhecimentos matemáticos relevantes para uma dada situação, elaborando modelos para sua representação.

(MS.EMIFMATo2) Levantar e testar hipóteses sobre variáveis que interferem na explicação ou resolução de uma situação-problema elaborando modelos com a linguagem matemática para analisá-la e avaliar sua adequação em termos de possíveis limitações, eficiência e possibilidades de generalização.

EIXO ESTRUTURANTE: PROCESSOS CRIATIVOS

HABILIDADES

Habilidade dos Itinerários Formativos Associada às Competências Gerais da BNCC:

(MS.EMIFMATo4) Reconhecer produtos e/ou processos criativos por meio de fruição, vivências e reflexão crítica na produção do conhecimento matemático e sua aplicação no desenvolvimento de processos tecnológicos diversos.

Habilidades Específicas dos Itinerários Formativos Associadas ao Eixo Estruturante:

(MS.EMIFMATo1) Investigar e analisar situações problema identificando e selecionando conhecimentos matemáticos relevantes para uma dada situação, elaborando modelos para sua representação.

(MS.EMIFMATo4) Reconhecer produtos e/ou processos criativos por meio de fruição, vivências e reflexão crítica na produção do conhecimento matemático e sua aplicação no desenvolvimento de processos tecnológicos diversos.

(MS.EMIFMATo6) Propor e testar soluções éticas, estéticas, criativas e inovadoras para problemas reais, considerando a aplicação dos conhecimentos matemáticos associados ao domínio de operações e relações matemáticas simbólicas e formais, de modo a desenvolver novas abordagens e estratégias para enfrentar novas situações.

OBJETOS DE CONHECI- MENTO

- Os objetos de conhecimento relacionados a esta Unidade podem ser articulados de maneira conjunta, como forma de aprofundamento e ampliação das habilidades que estão estabelecidas no Currículo de Referência do Mato Grosso do Sul para a etapa Ensino Médio na área de Matemática e suas Tecnologias. Nessa lógica, professor e estudantes poderão organizar tal articulação que esteja compactuada com o(s) tema(s) de pesquisa da construção de modelo(s) matemático(s). Entretanto, minimamente, são necessários os seguintes objetos de conhecimento:
- Funções;
- Educação Financeira para redução de gastos ou investimentos;
- Observação e organização de dados;
- Produção e análise de gráficos a partir dos dados obtidos em pesquisa;
- Resolução de problemas matemáticos presentes em situações cotidianas relacionadas à Física, Química ou Biologia.

SUGESTÕES DIDÁTICAS

No início (a partir da primeira aula), é viável que o professor elucide o tema da Unidade, destacando as oportunidades de aprendizagens que esta pode favorecer a todos (levando em consideração que os estudantes “escolheram ou foram orientados” a realizá-la, isso é um fato positivo ao prosseguimento da Unidade, visto que a busca ativa do estudante será relevante) no sentido de:

- simular sistemas reais;
- prever cenários;
- melhorar a criatividade;
- desenvolver o pensamento intuitivo;
- oportunizar aprendizagens de novos objetos de conhecimentos, ampliando-os ou aprofundando-os (sendo esse tópico particular a cada indivíduo);
- desenvolver as habilidades dos eixos estruturantes e competências direcionados à Unidade Curricular;
- conceitos matemáticos aplicados no dia a dia do estudante;
- resolver ou melhorar problemas utilizando a matemática.

Obs: Essa primeira fase é um terreno oportuno para motivar e despertar a curiosidade e a imaginação do estudante. Para prepará-lo, pode-se utilizar mais de uma aula conforme o planejamento do professor.

Em sequência, interponha que os estudantes terão oportunidade de construir um ou mais modelos matemáticos no decorrer da Unidade, e, em alguns momentos, quando possível, apresentarem os resultados à comunidade escolar ou na feira de ciências (com relação à feira de ciências, dependerá do calendário da escola em conjunto com o prazo de entrega das atividades definido pelo professor). Após a fase introdutória, identificar os anseios dos estudante por meio de roda de conversa/discussão com o tema: “Como a matemática pode resolver meu(s) problema(s) de forma que desenvolva minhas aprendizagens?” Essa atividade terá como finalidade a interação dos estudantes e com o professor, que intermediará e conduzirá a discussão para que se chegue a uma ou mais conclusões. A partir delas, dividir a turma em grupos para que tenham um problema específico para resolver por modelagem matemática. Esses problemas devem estar em harmonia com o interesse dos estudantes mas, caso for preciso, o professor poderá sugerir temas. Se for necessário, por contextos particulares do local, pode-se estabelecer um único tema para a turma, no entanto, é sugerido que a Unidade tenha mais de um tema para ser desenvolvido pelos grupos. Feito o processo de discussão e definição do(s) tema(s), o professor mediará o início do processo da modelagem. Segundo autores como Almeida, Silva e Vertuan (2012), a mediação é dividida em cinco fases:

- interação - busca por informações sobre a situação-problema em que se pode definir o problema a ser estudado bem como as metas que orientam a sua resolução;
- matematização - consiste na elaboração de uma representação matemática para a situação-problema;
- resolução - compreende a construção de um modelo matemático que consiste em um “conjunto de símbolos e relações matemáticas que representam de alguma forma o objeto matemático” (BASSANEZI, 2002, p. 20);
- interpretação dos resultados - indicados pelo modelo, implica na análise de uma resposta para o problema;
- validação - consiste na análise da resposta associada ao problema.

Como forma de exemplo, ao contemplar tais fases descritas, segue um modelo adaptado de Souza, Silva e Pereira (2014), utilizando-se um dos objetos de conhecimento da Unidade, elencados em 2.2. O formato do modelo pode ser adaptado para outros objetos de conhecimento conforme o tema a ser abordado. É importante destacar que na primeira fase é pressuposto uma situação-problema.

Desenvolvimento

Situação-problema: economizar gastos para despesas referente à lavagem de carro (note que nessa situação é possível ocorrer duas situações habituais da população: lavar o carro na própria residência ou levar o carro para ser lavado no lava a jato).

Pensando em um estilo de vida urbano que exige mais eficácia e rapidez, poupando trabalho, tempo e gastos, as empresas de aparelhos domésticos estão investindo em tecnologia buscando atingir esses objetivos. O orifício de passagem de água da lavadora de alta pressão é menor que 1 milímetro, já o da mangueira é dez vezes maior. Ou seja, a lavadora libera menos água que a mangueira comum. A lavadora de alta pressão trabalha com uma vazão de 300 litros por hora, enquanto a mangueira 2.400 litros por hora, a lavadora representa aproximadamente apenas 12,5% da vazão de água da mangueira em uma hora.

Interação - Coleta de preços na cidade: O preço da água, por metro cúbico, pode ser encontrado no talão da fatura do consumo de água. Já o preço médio da lavagem no lava a jato pode ser encontrado com pesquisa em estabelecimentos da região local ou na internet; em livros, revistas ou jornais que dizem a quantidade da vazão de uma lavadora de alta pressão por hora. Com isso, estima-se o valor em reais de uma máquina de alta pressão mais acessível ao público, em questões de custo-benefício, na loja física ou on-line. O valor da energia pago por kWh pode ser verificado na fatura da conta de energia. A quantidade de kWh que é utilizada pela lavadora escolhida, pode ser encontrada no manual de instrução do aparelho ou na internet.

Definição do problema: A partir de quantas lavagens compensa comprar uma lavadora de alta pressão ao invés de levar o carro para o lava a jato?

Matematização: Essa fase é destinada para a construção matemática, assim, para o levantamento de hipóteses é necessário:

H1: O valor d' água em

m^3 é de R\$ 5,61

H2: O valor da eletricidade em kwh é de R\$ 0,8463/ kWh

H3: O valor que a lavadora consome é de 1,5 kWh

H4: O preço gasto da eletricidade é de R\$ 1,26 / kWh

H5: O valor da lavadora é de R\$ 300,00 (como o valor varia conforme o modelo, no caso aqui abordado pode-se utilizar um valor médio, isso serve para qualquer valor dessa natureza)

H6: O tempo médio para lavar um carro com a lavadora é de 15 min

H7: O valor gasto de água é de R\$ 0,42

H8: Valor médio da lavagem no lava jato da cidade

Variável independente: quantidade de lavagens (t)

Variáveis dependentes: valor pago com máquina de alta pressão mais gastos de energia e água (VM, em reais); valor pago em um lava a jato (VL, em reais)

Obs 1: H1 e H2 foram estipulados em valores definidos pelas concessionárias de abastecimento de água e energia do município de Campo Grande - MS no ano de 2021 juntamente com valor de H8.

Obs 2: Perceber que para VM será $300+1,26+0,42$, ou seja, $VM=H5+H4+H7$.

| Quantidade de lavagens | Valor em R\$ com a lavadora de alta pressão (□□) | Valor em R\$ com lava a jato (□□) |
|------------------------|--|-----------------------------------|
| □ ₁ | 301,68 | 40 |
| □ ₂ | 303,36 | 80 |
| ⋮ | ⋮ | ⋮ |
| □ _n | 313,44 | 320 |

Tendo como base a tabela, pode-se escrever duas expressões algébricas para VMe VL, sendo assim:

$$VM=300+1,68t \text{ e } VL=40t.$$

Resolução: Os dois valores geram dois gráficos, respectivamente. Por se tratarem de funções, é o momento de analisar aspectos do gráfico. Nessa fase, é viável recorrer a recursos digitais, se for possível, caso contrário, é uma análise para ser feita “a mão”. Chegará um momento dos gráficos que eles se interceptam, será o momento em que

VM e VL ficam iguais, e partir disso VL terá valores mais altos do que VM, isso ocorre porque a taxa de variação de VL é maior que VM. Essa fase será uma oportunidade mais acentuada para o professor mediar os conhecimentos ajudando os estudantes na compreensão matemática em questão. Atenta-se ao fato de que a mediação ocorrerá em todas as fases do desenvolvimento da Unidade, no entanto, as fases de matematização e resolução podem necessitar de mais tempo ou aulas para serem desenvolvidas.

Interpretação e validação: A única interseção entre as retas corresponde a quando o valor do lava jato e da lavadora de alta pressão são iguais. Sendo assim, as lavagens representadas após o ponto de interseção, que é a região do gráfico após a esse ponto, serão as lavagens em que o lava jato fica mais caro progressivamente do que a máquina de alta pressão; e a região do gráfico anterior ao ponto de interseção das retas são os preços em que a máquina de alta pressão é mais cara que o lava jato. Em apenas 8 lavagens após ter comprado a lavadora de alta pressão, o valor dela sairá mais barato em relação ao preço do lava jato.

Produto final para a unidade

Produzir um portfólio individualmente, contendo o passo a passo das pesquisas, trabalhos executados e concluídos nas etapas anteriores. É importante seguir “a linha do tempo” em que as etapas foram desenvolvidas. Esse portfólio e as explicações podem ser compartilhadas e expostas no ambiente escolar para todos os estudantes e funcionários.

FONTES E MATERIAL DE APOIO

FONTE PRINCIPAL

BRASIL. Presidência da República. Lei nº 13.415, de 16 de fevereiro de 2017. Altera a Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB), implementando as mudanças previstas para o Novo Ensino Médio. Disponível em: http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_Ato2015-2018/2017/Lei/L13415.htm. Acesso em: 08 dez. 2020.

BRASIL. Ministério da Educação/Conselho Nacional de Educação/Câmara de Educação Básica. Resolução CEB/CNE nº 3, de 21 de novembro de 2018. Atualiza as Diretrizes Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (DCNEM). Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/reso398.pdf>. Acesso em: 08 dez. 2020.

BRASIL. Ministério da Educação/Conselho Nacional de Educação/Secretaria Executiva. Resolução nº 4, de 17 de dezembro de 2018. Institui a Base Nacional Comum Curricular na Etapa do Ensino Médio (BNCC-EM). Disponível em:

http://portal.mec.gov.br/index.php?option=com_docman&view=download&alias=104101-rcp004-18&category_slug=dezembro-2018-pdf&Itemid=30192. Acesso em: 08 dez. 2020.

BRASIL. Ministério da Educação. Portaria nº 1.432, de 28 de dezembro de 2018. Estabelece os referenciais para elaboração dos itinerários formativos. Disponível em:

<http://novoensinomedio.mec.gov.br/#!/marco-legal>. Acesso em: 08 dez. 2020.

BRASIL. Ministério da Educação. Planejando a próxima década: conhecendo as 20 metas do Plano Nacional de Educação. Disponível em: <http://novoensinomedio.mec.gov.br/#!/marco-legal>. Acesso em: 08 dez. 2020.

BRASIL. Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular: educação é a base. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/>. Acesso em: 17 jul. 2020.

DEMO, P. Educar pela pesquisa. São Paulo: Autores associados, 2003.

ALMEIDA, L. W. de; SILVA, K. P. da; VERTUAN, R. E. Modelagem Matemática na Educação Básica. São Paulo: Contexto, 2012.

SILVA, K. A. P.; ALMEIDA, L. M. W.; GERÔLMO, A. M. L. “Aprendendo” a fazer modelagem matemática: a vez do aluno. Educação Matemática em Revista. São Paulo, v. 1, p. 28-36, 2011.

BASSANEZI, R. C.. Ensino-aprendizagem com Modelagem Matemática: uma nova estratégia. 3. ed. São Paulo: Contexto, 2010.

BARBOSA, J. C. Modelagem Matemática: O que é? Por que? Como? Veritati, n. 4, p. 73-80, 2004

LAVADORA de alta pressão economiza até 80% de água; entenda como. Bonde, 2016. Disponível em: <<https://www.bonde.com.br/casa-e-decoracao/dicas/lavadora-de-alta-pressao-economiza-ate-80-de-agua-entenda-como-402149.html>>. Acesso em: 23, abril e 2021.

LEITE, Isabela. Economizar água utilizando lavadora de alta pressão. G1. Disponível em: <[http://www2.rc.unesp.br/eventos/matematica/ebapem2008/upload/281-1-A-gt2_silva%20j%C3%BAnior_tc.pdf](http://g1.globo.com/sao-paulo/blog/como-economizar-agua/post/como-economizar-agua-usando-lavadoras-de-alta-pressao-na-limpeza.html#:~:text=O%20gerente%20nacional%20de%20uma,%24%200%2C50%20de%20energia.>. Acesso em: 17 jul. 2020</p>
<p>SOUZA, Lucas; SILVA, Karina; PEREIRA, Fernando. Proposta de Aplicação de uma Atividade de Modelagem Matemática no Ensino Médio. Campo Mourão: Encontro Paranaense de Educação Matemática, 2014 .</p>
<p>ALMEIDA, L. M.; DIAS, M. R. D. Um estudo sobre o uso da Modelagem Matemática como Estratégia de Ensino e Aprendizagem. Bolema, Rio Claro, ano 17, n. 22, 2004. Disponível em: . Acesso em: 12 abr. 2021.</p>
<p>BARBIERI, D.D., BURAK, D. Modelagem Matemática e suas implicações para a aprendizagem significativa: um recurso pedagógico para o ensino de matemática. 2005. Disponível em:. Acesso em: 20 abr. 2021.</p>
<p>QUARTIERI, M. T. A Modelagem Matemática na escola básica: a mobilização do interesse do aluno e o privilegiamento da matemática escolar. 2012. 199 f. Tese (doutorado) - Universidade do Vale do Rio dos Sinos, Programa de Pós-Graduação em Educação, São Leopoldo, 2012.</p>
<p>QUARTIERI, T. M.; KNIJNIK, G. Modelagem matemática na escola básica: surgimento e consolidação. Caderno pedagógico, Lajeado, v. 9, n. 1, p. 9-26, 2012.</p>
<p>SILVA JÚNIOR, G. B. Biologia e matemática: diálogos possíveis no ensino médio. Dissertação de mestrado. Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais. Programa de Pós-Graduação em Ciências e Matemática. Belo Horizonte, 2008. Disponível em:<. Acesso em: 20 abr. 2015.

MATERIAL DE APOIO

BARBOSA, J. C. Modelagem Matemática: O que é? Por que? Como? Veritati, n. 4, p. 73-80, 2004

D' AMBROSIO, B. S. Como ensinar matemática hoje? Temas e Debates. SBEM. Ano II. N2. Brasília. 1989. p. 15-19

FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. Investigação em Educação Matemática: percursos teóricos e metodológicos. Campinas: Autores associados, 2006.

ALMEIDA, L. W. de; SILVA, K. P. da; VERTUAN, R. E. Modelagem Matemática na Educação Básica. São Paulo: Contexto, 2012.

BASSANEZI, R. C. Ensino-aprendizagem com modelagem matemática: uma nova estratégia. São Paulo: Contexto, 2002.

BARBIERI, D.D., BURAK, D. Modelagem Matemática e suas implicações para a aprendizagem significativa: um recurso pedagógico para o ensino de matemática. 2005. Disponível em:. Acesso em: 20 abr. 2021.

SOUZA, L. et. al. Proposta de Aplicação de uma Atividade de Modelagem Matemática no Ensino Médio. 12. ed. Campo Mourão: EPREM, 2014.

BIEMBENGUT, M. S. Modelagem Matemática: mapeamento das Ações Pedagógicas dos Educadores de Matemática. Tese de Pós- doutorado, São Paulo, 2003.

BIEMBENGUT, M. S. 30 Anos de Modelagem Matemática na Educação Brasileira: das propostas primeiras às propostas atuais. Alexandria Revista de Educação em Ciência e Tecnologia, v. 2, n. 2, p.7-32, jul. 2009.

CHAVES, M. I. A. Modelando matematicamente questões ambientais relacionadas com a água a propósito do ensino-aprendizagem de funções na 1ªsérie do ensino médio. Dissertação de Mestrado em Educação em Ciências e Matemáticas da Universidade Federal do Pará, 2005.

COREN. Boas Práticas: cálculo seguro. Vol. 2, Cálculo e diluição de medicamentos. São Paulo: COREN- Conselho Regional de Enfermagem,SP, 2011.

DAL CORTIVO et al. Modelamento Matemático Aplicado às Ciências Biológicas e à Farmacologia. Ciências Farmacêuticas, Vol. 1, N o 1, Brasília, Janeiro/Março 2003. Disponível em: . Acesso em: 15 mar. 2015.

GRAMS, A. L. B. Modelagem matemática no ensino médio: percepção matemática por meio da música. Dissertação de mestrado. Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul. Porto Alegre. 2014. Disponível em:< <http://reposito.rio.pucrs.br/dspace/bitstream/10923/6718/1/000459264-Texto%2bCompleto-o.pdf>>. Acesso em: 15 mai. 2021.

ENTREGA/ AVALIAÇÃO

A avaliação é processual e supõe o desenvolvimento de todas as etapas desta atividade de aprendizagem, de modo a contemplar os eixos estruturantes programados ao longo da Unidade Curricular. Assim, devem ser consideradas tanto as interações na roda de diálogo, pesquisa e produção escrita de ensaio, apresentação em banner impresso ou digital, ou outro material que possa produzir e/ou construir. Socialização da pesquisa e produção escrita do ensaio e materiais concretos construídos.

OBSERVAÇÕES

- Alguns materiais serviram tanto para referências, quanto para material de apoio ao professor.
- A metodologia de modelagem matemática favorece práticas pedagógicas ativas, em que os estudantes podem escolher um tema de pesquisa e, o professor deve levar em consideração as palavras, atitudes e expressões dos estudantes para mediar a escolha do tema.



MS



MS

MATEMÁTICA E SUAS TECNOLOGIAS

O QUE VOCÊ DESCOBRIU NA MATEMÁTICA,
TEOREMAS, APLICAÇÕES?

O QUE VOCÊ DESCOBRIU NA MATEMÁTICA, TEOREMAS, APLICAÇÕES?

APRESENTAÇÃO

Um dos domínios do pensamento científico é a capacidade e a habilidade de reconhecer verdades que são visíveis somente “aos olhos da mente”, como diz Platão, e de ampliar formas e estruturas de trabalhar com elas. Esse tipo de domínio é tão válido hoje quanto o foi no tempo dos antigos filósofos matemáticos. Essas verdades podem ser verificadas, utilizando demonstrações matemáticas, pois a Base Nacional Comum Curricular (2018), traz a construção de conjecturas a partir de hipóteses em competências específicas, as quais devem contribuir para a formação de um tipo de raciocínio hipotético-dedutivo importante para a articulação das aprendizagens dos estudantes.

O conhecimento humano precisa da matemática como ciência investigativa, pois ela não é somente uma abstração formal, ela também modela, esquematiza e expõe diversos fenômenos naturais que são objetos das ciências empíricas, pois o fato de buscar validação de hipóteses e relacionar a lógica com situações práticas comuns, a caracteriza como uma ciência. Neste contexto, o estudo dos Teoremas é importante, tendo em vista que esse conhecimento e a manipulação desses conceitos matemáticos abrem espaço para a elaboração e comprovação de conjecturas. A palavra Teorema significa em grego “penso, medito”, assim, o Teorema é um conceito que consiste em se conseguir provar a veracidade de uma afirmação através de outras afirmações (outros Teoremas), e isso, provém de um processo lógico, chamado de sistema axiomático, ou seja, algo dito como verdade, óbvio.

Ao iniciar esta Unidade Curricular é interessante abordar aspectos presentes nos vídeos “Demonstração: como provar um Teorema I a Matemaniaca” (2018) e “Postulados e Teoremas” (2020), para dialogar com os estudantes sobre as questões investigativas do dia a dia, verdades comprovadas e duvidosas, que podem pouco a pouco serem desvendados de forma empíricas e/ou comprovações formais existentes no mundo, comprovações essas que revelam a importância do desenvolvimento e da organização de raciocínio lógico-dedutivo. Neste sentido, elaborar questionamentos que levem a reflexão que a matemática é uma ciência encontrada em quase tudo que existe ao nosso redor e problematizá-la pode ser um instrumento eficiente para a compreensão de diversos conceitos, considerando que esses saberes podem ser aplicados em várias áreas do conhecimento escolar. No contexto deste estudo, pode integrar as competências socioemocionais, como: curiosidade para aprender, determinação, persistência e imaginação criativa, expresso em pesquisas, elaboração de argumentos empíricos, formais, raciocínio lógico e outras.

CARGA HORÁRIA



Semestral - semanal (02 aulas)
carga horária total (40 aulas)

EIXOS ESTRUTURANTES RELACIONADOS



- Investigação científica
- Processos criativos

COMPONENTES CURRICULARES E CONHECIMENTOS GERAIS ARTICULADOS



- Matemática (Teoremas: propriedades, aplicações, hipóteses, afirmações e provas investigativas).

PERFIL DOCENTE



- Possuir licenciatura em Matemática.
- Ter desenvolvido e/ou desenvolver atividades de pesquisa e estudos no campo de conhecimento correspondente à Unidade Curricular, tornando-a mais contextualizada e integrada aos outros componentes.
- Desenvolver habilidades em metodologias de aprendizagens e tecnologias, que estabeleçam a dinâmica do trabalho em grupo, do incentivo a pesquisa, da autonomia e do protagonismo relacionados às competências socioemocionais dos estudantes.

É notório que a matemática provoca várias emoções em estudantes e na comunidade em geral e, quando há integração com outras áreas do conhecimento, ela potencializa os valores do desenvolvimento no processo de ensino e de aprendizagem interdisciplinar na escolarização dos estudantes.

COMPETÊNCIAS

- 3. Utilizar estratégias, conceitos, definições e procedimentos matemáticos para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente.
- 5. Investigar e estabelecer conjecturas a respeito de diferentes conceitos e propriedades matemáticas, empregando estratégias e recursos, como observação de padrões, experimentações e diferentes tecnologias, identificando a necessidade, ou não, de uma demonstração cada vez mais formal na validação das referidas conjecturas.

OBJETIVOS

- Compreender as propriedades, conceitos e aplicações na perspectiva dos Teoremas matemáticos.
- Pesquisar as aplicações e contextualizações dos Teoremas em: livros, artigos, documentários e/ou vídeos, articulados ao desenvolvimento de saberes históricos já existentes.
- Ampliar o pensamento matemático criativo e reflexivo dos estudantes, por meio dos estudos, pesquisas e reflexões no contexto dos Teoremas da matemática.
- Desenvolver competências socioemocionais como: determinação, persistência, autoconfiança, curiosidade para aprender, imaginação criativa.
- Construir maquetes, painel, banner e/ou outras formas de produções autorais.

RELAÇÃO COM OUTRA(S) UNIDADE(S)

- Além do real, o imaginário;
- Desvendando Problemas;
- História da Matemática: pesquisa e (re)construção do conhecimento.

RECURSOS

- Dispositivos eletrônicos com acesso à Internet e à edição de texto, lousa digital, material impresso e datashow.
- Calculadoras, planilhas eletrônicas ou outras ferramentas que simplificam os cálculos dos Teoremas nas demonstrações e/ou soluções de problemas.

ORGANIZADOR CURRICULAR

EIXO ESTRUTURANTE: INVESTIGAÇÃO CIENTÍFICA

HABILIDADES

Habilidade dos Itinerários Formativos Associada às Competências Gerais da BNCC:

(MS.EMIFCGo1) Identificar, selecionar, processar e analisar dados, fatos e evidências com curiosidade, atenção, criticidade e ética, inclusive utilizando o apoio de tecnologias digitais.

(MS.EMIFCGo3) Utilizar informações, conhecimentos e ideias resultantes de investigações científicas para criar ou propor soluções para problemas diversos

Habilidades Específicas dos Itinerários Formativos Associadas ao Eixo Estruturante:

(MS.EMIFMATo1) Investigar e analisar situações-problema identificando e selecionando conhecimentos matemáticos relevantes para uma dada situação, elaborando modelos para sua representação.

(MS.EMIFMATo2) Levantar e testar hipóteses sobre variáveis que interferem na explicação ou resolução de uma situação-problema elaborando modelos com a linguagem matemática para analisá-la e avaliar sua adequação em termos de possíveis limitações, eficiência e possibilidades de generalização.

EIXO ESTRUTURANTE: PROCESSOS CRIATIVOS

HABILIDADES

Habilidade dos Itinerários Formativos Associada às Competências Gerais da BNCC:

(MS.EMIFCGo4) Reconhecer e analisar diferentes manifestações criativas, artísticas e culturais, por meio de vivências presenciais e virtuais que ampliem a visão de mundo, sensibilidade, criticidade e criatividade.

(MS.EMIFCGo5) Questionar, modificar e adaptar ideias existentes e criar propostas, obras ou soluções criativas, originais ou inovadoras, avaliando e assumindo riscos para lidar com as incertezas e colocá-las em prática.

Habilidades Específicas dos Itinerários Formativos Associadas ao Eixo Estruturante:

(MS.EMIFMATo5) Selecionar e mobilizar intencionalmente recursos criativos relacionados à Matemática para resolver problemas de natureza diversa, incluindo aqueles que permitam a produção de novos conhecimentos matemáticos, comunicando com precisão suas ações e reflexões relacionadas a constatações, interpretações e argumentos, bem como adequando-os às situações originais.

(MS.EMIFMATo6) Propor e testar soluções éticas, estéticas, criativas e inovadoras para problemas reais, considerando a aplicação dos conhecimentos matemáticos associados ao domínio de operações e relações matemáticas simbólicas e formais, de modo a desenvolver novas abordagens e estratégias para enfrentar novas situações.

OBJETOS DE CONHECI- MENTO

Ênfase em aspectos conceituais que definem elementos para pesquisas, argumentações, demonstrações e apresentações no contexto dos Teoremas:

- Teorema do Binômio de Newton e seu desenvolvimento algébrico
- Teorema sobre Paralelismo e Perpendicularidade, condições e propriedades demonstrativas
- Teorema Fundamental da Álgebra (TFA), raízes polinomiais e suas soluções aplicáveis
- Teorema de Tales e suas determinações em segmentos proporcionais
- Teorema de Pitágoras, as relações de medidas e propriedades
- Teoremas das Bissetrizes, formas geométricas e segmentos proporcionais
- Teorema de Euler, as relações das medidas dos poliedros
- Teorema de Fermat (último) e sua relação com o Teorema de Pitágoras
- Teorema das quatro cores, colorir mapa sem que duas regiões vizinhas tenham a mesma cor
- Teorema de Etienne, o que a estudante brasileira do curso técnico em Química descobriu

SUGESTÕES DIDÁTICAS

Primeiro momento: Assistir aos vídeos “Demonstração: como provar um Teorema I a Matemaniaca” e “Postulados e Teoremas”, estabelecer roda de conversa e argumentar sobre a importância dos estudos dos Teoremas para o desenvolvimento de raciocínio-dedutivo; contextualizar o que é “dedutivo” do ponto de vista das ciências e quais foram as descobertas e invenções matemática no campo dos Teoremas. Questionar os estudantes sobre os passos para iniciar uma investigação, o que são hipóteses, axiomas, postulados, Teoremas; dialogar na perspectiva de resolução de problemas da vida diária, as escolhas e oportunidades no caminho em direção aos objetivos e à persistência na realização de seus sonhos e/ou projeto de vida. Estender as reflexões referentes à matemática como uma ciência em construção, seja prática, aplicável ou abstrata, que contribuiu e contribui para o desenvolvimento social necessário para a continuidade do processo de avanço das tecnologias, das ciências, da comunicação e de vários outros segmentos da sociedade.

Segundo momento: A partir dessa rodada de diálogo com os estudantes sobre os vídeos, pode-se observar e diagnosticar possíveis limitações, ideias descontextualizadas ou contraditórias, que podem dificultar o desenvolvimento de competências e habilidades citadas nesta Unidade Curricular. Dessa forma, a mediação pedagógica do professor com questionamentos, poderão ajudá-los a compreenderem determinados objetos de conhecimentos, conceitos e definições abordadas sobre os diversos Teoremas.

a) Para sistematizar a prática pedagógica, o professor pode expor de forma dialogada com os estudantes sobre um Teorema que esteja listado ou não nesta Unidade Curricular, e contextualizar e/ou problematizar de forma empírica e científica, estabelecendo uma linha de raciocínio lógico-dedutivo e investigativo, para que o estudante compreenda o processo argumentativo, demonstrativo, de modo a possibilitar conexões cognitivas e interpretativas necessárias para apropriação de significativas aprendizagens.

b) A temática pode ser explanada com um questionamento: é possível inventar ou descobrir um Teorema? A intencionalidade é despertar o sentido de curiosidade para saber mais sobre o assunto, incentivar a pesquisa de Teoremas propondo demonstrações, deduções, investigações de hipóteses e comprovações, levar a uma mobilização de processo didático, para desenvolver e constituir sentidos na aprendizagem de conceitos, propriedades e teorias, fazendo articulações cognitivas e socioemocionais, cujas sinapses devem convergir para a compreensão da prática criativa e da invenção de Teoremas matemáticos na escola e na vida.

c) Proposta de um esquema simples de um Teorema, podendo ser desenhado da seguinte forma:

- **Hipótese:** conjunto de todas as informações iniciais.
- **Demonstração:** conexão/articulação de raciocínios baseados na hipótese ou em outros resultados pertinentes.
- **Tese:** resultado obtido destas conexões e articulações, transformados em demonstração e aceito como verdadeiro.

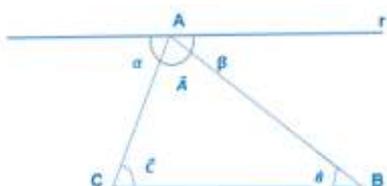
Sendo assim, a hipótese é o primeiro passo para que seja feita alguma conclusão a respeito de um suposto Teorema.

O Teorema, por sua vez, está contido no sistema axiomático. Nesse sentido, inicia-se com os conceitos primitivos, por meio de uma observação. Os axiomas (ou postulados) são as conclusões evidentes destes conceitos. Já o Teorema contém informações anteriores, além de possuir uma aplicação mais concreta. Assim, todo Teorema deve possuir uma explicação mais detalhada, ou seja, uma demonstração.



Exemplo:

- Hipótese: considere um triângulo qualquer de ângulos internos de medidas \hat{A} , \hat{B} e \hat{C} .
- Tese: $\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ$
- Demonstração:



Temos um triângulo \overline{ABC} qualquer (definição). Vemos que $r \parallel BC$ (postulado de Euclides), $\alpha = \hat{C}$ e $\beta = \hat{B}$ (Teorema das paralelas). Além disso, observe que $\hat{A} + \alpha + \beta = 180^\circ$ (ângulo raso). Assim, das informações anteriores, concluímos que $\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ$.

SUGESTÕES DIDÁTICAS

Terceiro momento: o professor pode orientar a pesquisa sobre os Teoremas, incentivando os estudantes à descoberta, à investigação empírica e científica de forma mais ampliada, conduzindo uma dinâmica esquematizada para o desenvolvimento conceitual, demonstrativo, dedutivo e lógico, agregadas às teorias existentes e também à utilização de softwares que podem contribuir e/ou facilitar a aprendizagem, como por exemplo as ferramentas: *GeoGebra*, *WinGeom*, *Poly* e *Cabri-Geometry*, entre outros recursos. Nesse caminho de pesquisa, o estudante pode compor as principais contribuições que os Teoremas trazem para a vida real e resgatar assuntos já estudados no ensino fundamental conforme as habilidades: **(MS.EF09MA10.s.12)**, **(MS.EF09MA13.s.15)** e **(MS.EF08MA14.s.18)**. Para o engajamento dos estudantes nas atividades, pode-se organizar da seguinte maneira:

- Cada grupo de estudantes pode escolher uma das temáticas citadas e organizar suas respectivas investigações, produções e apresentações na sala de aula ou na escola, envolvendo toda a comunidade escolar.
- Demonstrar suas produções por meio de seminários, painel integrador, apresentação em algum software ou aplicativos digitais, entre outros, argumentando suas aplicações no mundo atual e seus respectivos percursos demonstrativos no campo dos Teoremas matemáticos.
- Pontuar os obstáculos e avanços em suas aprendizagens, elencando suas ideias, descobertas, sugestões, que possibilitam ampliar a percepção da visão científica, investigativa na vida escolar.
- Proporcionar momentos de feedbacks com os grupos, por meio de autoavaliação. Nessa etapa, pode ser elaborada uma ficha de feedbacks, entregue aos estudantes para que possam avaliar as respectivas produções.

FONTES E MATERIAL DE APOIO

FONTE PRINCIPAL

BOYER, Carl Benjamim, 1906 – **História da Matemática**; tradução: Eliza F. Gomide. São Paulo, Edgard Blucher, Ed. Da Universidade de São Paulo, 1974.

DEMONSTRAÇÃO: COMO PROVAR UM Teorema I A Matemaniaca. 1 Vídeo (08min.14s). JACCOUD, Julia. Publicado pelo canal A Matemaniaca por Julia Jaccoud, 2018. Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=y1CSKZ6cxOE&t=62s>. Acesso em: 05 de mar. 2021.

EUCLIDES. **Os Elementos/Euclides**; tradução de Irineu Bicudo. São Paulo: Editora UNESP, 2009.

MATEMÁTICA: vol. Único: **Manual do Professor/Gelson Iezzi...** et al. I. São Paulo: Atual, 1997.

MAUÉS, Átila Ribeiro. **Uso do Software GeoGebra como Ferramenta de Abordagem de Teoremas Clássicos da Geometria Plana.** Manaus, 2019. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal do Amazonas, 77 p. Disponível em: https://tede.ufam.edu.br/bitstream/tede/7417/3/Disserta%20a7%20a3o_%20a81tilaMau%20a9s_PROFMAT. Acesso em: 08 de mar. 2021.

MELLO, Elizabeth Gervazoni Silva de. **Demonstração: uma Sequência de seu Aprendizado no Ensino de Geometria.** Dissertação, PUC, SP, 1999. 189 p. Didática para a Introdução Disponível em: https://www.pucsp.br/pensamentomatematico/dissertacao_elizabeth_g_mello.pdf. Acesso em: 11 de mar. 2021.

NETO, Angelo Papa. **Geometria Plana e Construções** Geométricas. Licenciatura em Matemática, Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará. Fortaleza: UAB/IFCE, 2017. 226 p. Disponível em: <https://educapes.capes.gov.br/bitstream/capes/429382/2/Geometria%20Plana%20e%20Constru%C3%A7%C3%B5es%20Geom%C3%A9tricas.pdf>. Acesso em: 09 de mar. 2021.

PORTAL IFRJ. **Teorema de Etiene:** Estudante do curso técnico em Química cria Teorema matemático. Disponível em: <http://portal.iff.edu.br/nossos-campi/bom-jesus-do-itabapoana/noticias/Teorema-de-etiene-estudante-do-curso-tecnico-em-quimica-cria-Teorema-matematico> Acesso em: 05 de mar. 2021.

POSTULADOS E Teoremas. 1 Vídeo (07min.33s). JUNIOR, Fernando. Publicado pelo canal Descomplique a Matemática, 2020. Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=rPfwZdEHRF8>. Acesso em: 05 de mar. 2021.

SANTOS, Magnun César Nascimento do. **Principais Axiomas da Matemática.** Dissertação, UFPB, João Pessoa, PB, 2014. 44 p. Disponível em: <https://repositorio.ufpb.br/jspui/bitstream/tede/7529/2/arquivototal.pdf>. Acesso em: 10 de mar. 2021.

SENA, Christiano Otávio de Rezende. **Demonstrações no Ensino Médio.** Dissertação, Universidade Federal de Ouro Preto, 2018. 90 p. Disponível em: <https://www.repositorio.ufop.br/bitstream/123456789/10669/1/DISSERTA%C3%87%C3%83%20Demo%20nstra%C3%A7%C3%B5esEnsinoM%C3%A9dio.pdf>. Acesso em: 10 de mar. 2021.

SOUZA, Maria Helena. 21 **Teoremas Matemáticos que Revolucionaram o Mundo.** Editora Planeta, Brasil, 2018.

MATERIAL DE APOIO

PORTAL **SÓ MATEMÁTICA.** Disponível em: <https://www.somatematica.com.br/busca.php?palavra=Teorema&enviar=%Fo%9F%94%8E>. Acesso em: 10 de mar. 2021.

REMATEC, Revista de Matemática, Ensino e Cultura / Universidade Federal do Rio Grande do Norte. – Ano 1 n. 1 (jul./nov. 2006). – Natal, RN: EDUFERN – editora da UFRN, 2006. 124p.: il. Disponível em: <http://www.matematica.seed.pr.gov.br/modules/noticias/article.php?storyid=725>. Acesso em: 10 de mar. 2021.

PORTAL, **MATEMÁTICA OBMEP.** Disponível em: <https://portaldaoimpem.impa.br/index.php/modulo/index?a=1#5>. Acesso em: 10 de mar. 2021.
 _____, Matemática. pt. Disponível em: <https://www.matematica.pt/>. Acesso em: 10 de mar. 2021.
 _____, MATEMÁTICA.COM.BR. Disponível em: <https://www.matematica.com.br/>. Acesso em: 10 de mar. 2021.

_____, **TodaMatéria.** Disponível em: <https://www.todamateria.com.br/matematica/> Acesso em: 10 de mar. 2021.

_____, **MATEMÁTICQUÊS: Matemática é Fácil!**. Disponível em: <http://www.matematicques.com.br/busca.php> Acesso em: 10 de mar. 2021.

ENTREGA/ AVALIAÇÃO

A A avaliação é processual formativa e supõe o desenvolvimento de todas as etapas desta atividade de aprendizagem, de modo a contemplar os eixos estruturantes programados ao longo da Unidade Curricular. Assim, devem ser consideradas as interações na roda de diálogo, as pesquisas e produção de maquetes, o painel integrado, banner ou outras formas de produções autorais, no formato impresso ou digital, ou outro material que possa ter sido produzido e/ou construído. Socialização da pesquisa, da produção escolhida e dos materiais concretos construídos.

Além da avaliação pelo professor, sugere-se que os colegas da turma também possam avaliar de forma colaborativa o material produzido pela turma. Ao avaliar, o professor deve verificar se as produções:

- atendem ao tema delimitado;
- expressam de forma adequada as informações e a contextualização;
- apresentam conceitos e argumentos que sustentam a finalização;
- pautam informações pertinentes e diversificadas;
- têm caráter autoral, ou seja, que não sejam cópias (plágios).

OBSERVAÇÕES

A arquitetura desta Unidade Curricular envolve desafios pedagógicos integradores que podem ser interdisciplinares, nos quais, estudantes e professor precisam ter ciência, a princípio, dos seguintes aspectos:

1. Esta Unidade Curricular trata de pesquisas e investigações sobre 10 (dez) Teoremas Matemáticos e suas aplicações no mundo real, sua contextualização, conceitos, hipóteses, ideias e produção escrita que pode ser materializada, em linguagens representativas, sob a perspectiva de uma abordagem interdisciplinar (Matemática e Física, dentre outras), na medida em que tematiza problemas, controvérsias e soluções postas na vida cotidiana e social no âmbito individual e coletivo. Em tese, essa abordagem induz uma experiência de aprendizagem multifocal (desenvolver saberes que focam no engajamento, persistência, na ajuda mútua e solidária com interações mais fortalecidas), que implica o efetivo comprometimento por parte dos estudantes e do professor nas atividades de estudos, pesquisa e produção autoral, sob pena de margear apenas divulgações panfletárias da ciência.

2. Em virtude de os Teoremas matemáticos serem foco da Unidade Curricular, recomenda-se que, consensualmente, professor e estudantes façam adequações e/ou delimitações das habilidades, objetivos da Unidade e objetos de conhecimento que julgarem pertinentes. Isso pode potencializar, estrategicamente, níveis de aprofundamento e investigação, desenvolvimento de competências socioemocionais, tomada de decisão e protagonismo dos estudantes no processo de construção do conhecimento. Supondo isso, por exemplo, é possível selecionar e sistematizar diferentes focos de abordagem a serem trabalhados à volta dessa Unidade, integrando Matemática, Física e outras unidades.

3. A sugestão didática procura enlaçar, no conjunto das atividades de construção e ampliação do conhecimento, os objetos de conhecimento, as técnicas de metodologia de pesquisa e as estratégias pedagógicas. As etapas da sugestão didática correspondente, oportuniza ao estudante um roteiro lógico de aprendizagem de competências, habilidades, processos, conceitos e práticas, que lhe faculte a experiência de minimizar a construção fragmentária do conhecimento e de desenvolver ações possíveis ou adequadas em sua realidade escolar e local.



MMS

ÁREAS DO CONHECIMENTO

MATEMÁTICA E SUAS TECNOLOGIAS

HISTÓRIA DA MATEMÁTICA:
(RE)CONSTRUÇÃO DO CONHECIMENTO

HISTÓRIA DA MATEMÁTICA: PESQUISA E (RE)CONSTRUÇÃO DO CONHECIMENTO"

APRESENTAÇÃO

A história da Matemática integrada a outros recursos didáticos, pode contribuir para construção do conhecimento dos estudantes, alicerçado na investigação e na contextualização histórica. Assim, esta Unidade Curricular aborda histórias e as contribuições de matemáticos em várias temáticas indicadas como possibilidades e estratégias metodológicas didáticas e conceituais, para o desenvolvimento de habilidades investigativas e reflexivas, no exercício de entender e reinventar a matemática com criatividade, conectando o contexto histórico e contemporâneo. Para iniciar esta unidade curricular pode analisar a histórica ilustrada no vídeo "A matemática transforma o futuro" (2019).

A partir desse momento o professor pode problematizar a ação pedagógica a partir de diálogo com os estudantes, no sentido de estabelecer questionamentos que levem a reflexão que a matemática é uma ciência em construção, e sua história pode ser um instrumento eficiente para a compreensão de conceitos, considerando sua história ao longo de suas construções, permitindo interpretar e compreender caminhos necessários para uma apropriação significativa das ideias matemáticas, do passado com relação ao presente, desse modo, contribuir para observação crítica sobre os objetos de conhecimento. Além das histórias e contribuições apresentadas, a unidade curricular de forma introdutória, pode integrar as competências socioemocionais, pois é evidente que a matemática provoca várias emoções nos estudantes e na comunidade em geral, ela é motivo de paixão, ansiedade, aflição, perfeição, beleza e de frustração, de entusiasmo e de niilismo. Os valores, as crenças e aceitação social entre outros fatores condicionam o processo de ensino e aprendizagem na disciplina que podem beneficiar ou dificultar durante a escolarização dos estudantes. Assim, a História da Matemática apresenta um potencial pedagógico e possibilidade de aprendizagem com dedicação e de maneira positiva, com equilíbrio emocional minimizando o cenário de exclusão em relação à matemática escolar que encontramos hoje. Com as pesquisas e estudos o estudante pode dar um novo olhar e sentido com base em suas próprias experiências e estabelecer a reconstrução do conhecimento construído na escola.

CARGA HORÁRIA



Semestral - semanal (02 aulas)
carga horária total (40 aulas)

EIXOS ESTRUTURANTES RELACIONADOS



- Processos criativos;
- Investigação científica.

COMPONENTES CURRICULARES E CONHECIMENTOS GERAIS ARTICULADOS



- História da Matemática como fio condutor para explicações de conhecimentos construídos historicamente, também como possibilidade da desmistificação da matemática como uma estrutura rígida e de verdade absoluta, para o desenvolvimento mental humano e continuado, voltada à própria pesquisa histórica, ligado a outras ciências, culturas e sociedades.

PERFIL DOCENTE



- Possuir licenciatura em Matemática.
- Ter desenvolvido e/ou desenvolver atividades de pesquisa e estudos no campo de conhecimento correspondente à unidade curricular (história da matemática como caminho para a melhoria do ensino e da aprendizagem da Matemática, com possibilidade de buscar uma nova forma de ver e entender a Matemática, tornando-a mais contextualizada, mais integrada às outras disciplinas.
- Conhecimento e/ou disposição para o uso de metodologias de aprendizagens e tecnologias, que estabeleça a dinâmica do trabalho em grupo, do incentivo a pesquisa, autonomia, protagonismo e o desenvolvimento das competências socioemocionais dos estudantes.

COMPETÊNCIAS

2. Utilizar estratégias, conceitos, definições e procedimentos matemáticos para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente.

4. Compreender e utilizar, com flexibilidade e precisão, diferentes registros de representação matemáticos (algébrico, geométrico, estatístico, computacional etc.), na busca de solução e comunicação de resultados de problemas.

OBJETIVOS

- Proporcionar a ampliação da compreensão dos estudantes acerca das dimensões conceituais da matemática, bem como fortalecimento de competências para o aprender a aprender por meio da pesquisa.
- Desenvolver o pensamento matemático criativo e reflexivo dos estudantes, utilizando a história da matemática como recurso metodológico, para práticas e argumentações autorais em seus aspectos ativos e expositivos.
- Possibilitar a contextualização histórica da matemática e sua aplicação no mundo contemporâneo, por meio de desenvolvimento de estratégias de resolução e elaboração de problemas.
- Proporcionar o desenvolvimento de competências socioemocionais como: autogestão, persistência, autoconfiança, curiosidade para aprender, tolerância a frustração, entusiasmo etc.
- Subsidiar os estudantes nas pesquisas, intensificando a partir da presença pedagógica para a construção de ensaios sobre a história da matemática, articulada ao desenvolvimento histórico, bem como o limite de tempo e espaço na história da humanidade para superar a visão intrínseca preestabelecida.

RECURSOS

- Dispositivos com acesso à internet e edição de texto, lousa digital ou Datashow.
- Calculadora científica, Planilhas eletrônicas como ferramentas que simplificam os cálculos nas soluções de problemas contextualizados pelos estudantes e professor.
- Materiais para produção de Banner impresso ou digital.
- Acervo impresso e digital de material de pesquisa.
- (Sugestão: Parceria com Universidade Estadual, Federal e Instituto Federal que possuem grupos de Pesquisa ou projetos sobre o assunto em uma abordagem multidisciplinar).

ORGANIZADOR CURRICULAR

EIXO ESTRUTURANTE: PROCESSOS CRIATIVOS

HABILIDADES

Habilidades dos Itinerários Formativos Associadas às Competências Gerais da BNCC:

(MS.EMIFCGo4) Reconhecer e analisar diferentes manifestações criativas, artísticas e culturais, por meio de vivências presenciais e virtuais que ampliem a visão de mundo, sensibilidade, criticidade e criatividade.

(MS.EMIFCGo5) Questionar, modificar e adaptar ideias existentes e criar propostas, obras ou soluções criativas, originais ou inovadoras, avaliando e assumindo riscos para lidar com as incertezas e colocá-las em prática.

Habilidades Específicas dos Itinerários Formativos Associadas aos Eixos Estruturantes:

(MS.EMIFMATo5) Selecionar e mobilizar intencionalmente recursos criativos relacionados à Matemática para resolver problemas de natureza diversa, incluindo aqueles que permitam a produção de novos conhecimentos matemáticos, comunicando com precisão suas ações e reflexões relacionadas a constatações, interpretações e argumentos, bem como adequando-os às situações originais.

(MS.EMIFMATo6) Propor e testar soluções éticas, estéticas, criativas e inovadoras para problemas reais, considerando a aplicação dos conhecimentos matemáticos associados ao domínio de operações e relações matemáticas simbólicas e formais, de modo a desenvolver novas abordagens e estratégias para enfrentar novas situações.

Habilidades da BNCC.

(MS.EM13MAT1o4) Interpretar taxas e índices de natureza socioeconômica (índice de desenvolvimento humano, taxas de inflação, entre outros), investigando os processos de cálculo desses números, para analisar criticamente a realidade e produzir argumentos.

(MS.EM13MAT3o4) Resolver e elaborar problemas com funções exponenciais nos quais seja necessário compreender e interpretar a variação das grandezas envolvidas, em contextos como o da Matemática Financeira, entre outros.

EIXO ESTRUTURANTE: INVESTIGAÇÃO CIENTÍFICA

HABILIDADES

Habilidades dos Itinerários Formativos Associadas às Competências Gerais da BNCC:

(MS.EMIFCGo1) Identificar, selecionar, processar e analisar dados, fatos e evidências com curiosidade, atenção, criticidade e ética, inclusive utilizando o apoio de tecnologias digitais.

(EMIFCGo3) Utilizar informações, conhecimentos e ideias resultantes de investigações científicas para criar ou propor soluções para problemas diversos.

Habilidades Específicas dos Itinerários Formativos Associadas aos Eixos Estruturantes:

(MS.EMIFMATo1) Investigar e analisar situações-problema identificando e selecionando conhecimentos matemáticos relevantes para uma dada situação, elaborando modelos para sua representação.

(MS.EMIFMATo3) Selecionar e sistematizar, com base em estudos e/ou pesquisas (bibliográfica, exploratória, de campo, experimental etc.) em fontes confiáveis, informações sobre a contribuição da Matemática na explicação de fenômenos de natureza científica, social, profissional, cultural, de processos tecnológicos, identificando os diversos pontos de vista e posicionando-se mediante argumentação, com o cuidado de citar as fontes dos recursos utilizados na pesquisa e buscando apresentar conclusões com o uso de diferentes mídias.

Habilidades da BNCC.

(MS.EM13MAT315) Investigar e registrar, por meio de um fluxograma, quando possível, um algoritmo que resolve um problema.

(MS.EM13MAT51o) Investigar conjuntos de dados relativos ao comportamento de duas variáveis numéricas, usando ou não tecnologias da informação, e, quando apropriado, levar em conta a variação e utilizar uma reta para descrever a relação observada.

**OBJETOS DE
CONHECI-
MENTO**

Ênfase em aspectos conceituais e de contextualização:

Elementos da história da matemática e seus procedimentos, conceitos e relações, métodos, algoritmos e técnicas que permitem resolver diferentes problemas matemáticos contextualizados de forma contemporânea.

Distinções conceituais e âmbitos de abordagens.

Pesquisa e contextualização histórica sobre:

- a) Teorema de Pitágoras e as contribuições de outros matemáticos como Euclides, Bhaskara etc.
- b) A Invenção da Calculadora sobre três olhares históricos: O Ábaco, A Régua de Cálculo e a Pascaline.
- c) A incomensurabilidade dos números Irracionais.
- d) Números de Fibonacci, personagens que contribuíram com o seu desenvolvimento ao longo da história.
- e) Problema das quatro cores, determinação do número mínimo de cores necessárias para colorir um mapa.
- f) Fractais geométrico encontrados na natureza.
- g) Razão áurea ou Proporção áurea, a constante real algébrica irracional.
- h) Retângulo de Ouro, a descoberta da matemática que foi motivada pela busca de proporções.
- i) Números Imaginários, um número complexo com parte real igual a zero.
- j) Números Complexos, o que se depararam com esta questão e a concepção do modelo dos números complexo.
- k) Fórmula de Euler, uma relação entre as funções trigonométricas e a função exponencial.
- l) Matemática e Arquitetura, desenvolvem uma relação fundamental para a elaboração do espaço projetado e construído.
- m) Matemática e arte islâmica, simbolismo dos padrões geométricos, proporção e simetria.
- n) Matemática e Música se aplica no som que ouvimos.
- o) As Barras de Napier, finalidade de auxiliar às operações de multiplicação.
- p) O Triângulo de Pascal, objetiva dispor os coeficientes binomiais;
- q) A Trigonometria e os Polígonos regulares o que podemos dizer.
- r) Sólidos de Platão, história e construção.
- s) Simetria em Diversas culturas sobre o nosso olhar.
- t) Transformações Geométricas e o que transformações.
- u) O Desenvolvimento das ideias sobre Funções, entre outros.

SUGESTÕES DIDÁTICAS

Primeira etapa: Assistir ao vídeo “A Matemática Transforma O Futuro”, estabelecer roda de conversa e discutir sobre a história do matemático em si, seus estudos, projetos e pesquisas, descobertas e invenções matemática. Questionar os estudantes sobre aplicação da matemática no cotidiano e no universo, dialogar na perspectiva de resolução de problemas da vida diária, as escolhas e oportunidades no caminho em direção aos objetivos, persistir na realização de seus sonhos. Estender as discussões referente a matemática como uma ciência em construção, seja prática ou abstrata, e que contribuíram e contribui para o desenvolvimento social, necessários para a continuidade do processo de avanço das tecnologias, das ciências, da comunicação e de vários outros seguimentos da sociedade.

Segunda etapa: A partir dessa rodada de diálogo com os estudantes sobre o vídeo, pode-se identificar os obstáculos, as ideias descontextualizadas, as contraditórias que podem dificultar o entendimento da matemática no seu contexto histórico. Dessa forma a mediação pedagógica com questionamentos poderão ajudá-los a compreenderem determinados objetos de conhecimentos.

- a) Para reorientar a prática didática o professor pode expor de forma dialogada com os estudantes sobre uma temática escolhida, e contextualizar e/ou problematizar de forma sociocultural e científica, estabelecendo uma linha de tempo no passado e no presente, na forma de um processo de estímulo ao exercício de criatividade no desenvolvimento da história da matemática para que o estudante compreenda o processo de sistematização, de modo a possibilitar conexões cognitivas e interpretativas necessárias para apropriação de significativas ideias matemáticas.
- b) A explanação dessa temática com intencionalidade pode despertar o sentido de curiosidade para saber mais sobre o assunto, pois é nesse sentido que a história da matemática pode ser explorada por meio de investigação histórica e, mobilizada em um processo didático, para constituir sentidos viabilizando a aprendizagem de conceitos, propriedades e teorias matemáticas fazendo conexões cognitivas e socioemocionais, cujas sinapses devem convergir para a compreensão e a prática criativa para a reinvenção do aprender a matemática na escola e na vida diária.

Terceira etapa: o professor pode orientar a pesquisa para o uso das histórias no exercício de uma investigação histórica da matemática de forma mais ampliada encaminhando uma composição de cenário onde as histórias do desenvolvimento conceitual sejam agregadas às informações existentes. Nessa atividade investigativa o estudante pode compor as principais contribuições matemáticas e fazer uma relação com os assuntos já estudados no ensino fundamental e médio. Para que essa atividade tenha uma integração maior entre os estudantes, pode-se promover seminários na sala de aula ou na escola envolvendo toda a comunidade escolar.

Agrupar os estudantes em duplas, trios etc., para a pesquisa e investigação, exploração e problematização, contextualização e conexão ao contexto contemporâneo referente aos seguintes temas:

- a) Teorema de Pitágoras e as contribuições de outros matemáticos como Euclides, Bhaskara etc;
- b) A Invenção da Calculadora sobre três olhares históricos: O Ábaco, A Régua de Cálculo e a Pascaline;
- c) A incomensurabilidade dos números Irracionais;
- d) Números de Fibonacci, personagens que contribuíram com o seu desenvolvimento ao longo da história;
- e) Problema das quatro cores, determinação do número mínimo de cores necessárias para colorir um mapa;
- f) Fractais geométrico encontrados na natureza;
- g) Razão áurea ou Proporção áurea, a constante real algébrica irracional;
- h) Retângulo de Ouro, a descoberta da matemática que foi motivada pela busca de proporções;
- i) Números Imaginários, um número complexo com parte real igual a zero;
- j) Números Complexos, o que se depararam com esta questão e a concepção do modelo dos números complexos;
- k) Fórmula de Euler, uma relação entre as funções trigonométricas e a função exponencial;
- l) Matemática e Arquitetura, desenvolvem uma relação fundamental para a elaboração do espaço projetado e construído;
- m) Matemática e arte islâmica, simbolismo dos padrões geométricos, proporção e simetria;
- n) Matemática e Música se aplica no som que ouvimos;
- o) As Barras de Napier, finalidade de auxiliar às operações de multiplicação;

- p) O Triângulo de Pascal, objetiva dispor os coeficientes binomiais;
- q) A Trigonometria e os Polígonos regulares o que podemos dizer;
- r) Sólidos de Platão, história e construção;
- s) Simetria em Diversas culturas sobre o nosso olhar;
- t) Transformações Geométricas;
- u) Desenvolvimento das ideias sobre Funções, entre outros.

Cada grupo de estudantes pode pesquisar sobre dois ou três temáticas citadas e organizar a escrita compondo os seguintes itens:

- 1) Nome completo do personagem/matemático e sua árvore genealógica, quando for possível identificar os familiares ascendentes ou descendentes;
- 2) Traços biográficos para além do acadêmico e profissional;
- 3) Trabalhos produzidos, com ênfase aos mais relevantes e/ou soluções de problemas relacionados ao cotidiano, internos à própria matemática ou áreas afins;
- 4) Relação dos personagens pré-estabelecidos com outros personagens da sua época;
- 5) Frases célebres vinculadas aos personagens pré-estabelecidos;
- 6) Fotografias vinculadas aos personagens, ou seja, fotografias de cunho pessoal, trabalhos de sua autoria ou em coautoria, com outras pessoas, dentre outras;
- 7) Curiosidades sobre os personagens ou que os envolvessem;
- 8) Atos históricos da humanidade referente ao período de vida dos personagens pré-estabelecidos;
- 9) Bibliografia utilizada na pesquisa.
- 10) Por fim, apresentar a importância da(s) temática(s) escolhida(s) com pesquisas científicas mais atuais.

Quarta etapa: Os materiais de pesquisas podem ser disponibilizados aos estudantes pela escola, podem ir a campo pesquisar em bibliotecas municipais, estaduais ou de faculdades e universidades, ou mesmo utilizar os recursos da internet para buscar as fontes e elaborar o ensaio criativo.

Quinta etapa: Produção do ensaio criativo: Após as pesquisas e coleta das fontes relacionadas as temáticas escolhidas, devem iniciar a produção do ensaio, que pode ser feito em cartolinas, banner, folder, infográfico, etc, impressos ou digital para apresentação em forma de seminário organizado pelos estudantes com as orientações pedagógicas do professor. Nesse ensaio devem conter os 10 itens citado acima com destaque em alguma obra mais importante da temática.

Sexta etapa – Feedbacks: cada grupo avalia uns aos outros, faz autoavaliação no seu grupo e a revisão dos materiais produzidos orientado pelo professor. Nessa etapa pode ser elaborado uma ficha de feedbacks que devem ser entregues para cada estudante de cada grupo para que possam avaliar os respectivos grupos.

FONTES E MATERIAL DE APOIO

FONTE PRINCIPAL

COSTA, Celso. **A Matemática transforma o futuro**. 1 Vídeo (15min.44s). Publicado pelo canal TEDxNiteroi, 2019. Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=DoXcllTPdo4>. Acesso em: 3 jul. 2020.

BOYER, Carl Benjamim, 1906. **História da Matemática**; tradução: Elza F. Gomide. São Paulo, Edgard Blucher, Ed. Da Universidade de São Paulo, 1974. Disponível em: <https://www.docsity.com/pt/boyer-carl-b-historia-da-matematica/4870774/>. Acesso em: 3 de jul. 2020.

CHAQUIAM, Miguel. **Ensaio temático: história e matemática em sala de aula** / Miguel Chaquiam. Belém: SBEM / SBEM-PA, 2017. Disponível em: http://www.sbembrasil.org.br/files/historia_matematica.pdf. Acesso em: 2 jul. 2020.

História da matemática em sala de aula: proposta para integração aos conteúdos matemáticos / Miguel Chaquiam. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2015. -- (Série história da matemática para o ensino; v. 10). Disponível em: http://www.crephimat.com/visor_mnc.php?id_t=22. Acesso em: 3 jul. 2020.

EUCLIDES. **Os Elementos/Euclides**; tradução e introdução de Irineu Bícudo. São Paulo: Editora UNESP, 2009. Disponível em: http://sbempara.com.br/download/historia_matematica.pdf. Acesso em: 2 jul. 2020.

MENDES, Iran Abreu; CHAQUIAM, Miguel. **História nas aulas de Matemática: fundamentos e sugestões didáticas para professores** / Iran Abreu Mendes; Miguel Chaquiam. Belém: SBHMat, 2016.

GASPAR, Maria Terezinha Jesus. **História da Matemática para Professores do Ensino Fundamental**. Organizado por Lígia Arantes Sad (UFES, Vitória, ES). Belém: SBHMat., 2009. (Coleção História da Matemática para Professores). Disponível em: http://www.crephimat.com/visor_mnc.php?id_t=82. Acesso em: 3 jul. 2020.

MATERIAL DE APOIO

BROLEZZI, Antonio Carlos. **História da Matemática e ensino de Cálculo: Reflexões sobre o pensamento reverso** / Antonio Carlos Brolezzi, Maria Cristina Bonomi Barufi. Guarapuava: SBHMat, 2007. Disponível em: http://www.crephimat.com/visor_mnc.php?id_t=70 Acesso em: 3 jul. 2020.

CAJUEIRO, Marcelo Papini de F. **Contribuição ao estudo histórico e crítico do pensamento matemático**. Tese de doutoramento. Universidade Federal da Bahia e Universidade Estadual de Feira de Santana. Salvador, 10 de março de 2011. Disponível em: https://ppgefnc.ufba.br/sites/ppgefnc.ufba.br/files/marcelo_papini_2011.pdf. Acesso em: 5 jul. 2020.

CARLINI, Elisângela Miranda Pereira. **A História da Matemática em Livros Didáticos de Matemática no Ensino Médio** / Elisângela Miranda Pereira, Carlini, Mariana Feiteiro Cavalari. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2017. Disponível em: http://www.crephimat.com/visor_mnc.php?id_t=11. Acesso em: 3 jul. 2020.

COSTA, David Antonio da. **História da educação matemática e o uso de um repositório de conteúdo digital**/David Antonio da Costa, Wagner Rodrigues Valente. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2015. (Série história da matemática para o ensino; v. 4). Disponível em: http://www.crephimat.com/visor_mnc.php?id_t=25. Acesso em: 3 jul. 2020.

SOUTO, Romélia Mara Alves. **Ciência e Cultura no Cinema: uma alternativa para inserção da história da matemática na formação de professores** / Romélia Mara Alves Souto; Organizado por Iran Abreu Mendes e Miguel Chaquiam. Belém: SBHMat., 2009. (Coleção História da Matemática para Professores, 10). Disponível em: http://www.crephimat.com/visor_mnc.php?id_t=56. Acesso em: 3 jul. 2020

AVALIAÇÃO

ENTREGA/ AVALIAÇÃO

A avaliação é processual e supõe o desenvolvimento de todas as etapas desta atividade de aprendizagem, de modo a contemplar os eixos estruturantes programados ao longo da unidade curricular, assim devem ser considerados tanto as interações na roda de diálogo, pesquisa e produção escrita de ensaio, apresentação em Banner impresso ou digital, ou outro material que possa produzir e/ou construir. Socialização da pesquisa e produção escrita do ensaio e materiais concretos construídos.

Além da avaliação pelo professor, sugere-se que os colegas da turma também possam avaliar de forma colaborativa o material produzido pela turma.

Ao avaliar, o professor deve verificar se as produções:

- atendem ao tema delimitado;
- expressam de forma adequada as informações e a contextualização;
- apresentam justificativas e argumentos que sustentam a finalização;
- pautam informações pertinentes e diversificadas;
- têm caráter autoral, ou seja, que não sejam cópias (plágios).



OBSERVAÇÕES

A arquitetura desta Unidade Curricular envolve desafios pedagógicos específicos, perante os quais estudantes e professor precisam ter em conta, a princípio, os seguintes aspectos.

1. Esta unidade trata da História da Matemática, sua contextualização, ideias matemáticas e suas materializações em linguagens representativas sob a perspectiva de uma abordagem multidisciplinar (matemática, filosofia, história entre outras), na medida em que tematiza problemas, controvérsias e soluções postos na vida cotidiana e social no âmbito individual e coletivo. Em tese, essa abordagem induz uma experiência de aprendizagem multifocal, que implica o efetivo comprometimento por parte dos estudantes e professor nas atividades de estudos, pesquisa e produção autoral, sob pena de margear apenas divulgações panfletárias da ciência.
2. Em virtude da História da Matemática ser uma Unidade Curricular, recomenda-se que, consensualmente, professor e estudantes façam adequações e/ou delimitações das habilidades, objetivos da unidade e objetos de conhecimento que julgarem pertinentes. Isso pode potencializar, estrategicamente, níveis de aprofundamento e investigação, desenvolvimento de competências socioemocionais, tomada de decisão e protagonismo dos estudantes no processo de construção do conhecimento. Supondo isso, por exemplo, é possível selecionar e sistematizar diferentes focos de abordagem a serem trabalhados à volta dessa unidade, tais como pesquisa, escrita de ensaio e representação material dos seguintes objetos: Teorema de Pitágoras; A Invenção da Calculadora; A incomensurabilidade dos números Irracionais; Números de Fibonacci; Problema das quatro cores; Fractais; Razão áurea; Retângulo de Ouro; Números Imaginário e número complexo; Fórmula de Euler; Matemática e Arquitetura; Matemática e arte islâmica; Matemática e Música; As Barras de Napier; O Triângulo de Pascal; A Trigonometria e os Polígonos regulares; Sólidos de Platão; Simetria em Diversas culturas; Transformações Geométricas e o Desenvolvimento das ideias sobre Funções, entre outros que possam contribuir na aprendizagem histórica da matemática.
3. A sugestão didática procura enlaçar, no conjunto das atividades de construção do conhecimento, os objetos de conhecimento, as técnicas de metodologia de pesquisa e as estratégias didáticas. As etapas da sugestão didática correspondentes, oportuniza ao estudante um roteiro lógico de aprendizagem de competências, habilidades, processos, conceitos e práticas, que lhe faculte a experiência de minimizar a construção fragmentária do conhecimento e desenvolver ações possíveis ou adequadas em sua realidade escolar e local.
4. O item 1.9 dessa unidade menciona, a título de exemplificação, uma hipotética “parceria” - no caso, desejável - com Universidade Estadual, Federal ou Instituto Federal que possuem Grupo de Pesquisa ou projetos que trata do assunto. Esse exemplo hipotético reforça a orientação no sentido de que a escola efetive parcerias institucionais e vínculos acadêmicos para auxiliá-la em sua tarefa formativa. Em uma sociedade interconectada, as parcerias da escola com a sociedade civil e a participação em redes de pesquisa e inovação científico-culturais, programadas no contexto da educação, podem contribuir para inserir os estudantes no âmbito da comunidade científica e, a partir disso, subsidiá-los intelectualmente para uma prática de intervenção sociocultural.

MMS

MATEMÁTICA E SUAS TECNOLOGIAS

INTRODUÇÃO À ÁLGEBRA LINEAR:
NOÇÕES BÁSICAS E APLICAÇÕES

INTRODUÇÃO À ÁLGEBRA LINEAR: NOÇÕES BÁSICAS E APLICAÇÕES

APRESENTAÇÃO

Esta Unidade Curricular propõe uma introdução à Álgebra Linear que possibilite uma ampliação de aprendizagens matemáticas e desenvolvimentos de habilidades relacionadas ao eixo estruturante Investigação Científica. Esse ramo da área de matemática possui diversas aplicações nas engenharias, no campo da rede elétrica, nos jogos de estratégia, nos modelos econômicos de organização, na distribuição de temperatura e equilíbrio, em pesquisas de crescimento populacional por faixa etária, na computação gráfica, na tomografia computadorizada, dentre outras áreas. O componente curricular Física pode ser integrado nas ações didáticas desta Unidade Curricular em função das mais diversas aplicações de conceitos de Álgebra Linear existentes em sistemas físicos, oferecendo respaldo de aprendizagens que façam mais sentido aos estudantes. Além dos objetivos de ampliação das aprendizagens, esta unidade também poderá ajudar os estudantes na carreira acadêmica posterior, que optarem em cursar áreas que possuem a Álgebra Linear em seus currículos de formação. O estudo dessa área exige certo rigor de abstração, fato que leva muitos estudantes a enfrentarem dificuldades futuras nos primeiros anos no ensino superior. Tais dificuldades podem ser minimizadas ainda na etapa do ensino médio, possibilitando um espaço de tempo para desenvolver aprendizagens e favorecer a assimilação e absorção de noções básicas e aplicações desse ramo da matemática.

COMPETÊNCIAS

2. “Utilizar estratégias, conceitos, definições e procedimentos matemáticos para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente”.]
4. “Compreender e utilizar, com flexibilidade e precisão, diferentes registros de representação matemáticos (algébrico, geométrico, estatístico, computacional etc.), na busca de solução e comunicação de resultados de problemas”.

CARGA HORÁRIA



Semestral - semanal (02 aulas)
carga horária total (40 aulas)

EIXOS ESTRUTURANTES RELACIONADOS



- Investigação científica

COMPONENTES CURRICULARES E CONHECIMENTOS GERAIS ARTICULADOS



- Matemática e suas Tecnologias
- Física e ciências que utilizam conceitos da Álgebra Linear para aplicações de seus respectivos fenômenos e eventos ou como ferramenta para modelagem.

PERFIL DOCENTE



- Possuir licenciatura em Matemática.
- Ter desenvolvido e/ou desenvolver atividades de pesquisa e estudos no campo de conhecimento correspondente à Unidade Curricular, tornando-a mais contextualizada e integrada aos outros componentes.
- Desenvolver habilidades em metodologias de aprendizagens e tecnologias, que estabeleçam a dinâmica do trabalho em grupo, do incentivo a pesquisa, da autonomia e do protagonismo relacionados às competências socioemocionais dos estudantes.

OBJETIVOS

- Compreender a importância da Álgebra Linear no passado e na atualidade em um sentido geral.
- Propiciar a utilização de softwares, como GeoGebra, para auxiliar na compreensão de representações geométricas.
- Possibilitar a compreensão de noções dos conceitos de espaço vetorial, combinação linear, dependência e independência linear, e transformações lineares planas.
- Utilizar e compreender o conceito de Álgebra Linear no campo do componente curricular Física.
- Expandir o pensamento matemático reflexivo dos estudantes, na construção de resultados geométricos e numéricos associados aos conceitos de produto escalar, produto vetorial e módulo de vetores.
- Subsidiar os estudantes nas pesquisas, estudos, desenvolvimento de habilidades, intensificando a partir da presença pedagógica para elaboração de pôster, banner etc.

RECURSOS

- Dispositivos com acesso à internet e à edição de texto, lousa digital ou datashow, Software GeoGebra ou outros que possam desenvolver atividades criativas.
- Calculadoras, planilhas eletrônicas como ferramentas que podem construir gráficos e simplificar os cálculos nas soluções de problemas contextualizados pelos estudantes.
- Materiais para produção de pôster, banner, infográfico e outros na versão impressa ou digital.
- Acervo impresso e digital de material de pesquisa.

RELAÇÃO COM OUTRA(S) UNIDADE(S)

- Criptografia e Transformações Geométricas por meio de Matrizes
- Geometria Analítica vetores numa perspectiva da aplicação
- Software Geogebra, uma possibilidade de aprendizagens mais concretas das habilidades Matemáticas
- Modelagem Matemática

MMS

ORGANIZADOR CURRICULAR

EIXO ESTRUTURANTE: INVESTIGAÇÃO CIENTÍFICA

HABILIDADES

Habilidade dos Itinerários Formativos Associada às Competências Gerais da BNCC:

(MS.EMIFCG01) Identificar, selecionar, processar e analisar dados, fatos e evidências com curiosidade, atenção, criticidade e ética, inclusive utilizando o apoio de tecnologias digitais.

(MS.EMIFCG03) Utilizar informações, conhecimentos e ideias resultantes de investigações científicas para criar ou propor soluções para problemas diversos

Habilidades Específicas dos Itinerários Formativos Associadas ao Eixo Estruturante:

(MS.EMIFMAT01) Investigar e analisar situações-problema identificando e selecionando conhecimentos matemáticos relevantes para uma dada situação, elaborando modelos para sua representação.

(MS.EMIFMAT03) Selecionar e sistematizar, com base em estudos e/ou pesquisas (bibliográfica, exploratória, de campo, experimental etc.) em fontes confiáveis, informações sobre a contribuição da Matemática na explicação de fenômenos de natureza científica, social, profissional, cultural, de processos tecnológicos, identificando os diversos pontos de vista e posicionando-se mediante argumentação, com o cuidado de citar as fontes dos recursos utilizados na pesquisa e buscando apresentar conclusões com o uso de diferentes mídias.

Habilidades da BNCC

(MS.EM13MAT315) Investigar e registrar, por meio de um fluxograma, quando possível, um algoritmo que resolve um problema.

(MS.EM13MAT510) Investigar conjuntos de dados relativos ao comportamento de duas variáveis numéricas, usando ou não tecnologias da informação, e, quando apropriado, levar em conta a variação e utilizar uma reta para descrever a relação observada.

OBJETOS DE CONHECI- MENTO

- Vetor e suas representações.
- Noções de Espaços Vetoriais.
- Noções de Combinação Linear de vetores.
- Noções de dependência e independência linear.
- Produto Escalar.
- Produto Vetorial.
- Módulo de um vetor e ângulo entre vetores.
- Noções de transformações lineares planas.

SUGESTÕES
DIDÁTICAS**Fase introdutória**

Para contemplar uma fase introdutória, a unidade pode ser iniciada de forma dialogada com os estudantes, com o tema: **Qual foi a importância da Álgebra Linear no passado e no presente? E para o futuro?**

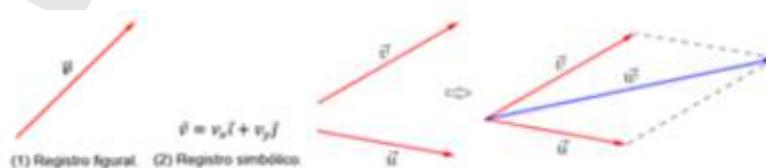
A partir desse tema, desenvolver os tópicos:

- Vida diária
- Mundo do Trabalho
- Carreira Acadêmica
- Ciência

Exemplos: construção de curvas e superfícies por pontos específicos, criação de rede elétrica, jogos de estratégia, modelos econômicos de organização, distribuição de temperatura e equilíbrio, pesquisas de crescimento populacional por faixa etária, computação gráfica, tomografia computadorizada etc. Esses tópicos estão interligados, no entanto, para um bom desenvolvimento no diálogo, é importante mediar, se possível, detalhadamente, utilizando slides, vídeos, revistas, jornais, dentre outros recursos que podem despertar o interesse e a atenção dos estudantes. No começo do desenvolvimento da unidade, será necessário ajudar os estudantes a relembrem conceitos referentes ao plano cartesiano, como a localização de um ponto no espaço. Em seguida, demonstre por meio de esboço no quadro, figuras impressas, slides ou software(s) como o GeoGebra, o incremento do eixo Z no sistema de coordenadas, no qual possibilitará representações em três dimensões no espaço. Para facilitar a compreensão, o “canto da parede” também pode ser utilizado como exemplo e auxiliar na explanação.

Desenvolvimento

Após a fase introdutória, para as próximas ações didáticas, é recomendado seguir o desenvolvimento, conforme a ordem estabelecida nos objetos de conhecimento, ou seja, começando com vetores e suas representações, e terminar abordando noções de transformações lineares, no entanto, tal ordem pode ser adaptada conforme realidade local escolar, visto que o desenvolvimento das habilidades referentes ao eixo Investigação Científica sobressai qualquer tentativa reducionista de absorção de conteúdo. A assimilação dos objetos de conhecimento é de suma importância como meio para se atingir os objetivos elencados no campo 1.6 para o desenvolvimento das habilidades esperadas dos estudantes. Convém solicitar que estudantes façam uma pesquisa referente à natureza do vetor e aos tipos de representação, em suas formas geométricas, algébricas e intuitivas. Nesse momento, é importante destacar que um vetor também pode ser representado pela soma de outros dois, ou multiplicação por um escalar (número).

Duas representações distintas de um mesmo vetor no plano**A adição de $u+v=w$** 

Na abordagem de espaço vetorial, combinação linear de vetores, dependência e independência linear, e no que se refere às transformações lineares, é conveniente que o professor desenvolva, em conjunto com os estudantes, somente “noções” que permeiam esses conceitos, conforme especificado no campo 2.2.

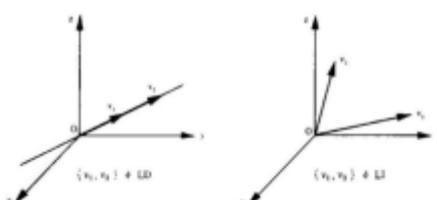
- Para isso, começar exemplificado com vetores em uma reta(1D), no plano(2D) e no espaço(3D) progressivamente. No caso das combinações lineares, começar com exemplos simples do tipo:

$v=(-7,-15,22)$ é uma combinação linear dos vetores $v_1=(2,-3,4)$ e $v_2=(5,1,-2)$ porque $v=(4v_1-3v_2)$:

$$(-7,-15,22)=4(2,-3,4)-3(5,1,-2)$$

$$(-7,-15,22)=(8,-12,16)+(-15,-3,6)$$

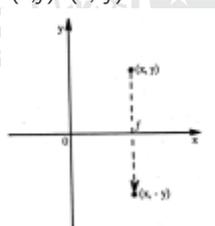
$$(-7,-15,22)=(-7,-15,22)$$



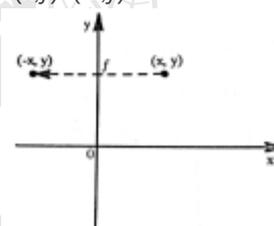
Exercícios desse tipo desse exemplo podem ser bastante cultivados no decorrer do processo de aprendizagem. As generalizações da forma: para todo n , $v = a_1v_1 + a_2v_2 + \dots + a_nv_n$ com a_1, a_2, \dots, a_n e v_1, v_2, \dots, v_n vetores de um espaço vetorial, podem ser abordados reservando-se um tempo de aula em especial ou mais para isso. O importante é ter cuidado na forma como o tema será tratado, para não confundir os estudantes, o que requer, também, tempo necessário para assimilação dos conceitos abstratos. O produto escalar, vetorial e módulo de vetores possuem aplicações na Física, tornando propícia a articulação no planejamento pedagógico com esse componente da formação geral básica. Evitar definir objetos de conhecimentos nos quais estão destacadas “noções”, pois esta unidade visa somente uma INTRODUÇÃO da Álgebra Linear. As noções de transformações lineares planas podem ser abordadas em um primeiro momento na sala de aula da turma, com explicações e construções junto com os estudantes; em segundo momento, encaminhá-los à sala de tecnologia, caso for possível, com intuito de poder utilizar programas como o software GeoGebra como auxílio nas pesquisas e no esboço de gráficos.

Reflexões:

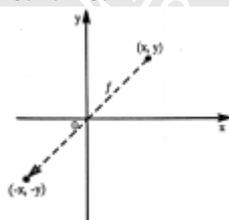
Em relação ao eixo x
 $f(x,y) = (x, -y)$



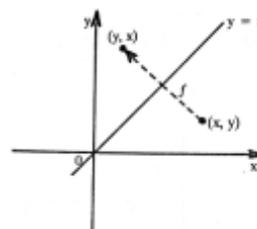
Em relação ao eixo y
 $f(x,y) = (-x, y)$



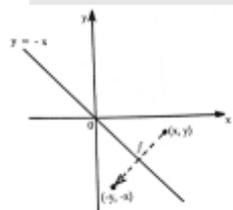
Em relação ao eixo a origem
 $f(x,y) = (-x, -y)$



Em relação ao eixo y
 $f(x,y) = (-x, y)$



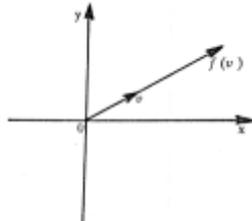
Em relação ao eixo a reta $y = -x$
 $f(x,y) = (-y, -x)$



• **Dilatações e Contrações:**

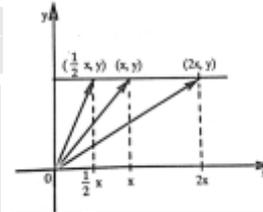
Na direção do vetor

$$f(x,y) = a(x,y) = (ax, ay), a \in \mathbb{R}$$



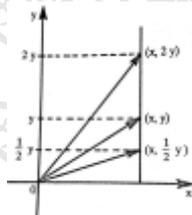
Na direção do eixo dos x

$$f(x,y) = (ax,y), a \geq 0$$



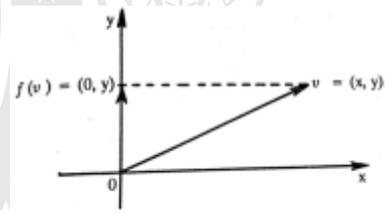
Na direção do eixo dos y

$$f(x,y) = (x,ay), a \geq 0$$



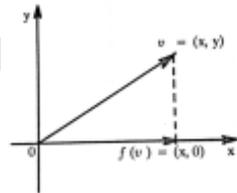
Uma projeção do plano sobre o eixo dos y

$$f(x,y) = (0,y)$$



Uma projeção do plano sobre o eixo dos x

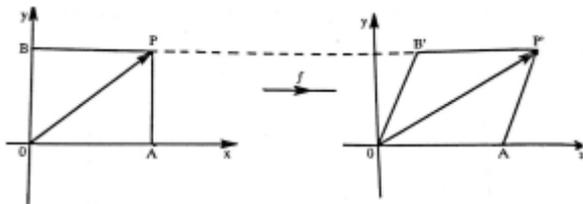
$$f(x,y) = (x,0)$$



• **Cisalhamentos:**

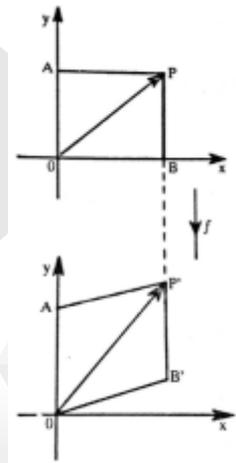
Em relação ao eixo x

$$f(x,y) = (x+ay,y)$$



Em relação ao eixo y

$$f(x,y) = (x,ax+y)$$



O professor poderá utilizar diversas metodologias no decorrer desta unidade para maximizar as ações didáticas, uma delas pode ser a Resolução de Problemas apontada por Onuchic (1999, p. 216 - 17), indicando sete fases pelas quais o processo metodológico pode caminhar no ambiente escolar:

1- Formando Grupos: Entregar uma atividade: Lembre-se de que, no mundo real, a aprendizagem é muitas vezes um processo compartilhado e que o progresso em direção a uma meta ocorre por meio dos esforços combinados de muitas pessoas. Os estudantes precisam experimentar esse processo cooperativo e ter a oportunidade de aprender uns com os outros. Grande parte do aprendizado em sala de aula será feito em pequenos grupos.

2- O papel do professor: Neste trabalho, o papel do professor passa de comunicador de conhecimento para observador, organizador, consultor, mediador, auditor, controlador e facilitador da aprendizagem. O professor faz perguntas desafiadoras e ajuda os estudantes a se apoiarem na superação de dificuldades. O professor media, leva os estudantes a pensar, dá-lhes tempo para pensar, segue suas explorações e resolve problemas secundários quando necessário.

3- Resultados no quadro: Terminado o trabalho dos estudantes, o professor escreverá no quadro os resultados obtidos pelos diferentes grupos. Registra resultados corretos e incorretos e aqueles realizados por caminhos diferentes.

4- Plenária: Chama os estudantes todos, de todos os grupos, para uma assembleia plena. Como todos trabalharam sobre o problema dado, podem estar ansiosos quanto a seus resultados. Procuram defender seus pontos de vista e participam.

5- Análise dos resultados: Nesta fase são resolvidos novamente os pontos de dificuldade encontrados pelos estudantes. Mais uma vez surgem problemas secundários que, se não forem resolvidos, podem impedir a continuação do trabalho. O aspecto exploratório é muito importante nesta análise.

6- Consenso: Com base na análise efetuada, com a necessária eliminação das dúvidas, procura-se um consenso sobre o resultado pretendido.

7- Formalização: Num trabalho conjunto de professor e estudantes, com o professor dirigindo o trabalho, é feita uma síntese do que se pretende aprender com o problema levantado. São colocadas as definições necessárias, identificou suas propriedades e fez as demonstrações. É importante destacar, neste momento, que nova matemática foi construída, utilizando as novas terminologias da disciplina.

Produto final:

Produzir um portfólio individual, contendo o passo a passo das pesquisas, trabalhos executados e concluídos no decorrer da unidade. É importante seguir “a linha do tempo” em que as pesquisas e os trabalhos foram desenvolvidos. Esse portfólio e as explicações podem ser compartilhados e expostos no ambiente escolar para todos os estudantes e funcionários.

FONTES E MATERIAL DE APOIO

FONTE PRINCIPAL

ANDRADE, Juliana P. G. **Vetores:** interações à distância para aprendizagem de Álgebra Linear. 2010.125 f. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2010.

ANDREOTTI, Celso. **Vetores e suas representações em livros didáticos de Engenharia.** Educação Matemática no Ensino Superior, São Paulo.

BRASIL. Presidência da República. **Lei nº 13.415, de 16 de fevereiro de 2017.** Altera a Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB), implementando as mudanças previstas para o Novo Ensino Médio. Disponível em: http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_Ato2015-2018/2017/Lei/L13415.htm. Acesso em: 16 out. 2021.

BRASIL. Ministério da Educação/Conselho Nacional de Educação/Câmara de Educação Básica. **Resolução CEB/CNE nº 3, de 21 de novembro de 2018.** Atualiza as Diretrizes Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (DCNEM). Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/reso398.pdf>. Acesso em: 16 out. 2021.

BRASIL. Ministério da Educação/Conselho Nacional de Educação/Secretaria Executiva. **Resolução nº 4, de 17 de dezembro de 2018.** Institui a Base Nacional Comum Curricular na Etapa do Ensino Médio (BNCC-EM). Disponível em: http://portal.mec.gov.br/index.php?option=com_docman&view=download&alias=104101-rcp004-18&category_slug=dezembro-2018-pdf&Itemid=30192. Acesso em: 16 out. 2021.

BRASIL. Ministério da Educação. **Portaria nº 1.432, de 28 de dezembro de 2018.** Estabelece os referenciais para elaboração dos itinerários formativos. Disponível em: <http://novoensinomedio.mec.gov.br/#!/marco-legal>. Acesso em: 16 out. 2021.

BRASIL. Ministério da Educação. **Planejando a próxima década:** conhecendo as 20 metas do Plano Nacional de Educação. Disponível em: <http://novoensinomedio.mec.gov.br/#!/marco-legal>. Acesso em: 16 out. 2021.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular:** educação é a base. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/>. Acesso em: 16 out. 2021.

BRASIL. Ministério da Educação. **Secretaria de Educação Fundamental.** Parâmetros curriculares nacionais: Matemática. Brasília: MEC/SEF, 1998.

BARROS, Paula M.; FERNANDES, José A.; ARAÚJO, Cláudia M. **O ensino de álgebra linear nos institutos politécnicos segundo a visão dos professores.** 2014. Disponível em <<http://hdl.handle.net/1822/32502>>. Acesso em: 09 nov. 2021.

CELESTINO, Marcos R. **Ensino-aprendizagem da Álgebra linear:** as pesquisas brasileiras na década de 90. 2000. 114 f. Dissertação Mestrado em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2000.

MENDONÇA, M. C. D. **Problematização: um caminho a ser percorrido em Educação Matemática.** Campinas: UNICAMP, 1993, Tese de Doutorado.

ONUCHIC, L. R. **Ensino-aprendizagem de Matemática através da resolução de problemas.** In: BICUDO, M.A.V. (Org). Pesquisa em Educação Matemática: Concepções & Perspectivas. Editora UNESP, São Paulo(SP), p. 199 - 218, 1999.

POLYA, G. **A arte de resolver problemas.** Primeira reimpressão. Tradução e adaptação de Heitor Lisboa de Araújo. Rio de Janeiro: Interciências, 1986.

STEINBRUCH, A.; WINTERLE, P. **Introdução à Álgebra Linear.** São Paulo: Editora Person Education do Brasil, 1997.

VINICIUS, Marcos. **Produto Escalar.** Quero Bolsa, 2018. Disponível em: <<https://querobolsa.com.br/enem/matematica/produto-escalar>>. Acesso em 09 nov. 2021

**MATERIAL
DE APOIO**

MORO, G. et. al. **Ensino de Álgebra linear: traços de uma pesquisa. II** Colbeduca. Santa Catarina, 2017.

ONUCHIC, L. R. **Ensino-aprendizagem de Matemática através da resolução de problemas**. In: BICUDO, M.A.V. (Org). Pesquisa em Educação Matemática: Concepções & Perspectivas. Editora UNESP, São Paulo(SP), p. 199 - 218, 1999.

STEINBRUCH, A.; WINTERLE, P. **Introdução à Álgebra Linear**. São Paulo: Editora Person Education do Brasil, 1997.

**ENTREGA/
AVALIAÇÃO**

A avaliação é processual e supõe o desenvolvimento de todas as etapas desta atividade de aprendizagem, de modo a contemplar os eixos estruturantes programados ao longo da Unidade Curricular. Assim, devem ser consideradas tanto as interações na roda de diálogo, pesquisa e produção escrita de ensaio, apresentação em Banner impresso ou digital, ou outro material que possa produzir e/ou construir. Socialização da pesquisa e produção escrita do ensaio e materiais concretos construídos.

OBSERVAÇÕES

Além dos objetivos desta unidade, no início dos estudos de álgebra linear, convém estudar sobre geometria analítica, ter conhecimentos de sistemas de equações lineares, matrizes e determinantes. Depois de se acostumar com esses tópicos, em momento posterior, é possível aprender um conteúdo mais aprofundado em álgebra linear.



MMS

ÁREAS DO CONHECIMENTO

MATEMÁTICA E SUAS TECNOLOGIAS

UM OLHAR SOCIAL AOS
DADOS ESTATÍSTICOS

UM OLHAR SOCIAL AOS DADOS ESTATÍSTICOS

APRESENTAÇÃO

Um dado estatístico por si só é uma informação qualquer, que a princípio não agrega valor algum, porém, quando tratado, analisado e interpretado, torna-se uma informação extremamente relevante para tomada de decisões. Diante disso, propõe-se com esta Unidade Curricular o estudo de dados estatísticos e a proposição de ações/projetos a partir dos resultados obtidos.

Para início, sugere-se o estudo de indicadores de desigualdade de gênero para, então, ampliar a análise dos indicadores de pobreza e de desigualdade social de Mato Grosso do Sul. Posteriormente, é sugerida aos estudantes a elaboração dos indicadores referentes à comunidade que pertencem, culminando, assim, nas proposições de intervenções socioculturais.

COMPETÊNCIAS

1. Utilizar estratégias, conceitos e procedimentos matemáticos para interpretar situações em diversos contextos, sejam atividades cotidianas, sejam fatos das ciências da Natureza e Humanas, das questões socioeconômicas ou tecnológicas, divulgados por diferentes meios, de modo a contribuir para uma formação geral.
2. Propor ou participar de ações para investigar desafios do mundo contemporâneo e tomar decisões éticas e socialmente responsáveis, com base na análise de problemas sociais, como os voltados a situações de saúde, sustentabilidade, das implicações da tecnologia no mundo do trabalho, entre outros, mobilizando e articulando conceitos, procedimentos e linguagens próprios da Matemática.
4. Compreender e utilizar, com flexibilidade e precisão, diferentes registros de representação matemáticos (algébrico, geométrico, estatístico, computacional etc.), na busca de solução e comunicação de resultados de problemas.

CARGA HORÁRIA



Semestral - semanal (02 aulas)
carga horária total (40 aulas)

EIXOS ESTRUTURANTES RELACIONADOS



- Investigação Científica
- Mediação e intervenção sociocultural
- Processos Criativos

COMPONENTES CURRICULARES E CONHECIMENTOS GERAIS ARTICULADOS



- Matemática e suas Tecnologias
- Uso de dados estatísticos para análise de resultados e tomada de decisões
- Criação de indicadores a parte de pesquisa estatística

PERFIL DOCENTE



- Possuir formação em Matemática ou áreas correlatas.
- Ter desenvolvido e/ou disposição para desenvolver atividades de pesquisa e estudos no campo de conhecimento correspondente à Unidade Curricular, tornando-a mais contextualizada e integrada aos outros componentes.
- Desenvolver e/ou ter disposição para desenvolver habilidades em metodologias de aprendizagens e tecnologias, que estabeleçam a dinâmica do trabalho em grupo, do incentivo à pesquisa, à autonomia e ao protagonismo relacionados às competências socioemocionais dos estudantes.

OBJETIVOS

- Analisar a desigualdade de gênero no Brasil a partir de dados estatísticos.
- Relacionar os dados estatísticos como subsídio na criação de políticas públicas.
- Compreender como dados estatísticos podem ser utilizados para tomadas de decisões.
- Compreender o cenário social do Mato Grosso do Sul.
- Criar e analisar pesquisa estatística da comunidade.
- Propor ações/projetos que possam influenciar positivamente a comunidade.

RELAÇÃO COM OUTRA(S) UNIDADE(S)

- Sorte ou matemática?
- Do anormal para a Normal
- Descomplicando o R

RECURSOS

- Dispositivos eletrônicos com acesso à Internet e à edição de texto, lousa digital e datashow.
- Calculadoras, planilhas eletrônicas ou outras ferramentas que simplificam os cálculos de proporções, produção de relações, gráficos e planilhas.
- Se possível, parceria com universidades e Instituto Federal que possuem grupos de pesquisa ou projetos sobre o assunto em uma abordagem multidisciplinar.

ORGANIZADOR CURRICULAR

EIXO ESTRUTURANTE: INVESTIGAÇÃO CIENTÍFICA

HABILIDADES

Habilidade dos Itinerários Formativos Associada às Competências Gerais da BNCC:

(MS.EMIFCG01) Identificar, selecionar, processar e analisar dados, fatos e evidências com curiosidade, atenção, criticidade e ética, inclusive utilizando o apoio de tecnologias digitais.

(MS.EMIFCG02) Posicionar-se com base em critérios científicos, éticos e estéticos, utilizando dados, fatos e evidências para respaldar conclusões, opiniões e argumentos, por meio de afirmações claras, ordenadas, coerentes e compreensíveis, sempre respeitando valores universais, como liberdade, democracia, justiça social, pluralidade, solidariedade e sustentabilidade.

(MS.EMIFCG03) Utilizar informações, conhecimentos e ideias resultantes de investigações científicas para criar ou propor soluções para problemas diversos.

Habilidades Específicas dos Itinerários Formativos Associadas ao Eixo Estruturante:

(MS.EMIFMAT01) Investigar e analisar situações-problema identificando e selecionando conhecimentos matemáticos relevantes para uma dada situação, elaborando modelos para sua representação.

(MS.EMIFMAT02) Levantar e testar hipóteses sobre variáveis que interferem na explicação ou resolução de uma situação-problema elaborando modelos com a linguagem matemática para analisá-la e avaliar sua adequação em termos de possíveis limitações, eficiência e possibilidades de generalização.

(MS.EMIFMAT03) Selecionar e sistematizar, com base em estudos e/ou pesquisas (bibliográfica, exploratória, de campo, experimental etc.) em fontes confiáveis, informações sobre a contribuição da Matemática na explicação de fenômenos de natureza científica, social, profissional, cultural, de processos tecnológicos, identificando os diversos pontos de vista e posicionando-se mediante argumentação, com o cuidado de citar as fontes dos recursos utilizados na pesquisa e buscando apresentar conclusões com o uso de diferentes mídias

Habilidades da BNCC:

(MS.EM13MAT101) Interpretar criticamente situações econômicas, sociais e fatos relativos às Ciências da Natureza que envolvam a variação de grandezas, pela análise dos gráficos das funções representadas e das taxas de variação, com ou sem apoio de tecnologias digitais.

(MS.EM13MAT104) Interpretar taxas e índices de natureza socioeconômica (índice de desenvolvimento humano, taxas de inflação, entre outros), investigando os processos de cálculo desses números, para analisar criticamente a realidade e produzir argumentos.

EIXO ESTRUTURANTE: PROCESSOS CRIATIVOS

HABILIDADES

Habilidade dos Itinerários Formativos Associada às Competências Gerais da BNCC:

(MS.EMIFCG05) Questionar, modificar e adaptar ideias existentes e criar propostas, obras ou soluções criativas, originais ou inovadoras, avaliando e assumindo riscos para lidar com as incertezas e colocá-las em prática.

Habilidades Específicas dos Itinerários Formativos Associadas ao Eixo Estruturante:

(MS.EMIFMAT05) Selecionar e mobilizar intencionalmente recursos criativos relacionados à Matemática para resolver problemas de natureza diversa, incluindo aqueles que permitam a produção de novos conhecimentos matemáticos, comunicando com precisão suas ações e reflexões relacionadas a constatações, interpretações e argumentos, bem como adequando-os às situações originais.

(MS.EMIFMAT06) Propor e testar soluções éticas, estéticas, criativas e inovadoras para problemas reais, considerando a aplicação dos conhecimentos matemáticos associados ao domínio de operações e relações matemáticas simbólicas e formais, de modo a desenvolver novas abordagens e estratégias para enfrentar novas situações.

Habilidade da BNCC:

(MS.EM13MAT202) Planejar e executar pesquisa amostral sobre questões relevantes, usando dados coletados diretamente ou em diferentes fontes, e comunicar os resultados por meio de relatório contendo gráficos e interpretação das medidas de tendência central e das medidas de dispersão (amplitude e desvio padrão), utilizando ou não recursos tecnológicos.

OBJETOS DE CONHECIMENTO

- Espaço amostral
- Índices de Desenvolvimento Humano Municipal (IDHM)
- Índice de GINI
- Análise de dados
- Análise de gráficos

SUGESTÕES DIDÁTICAS

Primeira parte: para que os estudantes possam relacionar os dados estatísticos como subsídio na criação de políticas públicas, sugere-se estudo de caso, utilizando o relatório “Estatísticas de Gênero - Indicadores sociais das mulheres no Brasil” produzido pelo Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE). Para isso, convém dividir a turma em cinco grupos, sendo cada um responsável pelos temas do documento:

- a) Estruturas econômicas, participação em atividades produtivas e acesso a recursos
- b) Educação
- c) Saúde e serviços relacionados
- d) Vida pública e tomada de decisão
- e) Direitos humanos das mulheres e meninas

Os grupos podem analisar as temáticas a fundo, e, a partir dos dados, apresentar para toda turma:

- a) Quais indicadores foram criados para analisar essas temáticas?
- b) O que foi observado nessas análises?
- c) Como os dados numéricos expressos nesses documentos podem ser observados em seus cotidianos?
- d) Qual a importância desse estudo para a criação de políticas públicas?

Ao final das apresentações, propor um debate com toda a turma sobre quais ações poderiam colaborar para impactar positivamente nesses dados.

Na segunda parte, com forma de ampliar o estudo, ressalta-se a importância em analisar os indicadores de pobreza e desigualdade social de Mato Grosso do Sul e, se possível, do município onde os estudantes estão localizados. Os estudantes podem apresentar o que esses índices apontam, como eles são calculados e como eles podem ser utilizados. Ao final das pesquisas, realizar um debate com os estudantes, verificando se esses índices refletem as realidades locais. São sugestões de indicadores para estudo:

- a) Índices de Desenvolvimento Humano Municipal (IDHM)
- b) Indicadores de pobreza
- c) Índice de GINI

Na terceira parte, juntamente com os estudantes, elencar temas que a turma acredita serem relevantes para a análise (educação, violência, emprego, dentre outros) e distribuir os estudantes em grupos. Cada grupo deverá:

- a) criar indicadores realizados a esses temas;
- b) realizar pesquisa estatística (escuta a comunidade) para calcular esses indicadores;
- c) analisar os dados obtidos e, se possível, compará-los a dados oficiais;
- d) apresentar os dados obtidos e suas conclusões para o restante da turma.

Na última parte, os estudantes poderão, como produto final da Unidade Curricular, propor ações e/ou projetos que podem impactar positivamente os indicadores analisados por eles. Pode ser simulada uma comissão de aprovação de projetos entre os estudantes debatendo:

- a) viabilidade do(a) ação/projeto;
- b) importância do(a) ação/projeto;
- c) eficácia do(a) ação/projeto;
- d) tempo de execução do(a) ação/projeto;
- e) entre outros critérios definidos pela comissão.

FONTES E MATERIAL DE APOIO

FONTE PRINCIPAL

INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA. Estatísticas de Gênero. **Indicadores sociais das mulheres no Brasil**. IBGE, 2018. Disponível em: <https://biblioteca.ibge.gov.br/visualizacao/livros/liv101551_informativo.pdf>. Acesso em: 05 de out. de 2021.

ANUNCIATO, K. M.; FRANCO, C. **ANÁLISE DOS PRINCIPAIS INDICADORES DE POBREZA E DESIGUALDADE SOCIAL DE MATO GROSSO DO SUL**. Revista UNEMAT de Contabilidade, [S. l.], v. 6, n. 11, 2017. DOI: 10.30681/ruc.v6i11.819. Disponível em: <<https://periodicos.unemat.br/index.php/ruc/article/view/819>>. Acesso em: 05 de out. de 2021.

MATERIAL DE APOIO

DESENVOLVIMENTO HUMANO E IDH. Programa das Nações Unidas para o Desenvolvimento, 2021c. Disponível em: <<https://www.br.undp.org/content/brazil/pt/home/idho.html>>. Acesso em: 05 de out. de 2021.

ATLAS BRASIL. **Atlas Brasil**. Página Inicial. Disponível em: <<http://www.atlasbrasil.org.br/>>. Acesso em: 05 de out. 2021

ENTREGA/ AVALIAÇÃO

A avaliação é processual formativa e supõe o desenvolvimento de todas as etapas desta atividade de aprendizagem, de modo a contemplar os eixos estruturantes programados ao longo da Unidade Curricular. Assim, devem ser consideradas a participação e a entrega da coleta e análise dos dados, da pesquisa e da produção da intervenção. Socialização da pesquisa, da intervenção escolhida e dos materiais concretos construídos, também é parte relevante.

Além da avaliação pelo professor, sugere-se que os colegas também possam avaliar de forma colaborativa o material produzido pela turma. Ao avaliar, o professor deve verificar se as produções:

- atendem ao tema delimitado;
- expressam de forma adequada as informações e a contextualização;
- apresentam conceitos e argumentos que sustentam a finalização;
- pautam informações pertinentes e diversificadas;
- têm caráter autoral, ou seja, que não sejam cópias (plágios).

OBSERVAÇÕES

- Os indicadores sugeridos poderão ser modificados de acordo com os interesses da turma.
- É importante que todas as análises numéricas sejam relacionadas com o cotidiano dos estudantes por meio de exemplos em discussões e/ou notícias atuais.
- Reserve um tempo maior do semestre para a terceira parte da unidade curricular, uma vez que nela os estudantes poderão obter noções de como uma pesquisa estatística é realizada. Além disso, a análise de dados é um processo que demanda tempo.
- Para realizar a pesquisa estatísticas podem ser utilizados questionários on-line e/ou impressos. Na criação dos questionários é importante determinar como será feita a análise desses dados, evitando respostas abertas para simplificar sua mensuração.

ÁREAS DO CONHECIMENTO

MATEMÁTICA E SUAS TECNOLOGIAS

SORTE OU MATEMÁTICA?

SORTE OU MATEMÁTICA?

APRESENTAÇÃO

Essa Unidade Curricular tem como proposta central a validação de teoremas e fórmulas aplicadas à Probabilidade, por meio da investigação científica, com o objetivo de torná-las mais compreensíveis e usuais aos estudantes. Seguindo essa proposta, na primeira parte da Unidade recomenda-se a utilização dos jogos Alea para o estudo do cálculo de probabilidade de eventos em experimentos aleatórios. Em seguida, propõe-se a simulação e análise do paradoxo de *Monty Hall*, bem como sua análise a partir do Teorema de Bayes, com o objetivo de que os estudantes concluam que embora todos os experimentos estudados dependam exclusivamente do acaso, por meio de cálculos, é possível tomar decisões mais seguras, porém, não exatas. Para o produto final são sugeridos: criação de um jogo que envolva cálculos probabilísticos, mural de soluções ou estudos de casos em que os temas abordados possam ser utilizados no cotidiano dos estudantes e/ou na aplicação em tomadas de decisões.

COMPETÊNCIAS

1. Utilizar estratégias, conceitos e procedimentos matemáticos para interpretar situações em diversos contextos, sejam atividades cotidianas, sejam fatos das ciências da Natureza e Humanas, das questões socioeconômicas ou tecnológicas, divulgados por diferentes meios, de modo a contribuir para uma formação geral.
3. Utilizar estratégias, conceitos, definições e procedimentos matemáticos para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente.
4. Compreender e utilizar, com flexibilidade e precisão, diferentes registros de representação matemáticos (algébrico, geométrico, estatístico, computacional etc.), na busca de solução e comunicação de resultados de problemas.
5. Investigar e estabelecer conjecturas a respeito de diferentes conceitos e propriedades matemáticas, empregando estratégias e recursos, como observação de padrões, experimentações e diferentes tecnologias, identificando a necessidade, ou não, de uma demonstração cada vez mais formal na validação das referidas conjecturas.

CARGA HORÁRIA



Semestral - semanal (02 aulas)
carga horária total (40 aulas)

EIXOS ESTRUTURANTES RELACIONADOS



- Investigação científica

COMPONENTES CURRICULARES E CONHECIMENTOS GERAIS ARTICULADOS



- Matemática e suas Tecnologias:
 - Identificação do espaço amostral estudado em uma situação
 - Cálculo da probabilidade de experimentos aleatórios sucessivos
 - Uso de conhecimento estatístico para análise de resultados e tomada de decisões

PERFIL DOCENTE



- Possuir formação em Matemática ou áreas correlatas.
- Ter desenvolvido e/ou disposição para desenvolver atividades de pesquisa e estudos no campo de conhecimento correspondente à Unidade Curricular, tornando-a mais contextualizada e integrada aos outros componentes.
- Desenvolver e/ou disposição para desenvolver habilidades em metodologias de aprendizagens e tecnologias, que estabeleçam a dinâmica do trabalho em grupo, do incentivo à pesquisa, à autonomia e ao protagonismo relacionados às competências socioemocionais dos estudantes.

OBJETIVOS

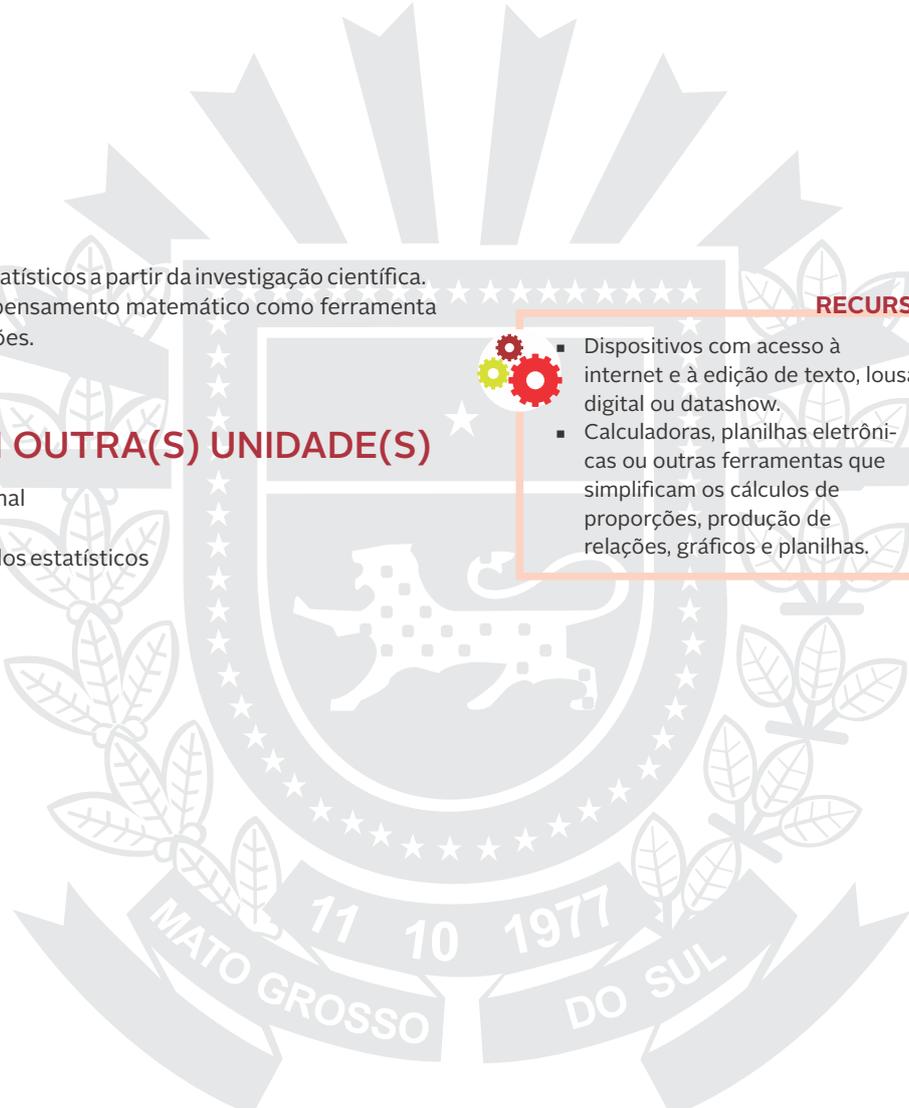
- Vivenciar teoremas estatísticos a partir da investigação científica.
- Reconhecer o uso do pensamento matemático como ferramenta para tomadas de decisões.

RELAÇÃO COM OUTRA(S) UNIDADE(S)

- Do anormal para a normal
- Descomplicando o R
- Um olhar social aos dados estatísticos

RECURSOS

- Dispositivos com acesso à internet e à edição de texto, lousa digital ou datashow.
- Calculadoras, planilhas eletrônicas ou outras ferramentas que simplificam os cálculos de proporções, produção de relações, gráficos e planilhas.



MATO GROSSO DO SUL

MS

ORGANIZADOR CURRICULAR

EIXO ESTRUTURANTE: INVESTIGAÇÃO CIENTÍFICA

HABILIDADES

Habilidade dos Itinerários Formativos Associada às Competências Gerais da BNCC:

(MS.EMIFCG01) Identificar, selecionar, processar e analisar dados, fatos e evidências com curiosidade, atenção, criticidade e ética, inclusive utilizando o apoio de tecnologias digitais.

(MS.EMIFCG03) Utilizar informações, conhecimentos e ideias resultantes de investigações científicas para criar ou propor soluções para problemas diversos

Habilidades Específicas dos Itinerários Formativos Associadas ao Eixo Estruturante:

(MS.EMIFMAT01) Investigar e analisar situações-problema identificando e selecionando conhecimentos matemáticos relevantes para uma dada situação, elaborando modelos para sua representação.

(MS.EMIFMAT02) Levantar e testar hipóteses sobre variáveis que interferem na explicação ou resolução de uma situação-problema elaborando modelos com a linguagem matemática para analisá-la e avaliar sua adequação em termos de possíveis limitações, eficiência e possibilidades de generalização

(MS.EMIFMAT03) Selecionar e sistematizar, com base em estudos e/ou pesquisas (bibliográfica, exploratória, de campo, experimental etc.) em fontes confiáveis, informações sobre a contribuição da Matemática na explicação de fenômenos de natureza científica, social, profissional, cultural, de processos tecnológicos, identificando os diversos pontos de vista e posicionando-se mediante argumentação, com o cuidado de citar as fontes dos recursos utilizados na pesquisa e buscando apresentar conclusões com o uso de diferentes mídias.

Habilidades da BNCC:

(MS.EM13MAT311) Identificar e descrever o espaço amostral de eventos aleatórios, realizando contagem das possibilidades, para resolver e elaborar problemas que envolvem o cálculo da probabilidade.

(MS.EM13MAT312) Resolver e elaborar problemas que envolvem o cálculo de probabilidade de eventos em experimentos aleatórios sucessivos.

OBJETOS DE CONHECI- MENTO

- Conceitos básicos de estatística e probabilidade.
- Cálculo de probabilidade de eventos em experimentos aleatórios.
- Cálculo de probabilidade de eventos em experimentos aleatórios sucessivos.
- Teorema da probabilidade total.
- Teorema de Bayes.

SUGESTÕES DIDÁTICAS

Etapa 1 - As 4 categorias dos jogos

Espera-se que na primeira etapa o estudante possa identificar qual será seu objetivo de investigação. Para isso, sugere-se a utilização de jogos a fim de compreender a importância de elementos como a padronização, a definição e a classificação na qual eles são organizados.

As definições e classificações sobre os tipos de jogos são múltiplas e variáveis, desse modo, para esta Unidade será utilizado o conceito de Carvalho (2008) que divide os jogos em em quatro categorias:

- Agôn: jogos de competição em que deve ser definido quem é o mais rápido, resistente, atento, entres outras habilidades.
- Alea: jogos em que o resultado depende do acaso.
- Mimicry: o jogador assume, temporariamente, um determinado personagem ilusório. O jogador acredita, ou faz acreditar, que ele é um outro, para isso ele utiliza o disfarce e a simulação, incorporando uma personalidade que não é a sua, para vivenciar determinado papel.
- Ilinix: consiste na busca da vertigem, do êxtase, e na tentativa de destruir momentaneamente a estabilidade orgânica, a percepção, a consciência e o equilíbrio, provocando por momentos um pânico voluptuoso, um estado de confusão e desordem.

O foco desta Unidade Curricular são os jogos Alea, ou seja, aqueles que a habilidade de um jogador não irá influenciar no seu resultado final. Para a identificação dos jogos, sugere-se que o professor apresente uma série deles e classifique-os juntamente com a turma entre as quatro categorias. São exemplos que podem ser utilizados:

- jogo 1: Mega-sena
- jogo 2: General
- jogo 3: Competição de salto em vara
- jogo 4: Seu mestre mandou
- jogo 5: Fórmula 1
- jogo 6: Xadrez
- jogo 7: Bingo

Etapa 2 - Um dado

Em grupos, pedir para que os estudantes joguem um dado diversas vezes e anotem os valores dos números tirados. Ao final, compare os resultados dos grupos:

- Quais eram os resultados esperados?
- Os resultados são parecidos?
- É possível prever com mais segurança a saída de um número específico?

Etapa 3 - Dois dados simultâneos e separados

Em grupos, pedir para que os estudantes joguem dois dados simultaneamente diversas vezes e anotem os valores da soma dos números tirados nos dois dados. Em seguida, pedir para que os estudantes realizem a mesma experiência, porém jogando um dado de cada vez, realizando a soma dos dois resultados obtidos. Ao final, comparar, novamente, os resultados dos grupos:

- Quais eram os resultados esperados?
- Os resultados são parecidos?
- É possível prever com mais segurança a soma de um número específico? Por que isso ocorre?
- Há diferença entre jogar o dado simultaneamente e separadamente?

Etapa 4 - Analisando os jogos

O objetivo dessa etapa é demonstrar para os estudantes que embora todos os jogos testados dependam exclusivamente do acaso, o jogador poderá realizar escolhas que terão maiores chances de acontecer.

Sugere-se que o professor comece retomando os três jogos feitos até o momento:

- a) No jogo com dado único (não viciado), cada número tem a mesma probabilidade de acontecer, portanto, não é possível ter uma jogada mais segura que a outra.
- b) Já no segundo jogo em que são usados dois dados simultaneamente e deve ser realizada a soma, há somas que têm maior probabilidade.
- c) Por último, no jogo em que também deve ser realizada a soma, mas os dados são lançados separadamente, espera-se que os estudantes percebam que é o mesmo jogo do item b, uma vez que se tratam de eventos iguais.

Após retomar os jogos analisados, o professor poderá levantar questionamentos sobre os experimentos com os estudantes:

- a) Quais jogos conhecemos que podem envolver cálculos estatísticos?
- b) Nos jogos com dois dados, podemos fazer escolhas mais seguras de qual soma sairá?
- c) O que significa as probabilidades calculadas em cada jogo? Porque nos experimentos elas não são exatas?
- d) Em um jogo de par ou ímpar em que podemos colocar apenas de 1 a 5, caso meu oponente escolha par, qual números me proporcionam mais chances de vencer?
- e) Em todos os jogos, as tomadas de decisões devem ser sempre aleatórias ou em alguns casos pode ser utilizado pensamento matemático para aumentar suas chances? Esses cálculos garantem a vitória?

Etapa 5 - Jogo das portas

Após o estudo dos jogos com dados, apresentar aos estudantes o paradoxo de “Monty Hall”: há três portas, atrás de uma porta existe um carro e das outras duas existe um bode. Na primeira etapa, um jogador escolhe uma porta e, em seguida, o apresentador abre uma outra porta revelando que esta contém um bode. Nesse momento, o jogador deverá escolher entre continuar com sua primeira escolha ou trocar de porta. Qual a melhor opção? Há diferença entre elas?

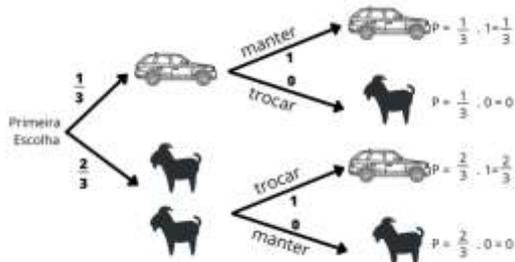
A princípio os estudantes devem discutir sobre o problema proposto e inferir suas teorias. Em seguida, sugere-se que o professor direcione alguns questionamentos:

- a) Há alguma maneira de provar as teorias levantadas pelos estudantes?
- b) Pode ser realizado algum tipo de experimento para testar as hipóteses?

Ao final da discussão, orientar para que os estudantes montem um plano de ação para testar suas teorias. Pode-se, por exemplo:

- a) Construir um programa que realize várias hipóteses e construir as probabilidades a partir dele.
- b) Utilizar aplicativos e/ou outras ferramentas já disponíveis que simulam o paradoxo.
- c) Realizar um experimento entre eles e/ou com outros membros da escola (no caso dessa escolha, assegurar-se de que serão testados um número razoável de vezes).

Ao final do teste escolhido pelos estudantes, espera-se que eles percebam que a troca de porta é uma escolha melhor, mas não garantida. Apresentar a eles o diagrama de árvore que explica matematicamente o que acontece e, em seguida, relacionar o diagrama com o Teorema de Bayes.



Etapa 6 - Teorema de Bayes,

O Teorema de Bayes relaciona a probabilidade de um evento acontecer, com base em uma informação prévia que pode estar relacionada ao evento. Ou seja, ele estabelece a seguinte relação entre dois eventos A e B:

$$P(A|B) = \frac{P(B|A) \cdot P(A)}{P(B)}$$

P(A) é chamada de probabilidade a priori, ou seja, a probabilidade do evento A sem nenhuma informação sobre o evento B. A probabilidade P(A|B) é denominada probabilidade a posteriori, uma vez que ela é analisada a partir de uma nova informação, ou seja, a informação do evento B.

No caso do paradoxo de *Monty Hall* pode-se aplicar o Teorema de Bayes da seguinte maneira a seguir, considerando que:

- PA: o carro está em A
- PB: o carro está em B
- PC: o carro está em C
- RA: o apresentador revela o conteúdo (bode) de A
- RB: o apresentador revela o conteúdo (bode) de B
- RC: o apresentador revela o conteúdo (bode) de C

Tendo em vista que o participante escolha inicialmente a porta A e que o apresentador abra a porta B, contendo um bode (RB), objetiva-se calcular a probabilidade do carro está em A, considerando que o apresentador revelou o conteúdo da porta B, ou seja, P(PA|RB):

$$P(PA|RB) = \frac{P(RB|PA) \cdot P(PA)}{P(RB)}$$

(1)

- P(PA|RB): probabilidade do carro está em A caso o apresentador abra a porta B
- P(RB|PA): probabilidade do apresentador abrir B, sabendo que o carro está em A, ou seja, ele tem apenas duas opções B ou C.
- P(PA): probabilidade inicial do carro está em A.
- P(RB): probabilidade do apresentador revelar o conteúdo de B.

Para calcular P(RB), utiliza-se o Teorema da probabilidade total. Sabe-se que o carro está em alguma das portas. Portanto:

$$P(RB) = P(RB|PA) \cdot P(PA) + P(RB|PB) \cdot P(PB) + P(RB|PC) \cdot P(PC)$$

(2)

- $P(RB)$: probabilidade do apresentador revelar o conteúdo de B.
- $P(RB|PA)$: probabilidade do apresentador revelar o conteúdo de B, sabendo que o carro está na porta A, ou seja, ele tem duas opções B ou C.
- $P(PA)$: probabilidade inicial do carro está em A.
- $P(RB|PB)$: probabilidade do apresentador revelar o conteúdo de B, sabendo que o carro está na porta B, ou seja, zero, uma vez que a premissa do problema é que o apresentador abra primeiramente uma porta com bode (se o carro estivesse ali, ele não abriria essa porta).
- $P(PB)$: probabilidade inicial do carro está em B.
- $P(RB|PC)$: probabilidade do apresentador revelar o conteúdo de B, sabendo que o carro está na porta C, ou seja, ele só tem uma única opção que é abrir a porta B, portanto, a probabilidade é igual a 1.
- $P(PC)$: probabilidade inicial do carro está em C.

Substituindo (2) em (1) e realizando os cálculos, percebe-se que a probabilidade final do carro está em A será:

$$P(PA|RB) = \frac{P(RB|PA) \cdot P(PA)}{P(RB|PA) \cdot P(PA) + P(RB|PB) \cdot P(PB) + P(RB|PC) \cdot P(PC)}$$

$$P(PA|RB) = \frac{\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}}{\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} + 0 \cdot \frac{1}{3} + 1 \cdot \frac{1}{3}}$$

$$P(PA|RB) = \frac{1}{3}$$

Sabe-se que uma das portas contém um carro, portanto:

$$P(PA|RB) + P(PB|RB) + P(PC|RB) = 1$$

$$\frac{1}{3} + 0 + P(PC|RB) = 1$$

$$P(PC|RB) = \frac{2}{3}$$

A probabilidade do carro estar em C, tendo sido apresentado, revelado um bode em B, é o dobro da probabilidade do carro estar em A. Portanto, a escolha mais segura seria a troca da porta, porém, não garantida.

Nessa etapa, espera-se que o estudante possa perceber o uso do pensamento matemático na tomada de decisões, considerando que um dos principais componentes do processo decisório é a interpretação das informações disponíveis e das incertezas, percebendo as probabilidades associadas a essas escolhas. Retomada dos eventos estudados:

- a) No caso dos dados, trata-se de um jogo, Alea, porém são eventos não condicionados.
- b) No caso do paradoxo de *Monty Hall*, são eventos condicionados.
- c) A estratégia para tomada de decisão mais segura em cada estudo é diferente, uma vez que são eventos diferentes. Quais as diferenças entre eles?
- d) Todos os eventos estudados envolvem o acaso, ou seja, são eventos aleatórios, porém, o pensamento matemático pode ajudar nas tomadas de decisões de maneira mais consciente. Relacione esse tópico com as tomadas de decisões que o estudantes precisam tomar:
 - i. Quais são as informações que eles possuem?
 - ii. Quais são as incertezas?
 - iii. Quais são os riscos que estão dispostos a correr?

Etapa 7 - Concluindo aprendizados

Propõem-se que na última etapa seja feita uma análise em conjunto com os estudantes a respeito de todos os aprendizados adquiridos e como eles podem ser aplicados em seus projetos de vida. São exemplos de como pode ser feita essa análise:

- a) Criação de um jogo que envolva probabilidade e tomadas de decisões.
- b) Desenvolvimento de situações cotidianas que os conceitos são aplicados, por exemplo, a verificação de um exame com falso positivo a partir da teoria bayesiana.
- c) Análise das probabilidades envolvidas nos jogos que dependem de sorte e a conscientização sobre sua prática.
- d) Criação de um mural de possíveis resoluções para o paradoxo de "Monty Hall".

MMS

FONTES E MATERIAL DE APOIO

FONTE PRINCIPAL

Campos, L. A. **A probabilidade nos jogos: uma alternativa de ensino.** 2015. 90 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Matemática) - Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2015. Disponível em: <<https://www.lume.ufrgs.br/handle/10183/128009>>

Carvalho, Nazaré Cristina. **Análise da obra "Os jogos e os Homens";** semestral do Programa de Pós-Graduação em Educação da EUPA. 2008 (p. 101-104). Disponível em: <<https://periodicos.uepa.br/index.php/cocar/article/view/111>>

Rezende, R. L. **Estudo da teoria de probabilidade através de dinâmicas de jogos.** 2020. 144 f. Dissertação (Mestrado em Matemática em Rede Nacional) - Universidade Federal de Goiás, Goiânia, 2020. Disponível em: <<https://repositorio.bc.ufg.br/tede/handle/tede/10912>>

MATERIAL DE APOIO

Cordani, L. K. e Satie, D. (2019). Uma abordagem didática do problema de Monty Hall. En J. M. Contreras, M. M. Gea, M. M. López-Martín y E. Molina-Portillo (Eds.), Actas del Tercer Congreso Internacional Virtual de Educación Estadística. Disponível em: <www.ugr.es/local/fqm126/civeest.html> .

Florêncio, P. H. B., Santos Neto, A. S., Dantas, M. J. P. (2014). Análise do problema de Monty Hall: um enfoque bayesiano. In: Simpósio Acadêmico de Engenharia de Produção. Universidade Federal de Viçosa. Disponível em: <<http://www.saepr.ufrv.br/wp-content/uploads/2014.13.pdf>>.

Souza, Samir Cristino de; Dourado, Luis. APRENDIZAGEM BASEADA EM PROBLEMAS (ABP): UM MÉTODO DE APRENDIZAGEM INOVADOR PARA O ENSINO EDUCATIVO. HOLOS, [S.l.], v. 5, p. 182-200, out. 2015. ISSN 1807-1600. Disponível em: <<https://www2.ifrn.edu.br/ojs/index.php/HOLOS/article/view/2880/1143>>.

ENTREGA/ AVALIAÇÃO

A avaliação é processual formativa e supõe o desenvolvimento de todas as etapas desta atividade de aprendizagem, de modo a contemplar os eixos estruturantes programados ao longo da Unidade Curricular. Assim, devem ser consideradas a participação e a entrega da coleta e análise dos dados, dos cálculos realizados e da produção final. Socialização da pesquisa, da produção final escolhida e dos materiais concretos construídos também é parte relevante.

Além da avaliação pelo professor, sugere-se que os colegas também possam avaliar de forma colaborativa o material produzido pela turma. Ao avaliar, o professor deve verificar se as produções:

- a) atendem ao tema delimitado;
- b) expressam de forma adequada as informações e a contextualização;
- c) apresentam conceitos e argumentos que sustentam a finalização;
- d) pautam informações pertinentes e diversificadas;
- e) têm caráter autoral, ou seja, que não sejam cópias (plágios).

OBSERVAÇÕES

1. Para o desenvolvimento desta Unidade, é importante que os estudantes tenham desenvolvido os conceitos de eventos aleatórios, eventos determinísticos e espaço amostral. Caso o professor identifique que há estudantes defasados nessa área, sugere-se que o professor forneça a esses estudantes materiais de apoio como apostilas e/ou livros.
2. É interessante que para o desenvolvimento desta Unidade Curricular, o(a) professor(a) aplique a metodologia ativa de aprendizagem baseada em problemas, uma vez que, a partir da vivência de situações, o estudante poderá testar e verificar teoremas.
3. Se houver tempo, trabalhar os conceitos de exatidão e precisão com os estudantes tendo em vista as investigações científicas realizadas por eles nos jogos.
4. Para demonstração do uso do Teorema de Bayes e do paradoxo de *Monty Hall*, é necessária a utilização do Teorema da probabilidade total, portanto, é importante que o professor retome esse teorema podendo solicitar aos estudantes que pesquem sobre ele antes da aula.

ÁREAS DO CONHECIMENTO

MATEMÁTICA E SUAS TECNOLOGIAS

NOÇÕES DE CÁLCULO DIFERENCIAL E
INTEGRAL: UM OLHAR PARA
SUAS APLICAÇÕES

NOÇÕES DE CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL: UM OLHAR PARA SUAS APLICAÇÕES

APRESENTAÇÃO

Esta Unidade Curricular tem como finalidade possibilitar ao estudante do Ensino Médio uma base sólida para um posterior curso de Cálculo Diferencial e Integral no Ensino Superior, que é de caráter obrigatório, seja nas Engenharias, ou em outras áreas como Química, Física, Biologia e em um curso de Bacharelado ou Licenciatura em Matemática. Além dos fins acadêmicos posteriores, a Unidade também tem o propósito de possibilitar meios nos quais o estudante possa utilizar das noções de Cálculo Diferencial e Integral no cotidiano, auxiliando na interpretação de eventos que influenciam de imediato a rotina, a exemplo dos gastos financeiros. As funções indicam como muda o comportamento de uma certa variável, e servem para descrever o comportamento de grandezas relacionadas aos mais diversos aspectos da realidade. Saber analisar funções matemáticas é uma competência necessária para um acadêmico de exatas ou profissional nessa mesma área. Outros ofícios como administrador, geólogo, astrônomo, economista, médico ou vendedor autônomo, também se privilegiam do uso de funções para descrever seus fenômenos. No passado, o ensino do Cálculo Diferencial e Integral fazia parte do currículo do Ensino Médio, mas foi observado que era somente uma mera antecipação do que ocorria na universidade, cujo curso iniciava com a definição de limites, um conceito complexo para os estudantes entenderem. A carência de uma base sólida com relação às funções matemáticas, à análise para interpretar informações representadas pelas variáveis e ao comportamento de crescimento e decréscimo dos seus respectivos gráficos, são motivos nos quais há uma grande dificuldade e falta de domínio do Cálculo Diferencial e Integral dentro das universidades. Para possibilitar uma melhora qualitativa da aprendizagem dos estudantes e minimizar a situação preocupante do ensino da Matemática no Brasil, esta Unidade Curricular propõe a familiarização das noções de Derivadas e Integral, sem formalizá-las com limites.

COMPETÊNCIAS

- Utilizar estratégias, conceitos, definições e procedimentos matemáticos para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente.
- Compreender e utilizar, com flexibilidade e precisão, diferentes registros de representação matemáticos (algébrico, geométrico, estatístico, computacional etc.), na busca de solução e comunicação de resultados de problemas.

CARGA HORÁRIA



Semestral - semanal (02 aulas)
carga horária total (40 aulas)

EIXOS ESTRUTURANTES RELACIONADOS



- Investigação Científica
- Processos Criativos

COMPONENTES CURRICULARES E CONHECIMENTOS GERAIS ARTICULADOS



- Matemática: situações-problema, funções e gráficos.
- Física, Química, Biologia e outras ciências que utilizam a linguagem e lógica matemática para modelar aplicações de seus respectivos fenômenos e eventos.

PERFIL DOCENTE



- Possuir licenciatura em Matemática.
- Ter desenvolvido e/ou desenvolver atividades de pesquisa e estudos no campo de conhecimento correspondente à Unidade Curricular.
- Ter habilidades em metodologias de aprendizagens e tecnologias, que estabeleçam a dinâmica do trabalho em grupo, o incentivo à pesquisa, à autonomia, ao protagonismo e ao desenvolvimento das competências socioemocionais dos estudantes.
- Possuir conhecimentos de Cálculo Diferencial e Integral.

OBJETIVOS

- Aprofundar o conceito de função matemática e seus gráficos, para que o estudante crie uma base sólida desses conhecimentos.
- Desenvolver o pensamento matemático interpretativo em situações-problema, para resolvê-las.
- Modelar situações-problema concretas e cotidianas, por meio de funções matemáticas.
- Analisar as funções matemáticas que descrevem fenômenos de interesse.
- Possibilitar noções de Cálculo Diferencial e Integral no que se refere a interpretação geométrica e conceitual.

RECURSOS

- Dispositivos com acesso à internet e à edição de texto, lousa digital ou datashow.
- Calculadoras financeiras, planilhas eletrônicas.
- Materiais para produção de banner impresso ou digital.
- Acervo impresso e digital de material de pesquisa.

RELAÇÃO COM OUTRA(S) UNIDADE(S)

- Matemática e Física, teoria e prática;
- Modelagem Matemática;
- Os Movimentos da Matemática: cinemática dos objetos.

ORGANIZADOR CURRICULAR

EIXO ESTRUTURANTE: INVESTIGAÇÃO CIENTÍFICA

HABILIDADES

Habilidade dos Itinerários Formativos Associada às Competências Gerais da BNCC:

(MS.EMIFCG01) Identificar, selecionar, processar e analisar dados, fatos e evidências com curiosidade, atenção, criticidade e ética, inclusive utilizando o apoio de tecnologias digitais.

(MS.EMIFCG03) Utilizar informações, conhecimentos e ideias resultantes de investigações científicas para criar ou propor soluções para problemas diversos.

Habilidades Específicas dos Itinerários Formativos Associadas ao Eixo Estruturante:

(MS.EMIFMAT01) Investigar e analisar situações-problema identificando e selecionando conhecimentos matemáticos relevantes para uma dada situação, elaborando modelos para sua representação.

(MS.EMIFMAT03) Selecionar e sistematizar, com base em estudos e/ou pesquisas (bibliográfica, exploratória, de campo, experimental etc.) em fontes confiáveis, informações sobre a contribuição da Matemática na explicação de fenômenos de natureza científica, social, profissional, cultural, de processos tecnológicos, identificando os diversos pontos de vista e posicionando-se mediante argumentação, com o cuidado de citar as fontes dos recursos utilizados na pesquisa e buscando apresentar conclusões com o uso de diferentes mídias

Habilidades da BNCC:

(MS.EM13MAT315) Investigar e registrar, por meio de um fluxograma, quando possível, um algoritmo que resolve um problema.

(MS.EM13MAT510) Investigar conjuntos de dados relativos ao comportamento de duas variáveis numéricas, usando ou não tecnologias da informação, e, quando apropriado, levar em conta a variação e utilizar uma reta para descrever a relação observada.

EIXO ESTRUTURANTE: PROCESSOS CRIATIVOS

HABILIDADES

Habilidade dos Itinerários Formativos Associada às Competências Gerais da BNCC:

(MS.EMIFCG05) Questionar, modificar e adaptar ideias existentes e criar propostas, obras ou soluções criativas, originais ou inovadoras, avaliando e assumindo riscos para lidar com as incertezas e colocá-las em prática.

Habilidades Específicas dos Itinerários Formativos Associadas ao Eixo Estruturante:

(MS.EMIFMAT05) Selecionar e mobilizar intencionalmente recursos criativos relacionados à Matemática para resolver problemas de natureza diversa, incluindo aqueles que permitam a produção de novos conhecimentos matemáticos, comunicando com precisão suas ações e reflexões relacionadas a constatações, interpretações e argumentos, bem como adequando-os às situações originais.

(MS.EMIFMAT06) Propor e testar soluções éticas, estéticas, criativas e inovadoras para problemas reais, considerando a aplicação dos conhecimentos matemáticos associados ao domínio de operações e relações matemáticas simbólicas e formais, de modo a desenvolver novas abordagens e estratégias para enfrentar novas situações.

Habilidade da BNCC:

(MS.EM13MAT104) Interpretar taxas e índices de natureza socioeconômica (índice de desenvolvimento humano, taxas de inflação, entre outros), investigando os processos de cálculo desses números, para analisar criticamente a realidade e produzir argumentos.

(MS.EM13MAT304) Resolver e elaborar problemas com funções exponenciais nos quais seja necessário compreender e interpretar a variação das grandezas envolvidas, em contextos como o da Matemática Financeira, entre outros.

OBJETOS DE CONHECIMENTO

- Proporcionalidade de duas grandezas, medições
- Função polinomial do primeiro e segundo grau
- Função exponencial e logarítmica

SUGESTÕES DIDÁTICAS

Primeira etapa

O professor pode iniciar a Unidade fazendo um esboço da importância do estudo de noções de cálculo Diferencial e Integral no Ensino Médio, principalmente, no que se refere à sua aplicabilidade posterior, em um curso de engenharia, ou em outra área que abranja as Ciências da Natureza (Biologia, Química e Física). Outra possibilidade está no próprio ramo conceitual da área de matemática pura no Ensino Superior, que não necessariamente possui conceitos aplicáveis em situações concretas, ou em resolução de problemas a níveis acadêmicos. Por isso, dispor das “ciências do cotidiano” como as ciências da natureza, se tornam de estimado valor, possibilitando aplicações mais concretas do cálculo. A utilização imediata de conceitos envolvidos na rotina do estudante, também é uma possibilidade.

Será muito proveitoso para o estudante ter noção dos benefícios de toda a Unidade, para que não siga a tendência de compreendê-la logo no início dela como mais um componente curricular ou como um “reforço escolar”, em que o contraturno do componente representa um espaço para sanar dúvidas ou então fazer exercícios para ficção, meramente de natureza mecânica, sem atribuir um significado real das ferramentas matemáticas ao mundo palpável. Diferentemente disso, a proposta do aprofundamento é de possibilitar o entendimento, o experimento e a investigação do mundo real para alcançar resultados nos sentidos cognitivos e da forma como concebe o mundo, podendo interferir na realidade, trazer benefícios no cotidiano familiar, comunitário e no trabalho profissional ou acadêmico futuro.

O “cerne da questão” está na modelagem matemática! Ou seja, a linguagem matemática e seus aparatos são ferramentas viáveis para descrever, de modo aproximado, ocorrências de fenômenos da natureza, humanos e tecnológicos, possibilitando a manipulação e prevenção do comportamento de eventos. Tudo isso por meio de “leis de cálculo”, que estabelecem uma relação de dependência desses eventos a algo que o faz acontecer, por exemplo: o valor do salgado que o estudante paga na cantina da escola, depende do seu custo de produção mais o lucro que, em tese, deve cobrir o valor do custo de produção, do contrário, o vendedor teria prejuízo. Tal “lei de cálculo” pode ser traduzida da seguinte forma:

“Valor do Salgado é igual ao valor do custo de produção (ingredientes, energia, mão de obra, aluguel do espaço da cantina...) mais o lucro”.

Em linguagem matemática: $VS = VC + L$, esta lei de cálculo pode ser interpretada como uma manipulação de evento humano, no caso é o valor do salgado (VS), ou seja, o vendedor manipulará valores para VC (Valor do Custo) e L (Lucro), sempre que ele achar conveniente, para chegar um determinado valor VS. O evento VS sempre irá depender de VC e L.

Obs: Nesse primeiro momento, é importante que não se formalize o conceito de Função, de fato. Nessa primeira etapa é importante o estudante estabelecer e formar ideia de Função Matemática aplicada ao seu dia a dia de forma intuitiva.

Em poucas palavras, para exemplificar a prevenção de evento: A medição da distância da trajetória que o estudante percorre ao caminhar, depende do tempo e dos passos. Supondo que ele observe que cada segundo corresponde, aproximadamente, a um passo, então:

“A distância é igual ao tempo gasto mais o(s) passo(s)”. Em linguagem matemática: $D = T + P$. Como foi observado que a cada segundo é dado um passo, aproximadamente, então $T = P$. Logo: $D = T + T = 2T$, então a distância fica $D = 2T$. Quanto maior o tempo, maior será a distância da trajetória percorrida. O evento é a distância D , e tal algo que o fez acontecer é o tempo T , “a distância está em função do tempo”. A finalidade deste exemplo, ou de dar exemplos com o mesmo caráter, é o estudante perceber que é possível prever a distância da trajetória que será percorrida por meio do tempo. Matematicamente e, aproximadamente, é possível prever eventos e o futuro, em termos de medições! Está aí a “grande sacada”. No primeiro momento da Unidade, mostrar ao estudante a modelagem matemática aplicada à vida concreta dele, sem formalizá-la com o conceito de Função Matemática.

Obs: No exemplo anterior, a situação suposta está longe da realidade, no entanto, não há prejuízos quanto à aprendizagem dos estudantes. Ressalta-se que o exemplo é somente para o estudante estabelecer noções da possibilidade de se prever algo nos entornos matemáticos, sendo condizente com o tema da Unidade Curricular.

O segundo exemplo representa uma função de primeiro grau ou afim, outros exemplos envolvendo outros tipos de funções que modelam situações do dia a dia, também podem ser discutidos, como os de Função Constante, Polinomial do Primeiro e Segundo grau, Exponencial e Logarítmica. Recomenda-se que o professor explore com mais afinco modelagens representadas por Funções Polinomiais do Primeiro e Segundo Grau, entretanto, isso não excluirá o fato da abordagem dos outros tipos de Funções que fazem parte do currículo do Ensino Médio a serem abordadas, mas o professor precisa ter cautela para não sobrecarregar o estudante com informações.

Segunda etapa

Nessa etapa, a formalização das Funções utilizadas anteriormente será necessária, no entanto, é preciso fazer uma ponte com a primeira etapa, formalizar as ideias discutidas, mostrar que a Função Matemática oferece informações de como um evento irá se comportar em determinada situação. A segunda etapa será para o estudante solidificar, ou até mesmo aprender conceitos já estudados ou não, seja no componente curricular Matemática do Ensino Fundamental, seja do Ensino Médio. Nesse sentido, para o professor prosseguir é necessário que os estudantes tenham noções de técnicas de manipulação algébrica como as da multiplicação, divisão, soma e subtração, proporcionalidade e o conceito de Função, já bem familiarizados aos Discentes. Para identificar o grau de conhecimento e dificuldade dos estudantes, é preciso fazer avaliação(ões) diagnóstica(s) da turma, de forma contínua.

Terceira etapa

Essa etapa será voltada para estudo e pesquisa das variações que as Funções utilizadas como modelagem matemática apresentam. Inúmeros fenômenos da natureza estão ligados a variações, denominadas taxas de variações. Para se construir uma rede de distribuição de uma cidade, por exemplo, é preciso saber quanto de água uma pessoa consome por dia, isto é, qual é a taxa diária de consumo. O automobilista se preocupa com o número de quilômetros que seu automóvel pode percorrer por hora. O agricultor se interessa na quantidade de adubo que ele tem que utilizar por m^2 na plantação, ou seja, de a quantidade de adubo, conforme a área de plantação. Em matemática, os estudiosos estão interessados em saber como uma função cresce ou decresce em termos de valores. Desse modo, convém trabalhar com os estudantes a diferença da “velocidade” na variação de valores de determinados tipos de funções como por exemplo $f(x)=x^2$ e $g(x)=2x$, a função f que associa a cada número x o seu quadrado, cresce muito mais rápido que a função g que associa cada x o seu dobro. Para notar isso, exemplos numéricos são pertinentes.

A função $f(x)=x^2$ atinge o valor 16 quando o x é igual a 4 ($x=4 \Rightarrow x^2=16$) ao passo que este valor (16) só é atingido pela função $g(x)=2x$, quando x for igual a 8. Se x for por exemplo o tempo em segundos, diremos em 4 segundos a função f atingiu o valor 16, enquanto que a função g só atinge este valor após um tempo de 8 segundos, quatro a mais que f . Isto mostra que existem funções que variam mais rapidamente que as outras. Tratar de exemplos semelhante aos anteriores ressaltam a necessidade do estudo da velocidade de variação de uma grandeza em relação a uma outra grandeza, e tal

velocidade de variação é chamada em matemática de taxa de variação, e é dada pelo quociente das duas grandezas, em média:

$$\left[\frac{\text{variação de } f}{\text{variação de } x} \right]$$

Supondo que f seja o espaço percorrido por automóvel, digamos 200 km e que x foi o tempo gasto em percorrê-lo, igual a 4 horas. Então taxa de variação de f em relação à x será o quociente

$$\frac{200 \text{ km}}{4 \text{ h}} = \frac{200}{4} \cdot \frac{\text{km}}{\text{h}} = 50 \cdot \frac{\text{km}}{\text{h}} = 50 \text{ km/h.}$$

É importante o professor explicitar os cálculos dos exemplos, para que atenda a turma em suas eventuais dúvidas. No caso de x ser o tempo, a “taxa de variação” recebe o nome de “velocidade”. Ressaltar aos estudante que velocidade do automóvel (velocidade média) é de 50 km/h, não significa que a velocidade do automóvel foi sempre 50 km/h, pois o percurso de 200 km poderia ser coberto do seguinte modo: 100 km a um velocidade de 60 km/h e outros 100 km restantes em 40km/h, em média, resultaria $60+40=100=50$ km/h. Ressaltar isso terá o intuito de preparar o estudante para o estudo e exploração de taxa de variação instantânea, ou seja, a taxa média fornece uma “ideia aproximada” de tal variação, a compreensão de como varia a grandeza num determinado espaço de tempo, sendo esse espaço chamado de intervalo, o estudante precisa ser induzido a entender que quanto mais o intervalo de tempo no qual uma grandeza varia for menor, melhor será a aproximação para uma melhor compreensão do comportamento da grandeza envolvida. Ressaltar que a taxa de variação da Função do Primeiro Grau é constante, ou seja, será sempre a mesma para qualquer x . Depois do professor ter solidificado bem o conceito de taxa de variação média, por meio de exemplos, discussões e exercícios, será oportuno propor aos estudantes atividade de pesquisa que utilizem da ideia de taxa de variação média, para elaborarem uma modelagem matemática que traga algum tipo de informação que será de utilidade ao estudante. Por exemplo, o consumo de água na residência do estudante, saber a taxa média de consumo de água diária num determinado intervalo de tempo (10, 5, 2, ...) dias, pode ajudá-lo a compreender se sua residência está consumindo muito, auxiliando no racionamento do consumo de água.

Obs: Ressalta-se que no exemplo anterior é preciso ter cuidado para não ser interpretado como média aritmética de velocidades, o intuito é mostrar ao estudante que a média de 50 km/h de velocidade, supostamente percorrida durante 200 km, não é constante na prática, ou seja, na prática ocorre a variação da velocidade devido à aceleração ou desaceleração. Em termos físicos, é quase impossível a possibilidade de haver velocidade de um objeto que não varie em um determinado espaço. Por isso que quanto mais o espaço percorrido pelo objeto for menor, melhor será a aproximação a um valor não variável de velocidade.

Quarta etapa

A utilização da reta secante na interpretação geométrica da taxa de variação média de uma determinada função pode ser introduzida de modo que a faça tender à posição da reta tangente, em ponto desejado do gráfico, pela diminuição gradativa do intervalo, no qual, x varia. Essa ideia pode ser utilizada para introduzir a noção intuitiva de derivada de uma função em um ponto, remetendo ao cálculo do coeficiente angular da reta tangente ao gráfico em um ponto escolhido. Introduzir esses conceitos, torna viável a aplicação da Física e pode facilitar a compreensão. A Física é a base da técnica e a Matemática a linguagem da Física (DUCLOS, 1992, p.28). Nessa etapa, é possível falar sobre acréscimos e decréscimos nas variáveis envolvidas e apresentar aos estudantes a notação utilizada para indicar essa variação, Δx ou Δy , dizer que esses acréscimos possibilitam diminuir o intervalo no qual a grandeza está variando, o que permite melhor aproximação a um determinado valor x . Sugere-se utilizar exemplos numéricos, exemplificando aproximações sucessivas a um número limite, nas quais acontecem tanto à direita, quanto à esquerda de tal número limite. Tabelas com os valores definidos para x , $f(x)$, Δx , e Δy auxiliam a visualização dessas aproximações.

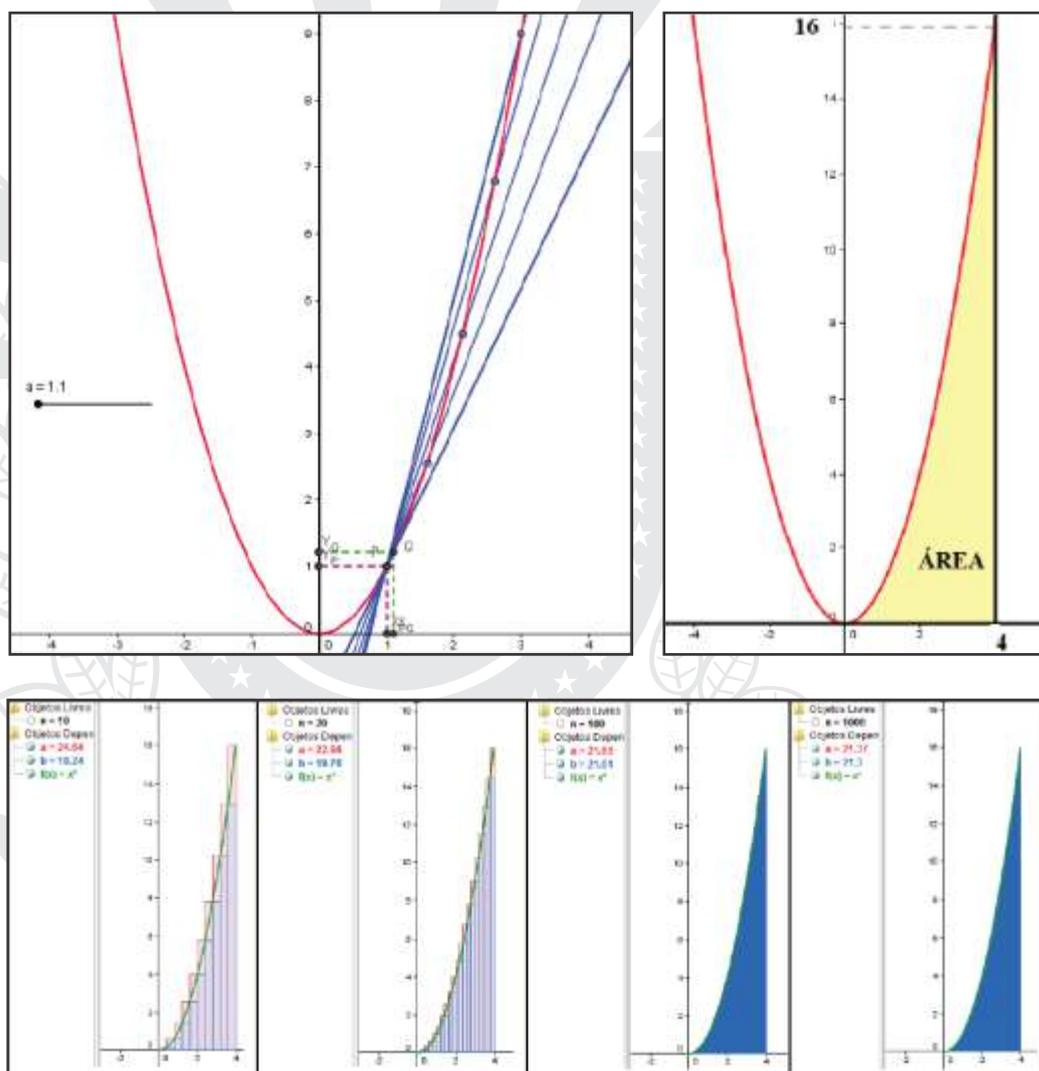
Explorar o cálculo do coeficiente angular pela notação yx , relacioná-la com a declividade da reta é uma possibilidade, sobretudo, com exemplos concretos de modo familiarizá-la para o estudante. Dispor de valores constantes, para servir de aproximação a valores não constantes, em quase todas situações práticas, retrata usar uma Função Polinomial de Primeiro Grau como aproximação a uma função qualquer, um determinado valor x que faça parte de f .

E dessa ideia surgem outras duas, que são a de Integral e Derivada, o intuito da unidade é estabelecer noções dessas duas ideias importantes, sem formalizá-las com limites e deltas. O professor pesquisador em Educação Matemática Machado (2015), em entrevista ao Portal Imaginário Puro, sugere que as noções de Integral podem ser trabalhadas da seguinte forma:

“A ideia de integral nasce assim: uma quantidade está variando o tempo todo, mas, durante pequenos intervalos de tempo, vou tratar essa quantidade como se fosse constante. Por exemplo, a temperatura desta sala [faz um gesto com as mãos para abarcar todo o escritório] está variando o tempo todo, mas, nas próximas duas horas, posso medir a temperatura de dez em dez minutos, e considerá-la constante ao longo de cada um desses intervalos de dez minutos. Essa abordagem me permite, por exemplo, calcular a temperatura média aproximada ao longo das duas horas. [É a soma das 12 medições dividida por 12, isto é, é a média aritmética das 12 medições]. Vamos supor que você me diga que 12 medições é pouco, pois gostaria de uma aproximação mais precisa. Tudo bem: posso fazer uma medição a cada 5 minutos, ou uma por minuto, ou uma a cada 30 segundos, ou uma a cada segundo, ou uma a cada décimo de segundo. Essa é, em essência, a ideia de integral: conhecer melhor algo que está variando o tempo todo por meio de uma sequência de valores constantes. E é muito fácil trabalhar essa ideia fundamental na escola. O aluno nem precisa saber como se calcula a área de um trapézio; basta que saiba como se calcula a área de um retângulo.”

Propor situações desafiadoras que requerem investigação como o cálculo de áreas em regiões irregulares, delimitado pela curva de uma função em um determinado intervalo; introduzir a ideia de aproximação da área desejada pela soma de áreas menores, constituídas por figuras geométricas já conhecidas, como o retângulo. Para calcular a área sob o gráfico, pode ser raciocinada da seguinte maneira: subdivide-se o intervalo considerado em muitos pequenos intervalos, suficientemente pequenos [...]. Assim, em cada um dos pequenos intervalos, uma fatia da área que buscamos pode ser calculada como se fosse um pequeno retângulo; depois, para se ter a área procurada, basta somar as áreas de todos os retângulos (MACHADO, 2008, p.3). Na reportagem “Cálculo sem pressa é bom”, publicada na Revista Cálculo, é pertinente a mesma ideia do autor anterior, em que integração é isso: se o estudante precisa achar a área de uma figura geométrica cheia de curvas, ele fatia a figura, substitui cada fatia por um retângulo (isto é, substitui cada fatia por uma figura cuja área é fácil de calcular), e soma todas as fatias. Conforme o número de fatias aumenta, a área de todos os retângulos somados se aproxima da área real; de acordo com o número de fatias tende ao infinito, a área de todos os retângulos somados tende à área real exata. (SIMÕES, 2012, p.32).

Em momento posterior, nos quais todos objetos de conhecimento anteriores já tiverem sido estudados e pesquisados, encaminhar os estudantes à sala de tecnologia e orientá-los a fazer uma abordagem utilizando o software GeoGebra como ferramenta de apoio à aprendizagem, para poderem “visualizar” como, por exemplo, a reta secante a um gráfico de uma função tendendo à posição de reta tangente a um ponto, a área abaixo do gráfico, e manipular para poder exemplificar a possibilidade do cálculo da área por aproximações sucessivas:



Na primeira imagem a reta é secante a $fx=x^2$ tendendo em $x=1$. A segunda imagem é mesma função, como a área no intervalo $[0,4]$. Esses exemplos e mais sugestões didáticas de mesmo grau, podem ser encontrados no artigo **“Cálculo no Ensino Médio: Uma abordagem possível e necessária com auxílio do Software GeoGebra”**. Para mais informações, segue no tópico 2.2, bem como para demais referências.

Quinta etapa

Após terem pesquisados e estudados os objetos de conhecimentos citados, explorados as ferramentas do GeoGebra, os estudantes podem formar duplas ou trios para a produção de um banner impresso ou digital, contendo introduções, teorias, desenhos ou imagens discutidas e abordadas, nas perspectivas das aprendizagens consolidadas nesta Unidade Curricular.

FONTES E MATERIAL DE APOIO

FONTE PRINCIPAL

NEVES, P. T. S. **Introdução ao Ensino de Cálculo e Aplicações de Derivada no Ensino Médio**. 2016. 74 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) – Universidade Federal do Amapá, Macapá, 2016.

JUNIOR, W. F. V. **Cálculo é Fácil**. Pirassununga-São Paulo: Universidade de São Paulo: Faculdade de Zootecnia e Engenharia de Alimentos, 2020.

GAGLIOLI, M. A. **Derivada como Taxa de Variação: Uma Abordagem com Base no Currículo do Ensino Médio**. 2015, 142 f. Dissertação (Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica) – Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2015.

OLIVEIRA, Lisa; SILVA, Agostinho. **Biblioteca da Matemática Moderna**: 1º Ed. São Paulo-Capital: SEDEGRA, 1968.

PLATAFORMA IMAGINÁRIO PURO. **Cálculo no Ensino Médio**: Já passou da hora. Disponível em <https://imaginariopuro.wordpress.com/2015/10/28/calculo-no-ensino-medio-ja-passou-da-hora/>. Acesso em 23 set. 2020.

SOUSA, K. R. Q. Cálculo: **Uma Proposta Possível para o Ensino Médio**. 2014. 98 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) – Universidade Federal do Mato Grosso, Macapá, 2014.

MATERIAL DE APOIO

MOLON, Jaqueline. Cálculo no Ensino Médio: Uma abordagem possível e necessária com auxílio do Software GeoGebra. **Ciência e Natura**, Santa Maria, 2015. Disponível em: <https://periodicos.ufsm.br/cienciaenatura/article/viewFile/14523/pdf#:~:text=Entre%20os%2014%20estudantes%20que,em%20que%20o%20valor%20do>. Acesso em: 03 de nov. 2020.

MACHADO, Nilson José. Cálculo Diferencial e Integral na Escola Básica: Possível e Necessário. **Seminários de Ensino de Matemática**, FEUSP, 1º semestre/2008. Disponível em: <http://www.nilsonjosemachado.net/sem20080311.pdf>. Acesso em : 01 de nov. 2020.

OLIVEIRA, Lisa; SILVA, Agostinho. **Biblioteca da Matemática Moderna**: 1º Ed. São Paulo-Capital: SEDEGRA, 1968.

ENTREGA/ AVALIAÇÃO

A avaliação é processual e supõe o desenvolvimento de todas as etapas desta atividade de aprendizagem, de modo a contemplar os eixos estruturantes programados ao longo da Unidade Curricular. Assim, devem ser consideradas tanto as interações na roda de diálogo, pesquisa e produção escrita de ensaio, apresentação em banner impresso ou digital, ou outro material que possa produzir e/ou construir. Socialização da pesquisa e produção escrita do ensaio e materiais concretos construídos.

OBSERVAÇÕES

1. A avaliação diagnóstica no que se refere a segunda etapa no ponto 2.3, pode ser feita de diversos meios, nos quais o professor terá a possibilidade de "enxergar" para além da turma a bagagem matemática que cada estudante da Unidade possui. Tal avaliação pode ser feita de diversas formas, ficando a critério do professor quais métodos avaliativos utilizará.
2. No ponto 2.3, referente à terceira etapa, é sugerido um exemplo de atividade na qual o estudante pode realizar o cálculo de consumo de água em um determinado período, podendo utilizar o talão impresso, o hidrômetro, e a internet para adquirir dados para os cálculos, bem como as instruções de como é feito o cálculo da taxa de consumo num determinado intervalo de tempo.
3. Os fins desta Unidade Curricular se limitam a estabelecer "Noções" de Cálculo Diferencial e Integral. Salienta-se que é preciso evitar a formalização da ideia de limite e seus aparatos técnicos, como os de Derivada e Integral e suas respectivas definições.

ÁREAS DO CONHECIMENTO

MATEMÁTICA E SUAS TECNOLOGIAS

8R'S - CONSCIENTIZAR PARA SALVAR

8R'S - CONSCIENTIZAR PARA SALVAR

APRESENTAÇÃO

O descarte irregular de resíduos é um grande problema da atualidade. Quando um material é produzido, após ser utilizado, ele deveria voltar para indústria como matéria-prima ou ser utilizado de alguma outra maneira para continuar o seu ciclo. Porém, na maioria das vezes não é assim que acontece. Um problema inicial é que nem todo material pode ser reciclado, o que de certo modo deveria ser evitado, mas, para além disso, a coleta seletiva daqueles materiais que podem ser reaproveitados ainda não é uma prática recorrente e comum no Brasil. Por dia, são produzidas toneladas de lixo que vão para aterros sanitários, lixões e muitas vezes para rios, oceanos e ruas. Para a solução desse problema, diversas esferas devem conscientizar-se do seu papel de atuação.

Essa Unidade Curricular propõe, por meio de coletas de dados do cotidiano dos estudantes, a conscientização para o uso de materiais mais sustentáveis, bem como atenta para o descarte responsável de resíduos gerados por eles. Para esse estudo, são utilizados objetos de conhecimento da área de Matemática e suas Tecnologias e da área de Ciências da Natureza e suas Tecnologias.

A proposta é que o estudante possa mensurar, de diferentes maneiras, o problema proposto através de conceitos matemáticos e, a partir dessa análise, propor possíveis intervenções para resolução da problemática. Para isso, é importante que o estudante seja conduzido a realizar o levantamento de informações confiáveis, a fim de analisá-las criticamente.

É fortemente recomendado que, ao final da Unidade Curricular, professor e estudante analisem as aprendizagens adquiridas e as apresentem para outras pessoas envolvidas na comunidade escolar.

COMPETÊNCIAS

1. Utilizar estratégias, conceitos e procedimentos matemáticos para interpretar situações em diversos contextos, sejam atividades cotidianas, sejam fatos das ciências da Natureza e Humanas, das questões socioeconômicas ou tecnológicas, divulgados por diferentes meios, de modo a contribuir para uma formação geral.
2. Propor ou participar de ações para investigar desafios do mundo contemporâneo e tomar decisões éticas e socialmente responsáveis, com base na análise de problemas sociais, como os voltados a situações de saúde, sustentabilidade, das implicações da tecnologia no mundo do trabalho, entre outros, mobilizando e articulando conceitos, procedimentos e linguagens próprios da Matemática.
3. Utilizar estratégias, conceitos, definições e procedimentos matemáticos para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente.

CARGA HORÁRIA



Semestral - semanal (02 aulas)
carga horária total (40 aulas)

EIXOS ESTRUTURANTES RELACIONADOS



- Investigação Científica
- Processos Criativos
- Mediação e Intervenção Sociocultural

COMPONENTES CURRICULARES E CONHECIMENTOS GERAIS ARTICULADOS



- Matemática e suas Tecnologias: estudo de dados coletados através de observações e pesquisas.
- Química: criação de propostas sustentáveis para o uso de materiais que podem ser reciclados ou reutilizados.
- Biologia: reflexão dos impactos sociais ocasionados devido à produção excessiva de lixo.

PERFIL DOCENTE



- Possuir formação em Matemática e/ou Química, ou áreas correlatas.
- Ter desenvolvido e/ou disposição para desenvolver atividades de pesquisa e estudos no campo de conhecimento correspondente à Unidade Curricular, tornando-a mais contextualizada e integrada aos outros componentes.
- Desenvolver e/ou disposição para desenvolver habilidades em metodologias de aprendizagens e tecnologias, que estabeleçam a dinâmica do trabalho em grupo, do incentivo à pesquisa, à autonomia e ao protagonismo relacionados às competências socioemocionais dos estudantes.

OBJETIVOS

- Reconhecer o problema de descarte de lixo como responsabilidade de todos.
- Compreender os processos de análise e tratamento de dados.
- Desenvolver o pensamento matemático criativo e reflexivo dos estudantes, por meio dos estudos e pesquisas para resolução de problemas ambientais.
- Propor intervenções para minimizar o problema proposto.
- Conscientizar para o descarte responsável de resíduos, bem como para um consumo responsável.

RELAÇÃO COM OUTRA(S) UNIDADE(S)

- Conforto ambiental - uma parceria com a natureza;
- Química Verde e desenvolvimento sustentável;
- Joga fora não... óleo velho vira sabão;
- Artesanal ou industrial? Produção sustentável de sabonetes e outros produtos.

RECURSOS

- Dispositivos eletrônicos com acesso à Internet e à edição de texto, lousa digital e datashow.
- Calculadoras, planilhas eletrônicas ou outras ferramentas que simplificam os cálculos de proporções, produção de relações, gráficos e planilhas.
- Se possível, parcerias com Universidade Estadual, Federal e Instituto Federal que possuem Grupos de Pesquisa ou projetos sobre o assunto em uma abordagem multidisciplinar.

ORGANIZADOR CURRICULAR

EIXO ESTRUTURANTE: INVESTIGAÇÃO CIENTÍFICA

HABILIDADES

Habilidade dos Itinerários Formativos Associada às Competências Gerais da BNCC:

(MS.EMIFCG01) Identificar, selecionar, processar e analisar dados, fatos e evidências com curiosidade, atenção, criticidade e ética, inclusive utilizando o apoio de tecnologias digitais.

(MS.EMIFCG03) Utilizar informações, conhecimentos e ideias resultantes de investigações científicas para criar ou propor soluções para problemas diversos.

Habilidades Específicas dos Itinerários Formativos Associadas ao Eixo Estruturante:

(MS.EMIFMAT01) Investigar e analisar situações-problema identificando e selecionando conhecimentos matemáticos relevantes para uma dada situação, elaborando modelos para sua representação.

Habilidades da BNCC:

(MS.EM13MAT202) Planejar e executar pesquisa amostral sobre questões relevantes, usando dados coletados diretamente ou em diferentes fontes, e comunicar os resultados por meio de relatório contendo gráficos e interpretação das medidas de tendência central e das medidas de dispersão (amplitude e desvio padrão), utilizando ou não recursos tecnológicos.

(MS.EM13MAT407) Interpretar e comparar conjuntos de dados estatísticos por meio de diferentes diagramas e gráficos (histograma, de caixa (box-plot), de ramos e folhas, entre outros), reconhecendo os mais eficientes para sua análise.

(MS.EM13MAT510) Investigar conjuntos de dados relativos ao comportamento de duas variáveis numéricas, usando tecnologias da informação, e, se apropriado, levar em conta a variação e utilizar uma reta para descrever a relação observada.

EIXO ESTRUTURANTE: PROCESSOS CRIATIVOS

HABILIDADES

Habilidade dos Itinerários Formativos Associada às Competências Gerais da BNCC:

(MS.EMIFCG05) Questionar, modificar e adaptar ideias existentes e criar propostas, obras ou soluções criativas, originais ou inovadoras, avaliando e assumindo riscos para lidar com as incertezas e colocá-las em prática.

Habilidades Específicas dos Itinerários Formativos Associadas ao Eixo Estruturante:

(MS.EMIFMAT06) Propor e testar soluções éticas, estéticas, criativas e inovadoras para problemas reais, considerando a aplicação dos conhecimentos matemáticos associados ao domínio de operações e relações matemáticas simbólicas e formais, de modo a desenvolver novas abordagens e estratégias para enfrentar novas situações.

EIXO ESTRUTURANTE: MEDIÇÃO E INTERVENÇÃO SOCIOCULTURAL

HABILIDADES

Habilidade dos Itinerários Formativos Associada às Competências Gerais da BNCC:

(MS.EMIFCGo7) Reconhecer e analisar questões sociais, culturais e ambientais diversas, identificando e incorporando valores importantes para si e para o coletivo que assegurem a tomada de decisões conscientes, consequentes, colaborativas e responsáveis.

Habilidades Específicas dos Itinerários Formativos Associadas ao Eixo Estruturante:

(MS.EMIFMATo7) Identificar e explicar questões socioculturais e ambientais aplicando conhecimentos e habilidades matemáticas para avaliar e tomar decisões em relação ao que foi observado.

(MS.EMIFMATo8) Selecionar e mobilizar intencionalmente conhecimentos e recursos matemáticos para propor ações individuais e/ou coletivas de mediação e intervenção sobre problemas socioculturais e problemas ambientais.

Habilidade da BNCC:

(MS.EM13MAT1o1) Interpretar situações econômicas, sociais e das Ciências da Natureza que envolvem a variação de duas grandezas, pela análise dos gráficos das funções representadas e das taxas de variação com ou sem apoio de tecnologias digitais.

OBJETOS DE CONHECI- MENTO

Matemática e suas Tecnologias:

- Unidades de medidas para mensuração: definição, criação e conversão.
- Grandezas diretamente ou inversamente proporcionais.
- Observação e organização de dados.
- Análise de dados e criação de funções a partir desses dados.
- Estudo da taxa de decréscimo da produção de lixo a partir da conscientização do descarte e/ou consumo responsáveis.
- Produção e análise de gráficos a partir das funções e dados obtidos na observação.

Ciências da Natureza e suas Tecnologias:

- Abordagem dos impactos ambientais de relevância local, regional e nacional, relacionados ao gerenciamento do lixo eletroeletrônico, apontando possibilidades tecnológicas inovadoras de apoio a ações sustentáveis, considerando a prática dos 8 Rs (refletir, reduzir, reutilizar, reciclar, respeitar, reparar, responsabilizar-se e repassar).
- Discutir e propor soluções do ponto de vista da Química Verde, a partir de ações preventivas e corretivas, relacionadas aos efeitos antrópicos, que apontem mecanismos para minimizar o impacto ambiental dos meios produtivos.

SUGESTÕES DIDÁTICAS

Etapa 1 – Coleta de dados.

Esta etapa tem como objetivo trazer a problemática para mais próximo do estudante e da sua realidade. Nela, podem ser trabalhadas as melhores maneiras de coleta de dados, unidades de grandezas e medidas, bem como despertar o pensamento crítico na procura dos dados.

- a) Assistir e analisar o documentário “O Lixo Nosso de Cada Dia”.
 - i. Há coleta seletiva no meu bairro?
 - ii. Eu realizo a separação do lixo na minha casa?
 - iii. As ruas da cidade são limpas ou cheias de lixo?
 - iv. Qual a percepção dos estudantes quanto a importância do tema discutido no documentário?
 - v. O que já sabemos sobre o assunto abordado no documentário?
- b) Definir os tipos de matérias que serão foco de estudo nesta Unidade Curricular de acordo com a realidade dos estudantes, podendo ser: papel, papelão, plásticos, vidro, metal, resíduo orgânico, entre outros.
- c) Propor que os estudantes observem, durante uma semana, quanto de cada material selecionado para estudo é produzido na sua casa e destinado ao lixo comum. Nessa prática, é importante criar padrões para as anotações da análise dos estudantes, como, por exemplo:
 - i. Quantas pessoas moram na casa?
 - ii. Qual a faixa etária dessas pessoas?
 - iii. A observação será feita em quais dias?
 - iv. Se não for possível pesar, de que outra maneira é possível mensurar a quantidade de lixo? (Aqui podem ser criadas unidades de medidas, como: todos da sala utilizarem uma caixa de sapato do mesmo tamanho como unidade de medida e, posteriormente, fazem aproximações do peso através do volume de lixo produzido).
- d) Antes de ir para a próxima etapa, separar a turma em grupos, em que cada grupo ficará responsável por buscar dados sobre os materiais selecionados para estudo:

Qual o tempo de decomposição natural desse material?
Quais as propriedades desse material? É sólido? Líquido? Há diferentes classificações? (Por exemplo, há diferentes classificações para plástico e alguns deles não são recicláveis).
Esse material é reciclável?

Etapa 2 – Tratamento de dados.

Essa etapa tem como objetivo analisar criticamente os dados coletados e tratá-los. Apresentar conceitos de média, desvio padrão, valores discrepantes (outliers), seleção de dados, produção e leitura de tabelas.

- a) Compilar os dados apresentados pelos estudantes por material. Pode ser produzida uma tabela com a produção de cada estudante pelo número de moradores da casa.
- b) Discutir com os estudantes se há algum dado muito diferente dos outros que poderá interferir na média por pessoa.
- c) Calcular a produção média por pessoa e o desvio padrão.

Etapa 3 – Análise de dados.

Esta etapa objetiva entender o que os dados coletados representam. Nela, podem ser trabalhados conceitos de gráficos, funções, relações matemáticas e proporções.

- a) Produzir gráficos com os estudantes, mostrando a produção de resíduos por tempo. Traçar funções matemáticas que relacionem tempo e quantidade de resíduo produzido por número de pessoas.
- b) Analisar qual tipo de resíduo foi mais produzido. Há algum dia da semana que a produção de lixo é maior? O que pode influenciar para ter uma maior produção de resíduos?
- c) Utilizar as funções para prever quanto de lixo é produzido pela cidade toda em um único dia.
- d) Estabelecer relações da representação desse lixo: essa quantidade de lixo equivale a quantos sacos de arroz?
- e) Utilizar os dados pesquisados de tempo de decomposição do material para analisar quanto tempo leva para todo o lixo do ano ser decomposto.

Etapa 4 – Relacionando dados à pesquisa.

A intencionalidade desta etapa é relacionar os dados coletados à pesquisa realizada pelos estudantes na primeira etapa.

- a) Entender a prática dos 8 Rs (refletir, reduzir, reutilizar, reciclar, respeitar, reparar, responsabilizar-se e repassar).
- b) Analisar a aplicabilidade dos 8 Rs para os materiais estudados.
- c) Propor modelos matemáticos para descrever como a utilização dos 8 Rs pode reduzir as taxas de produção de lixo.
- d) Relacionar as mensurações feitas com os impactos ambientais.
- e) Questionar se os impactos ambientais causados pelo excesso de produção de lixo são perceptíveis no dia a dia.

Etapa 5 – Aplicabilidade do estudo

Esta etapa tem como foco a construção de possíveis medidas que podem ser tomadas para a redução da produção de lixo.

- a) A partir dos dados estudados e pesquisa, definir uma ou mais intervenções que a turma poderá realizar.
- b) Estimular os estudantes para que sejam protagonistas da escolha da(s) intervenção(ões), utilizando métodos como “chuva de ideias”, entre outros.
- c) São exemplos de intervenções possíveis:
 - i. Criação da coleta seletiva na própria escola.
 - ii. Criação de cards eletrônicos apresentando os dados matemáticos, projeções e descobertas, feitos pela turma, com objetivo de conscientizar a respeito da produção de lixo e seu descarte responsável.
 - iii. Escrita de um artigo científico para publicação a partir das observações realizadas.
 - iv. Criação de um projeto de compostagem na escola.
- d) Planejar a execução da(s) intervenção(ões) escolhidas:
 - i. O que pretendemos alcançar com essa intervenção?
 - ii. O que é preciso para alcançar essa intervenção?
 - iii. Quem serão as pessoas afetadas por essa intervenção?
 - iv. Quais produtos e/ou serviços desejo produzir com essa intervenção?
 - v. Quais são as etapas de realização?
 - vi. Quais são as tarefas necessárias?
 - vii. Quem é responsável por cada tarefa?
- e) Ao final do desenvolvimento, reservar um momento para a apresentação da intervenção e aprendizados adquiridos. Se possível, convidar outras pessoas da comunidade escolar para assistir e participar.

FONTES E MATERIAL DE APOIO

FONTE PRINCIPAL

O LIXO NOSSO DE CADA DIA. 1 Vídeo (38min50s). BARBAN, Fernanda; ANDRADE, Gleisson; MOITA, Diego; CARARETO, Lucas; DINIZ, Gabriel; BEAL, Priscila. **Publicado pelo canal Casa Rosa Filmes**, 2020. Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=KWIEnztOXJU>. Acesso em: 23 mar 2021.

SANTANA, Maria Barbosa; SILVA, Edivaldo Fernandes. **Análise matemática da produção de descarte do lixo no Distrito de Brasilândia (Município de Posse – GO)**. Disponível em: <http://www.aprender.posse.ueg.br:8081/jspui/bitstream/123456789/178/1/AN%C3%81LISE%20MATEM%C3%81TICA%20ARTIGO%20FINAL.pdf>. Acesso em: 24 mar 2021.

CAMPO GRANDE. Secretaria Municipal de Educação e Secretaria Municipal de Meio Ambiente Urbano. **Guia Pedagógico de Resíduos Sólidos**. In: CAMPO GRANDE. Secretaria Municipal de Educação e Secretaria Municipal de Meio Ambiente Urbano. Disponível em: <http://www.imasul.ms.gov.br/wp-content/uploads/2016/03/Guia-pedag%C3%B3gico-de-Residuos-solidos-Semadur.pdf>. Acesso em: 24 mar 2021.

MATERIAL DE APOIO

BRASIL. Ministério da Educação. **A pesquisa científica em sala de aula como prática de aprendizagem, inovação e transformação social**. Disponível em: <http://www.basenacionalcomum.mec.gov.br/implementacao/praticas/caderno-de-praticas/ensino-medio/118-a-pesquisa-cientifica-em-sala-de-aula-como-pratica-de-aprendizagem-inovacao-e-transformacao-social>. Acesso em: 25 mar 2021

SANTOS, Helaine Maria Naves dos. **Educação ambiental por meio da compostagem de resíduos sólidos orgânicos em escolas públicas de Araguari**. 2007. 180 f. Dissertação (Mestrado em Engenharias) - Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, 2007. Disponível em: <http://repositorio.ufu.br/handle/123456789/14233>. Acesso em: 25 mar 2021.

ALENCAR, Mariléia Muniz Mendes. **Reciclagem de lixo numa escola público do município de Salvador**. 2005. Disponível em: <http://www.gepexsul.unisul.br/extensao/2012/amb3.pdf>. Acesso em: 25 mar 2021.

ENTREGA/AVALIAÇÃO

A avaliação é processual formativa e supõe o desenvolvimento de todas as etapas desta atividade de aprendizagem, de modo a contemplar os eixos estruturantes programados ao longo da Unidade Curricular. Assim, devem ser consideradas a participação e a entrega da coleta e análise dos dados, a pesquisa e a produção da intervenção, assim como a socialização da pesquisa, a intervenção escolhida e os materiais concretos construídos.

Além da avaliação pelo professor, sugere-se que os colegas da turma também possam avaliar de forma colaborativa o material produzido pela turma. Ao avaliar, o professor deve verificar se as produções:

- atendem ao tema delimitado;
- expressam de forma adequada as informações e a contextualização;
- apresentam conceitos e argumentos que sustentam a finalização;
- pautam informações pertinentes e diversificadas;
- têm caráter autoral, ou seja, que não sejam cópias (plágios).

OBSERVAÇÕES

A arquitetura desta Unidade Curricular envolve desafios pedagógicos integradores e interdisciplinares, perante os quais estudantes e professor precisam ter em conta, a princípio, os seguintes aspectos.

- Esta Unidade Curricular trata da relação da matemática com a sustentabilidade e a conscientização da produção do lixo. Por isso, recomenda-se fortemente que os professores e estudantes façam uso da menor quantidade possível de materiais impressos, dando preferência para o uso de ferramentas digitais.
- Na opção de o professor utilizar a sugestão didática, ele deve levar em conta a realidade da comunidade escolar para a definição dos materiais que serão utilizados para contextualizar ao máximo o tema proposto.
- Os dados podem ser trabalhados utilizando softwares como o excel. Na impossibilidade do seu uso, pode-se simplificar as análises de maneira que possam ser feitas manualmente e ainda assim, trazendo debates para a turma.
- O item 1.9 desta unidade menciona, “parceria” - no caso, desejável - com Universidade Estadual, Federal ou Instituto Federal que possuem Grupo de Pesquisa ou projetos que tratam do assunto. Esse exemplo hipotético reforça a orientação no sentido de que a escola efetive parcerias institucionais e vínculos acadêmicos para auxiliá-la em sua tarefa formativa. Em uma sociedade interconectada, as parcerias da escola com a sociedade civil e a participação em redes de pesquisa e inovação científico-culturais, programadas no contexto da educação, podem contribuir para inserir os estudantes no âmbito da comunidade científica e, a partir disso, subsidiá-los intelectualmente para uma prática de intervenção sociocultural.
- As etapas descritas na Sugestão Didática têm diferentes níveis de complexidade e tempos de desenvolvimento. Propõe-se o desenvolvimento de um calendário com definições de metas em conjunto com os estudantes para que possam desenvolver habilidades de organização, gestão de tempo e criação de rotina. Conceitos simples de gestão de projetos também podem ser inseridos.

ÁREAS DO CONHECIMENTO

MATEMÁTICA E SUAS TECNOLOGIAS

QUANTO VALE UM REAL?

QUANTO VALE UM REAL?

APRESENTAÇÃO

Nos noticiários é comum manchetes como: “O dólar subiu!”, “O dólar caiu!”, “A inflação está em alta”, porém, efetivamente, como esses dados interferem no dia a dia? Como eles são calculados? Quem os controla? Esta Unidade Curricular pretende introduzir conceitos econômicos e, a partir deles, refletir sobre o valor do real.

Inicialmente, propõe-se a análise da origem do dinheiro no mundo e no Brasil. Em seguida, é sugerida a investigação do valor do dinheiro, utilizando índices econômicos e parâmetros nacionais para, posteriormente, realizar estudo da relação do real com outras moedas.

Espera-se que ao final desta Unidade o(a) estudante perceba que o valor do real não é apenas um número, que há outras análises e variáveis que devem ser consideradas. Além disso, ambiciona-se que as aprendizagens adquiridas sirvam de subsídios para que os estudantes interpretem as diversas situações cotidianas e/ou socioculturais.

COMPETÊNCIAS

1. Utilizar estratégias, conceitos e procedimentos matemáticos para interpretar situações em diversos contextos, sejam atividades cotidianas, sejam fatos das ciências da Natureza e Humanas, das questões socioeconômicas ou tecnológicas, divulgados por diferentes meios, de modo a contribuir para uma formação geral.
2. Articular conhecimentos matemáticos ao propor e/ou participar de ações para investigar desafios do mundo contemporâneo e tomar decisões éticas e socialmente responsáveis, com base na análise de problemas de urgência social, como os voltados a situações de saúde, sustentabilidade, das implicações da tecnologia no mundo do trabalho, entre outros, recorrendo a conceitos, procedimentos e linguagens próprios da Matemática.
3. Utilizar estratégias, conceitos, definições e procedimentos matemáticos para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente.
5. Investigar e estabelecer conjecturas a respeito de diferentes conceitos e propriedades matemáticas, empregando estratégias e recursos, como observação de padrões, experimentações e diferentes tecnologias, identificando a necessidade, ou não, de uma demonstração cada vez mais formal na validação das referidas conjecturas

CARGA HORÁRIA



Semestral - semanal (02 aulas)
carga horária total (40 aulas)

EIXOS ESTRUTURANTES RELACIONADOS



- Investigação Científica
- Mediação e Intervenção Sociocultural

COMPONENTES CURRICULARES E CONHECIMENTOS GERAIS ARTICULADOS



- Matemática financeira
- Conversão de unidades de medidas
- Poder de compra
- Taxa de câmbio
- Paridade do poder de compra (PPC)
- Inflação
- Deflação

PERFIL DOCENTE



- Possuir formação em Matemática e/ou Química, ou áreas correlatas.
- Ter desenvolvido e/ou disposição para desenvolver atividades de pesquisa e estudos no campo de conhecimento correspondente à Unidade Curricular, tornando-a mais contextualizada e integrada aos outros componentes.
- Desenvolver e/ou disposição para desenvolver habilidades em metodologias de aprendizagens e tecnologias, que estabeleçam a dinâmica do trabalho em grupo, do incentivo à pesquisa, à autonomia e ao protagonismo relacionados às competências socioemocionais dos estudantes.

OBJETIVOS

- Compreender a origem do dinheiro.
- Compreender as diferentes maneiras de medir o valor de uma moeda.
- Refletir sobre o valor do dinheiro.
- Entender como o mercado financeiro interfere nos produtos do cotidiano.

RELAÇÃO COM OUTRA(S) UNIDADE(S)

- Educação Financeira: sonhos planejados, consumo consciente
- Investimentos Inteligentes
- Para onde vai meu imposto?

RECURSOS

- Dispositivos eletrônicos com acesso à Internet e à edição de texto, lousa digital e datashow.
- Calculadoras, planilhas eletrônicas ou outras ferramentas que simplificam os cálculos de proporções, produção de relações, gráficos e planilhas.
- Se possível, parceria com universidades e Instituto Federal que possuem grupos de pesquisa ou projetos sobre o assunto em uma abordagem multidisciplinar.

ORGANIZADOR CURRICULAR

EIXO ESTRUTURANTE: INVESTIGAÇÃO CIENTÍFICA

HABILIDADES

Habilidade dos Itinerários Formativos Associada às Competências Gerais da BNCC:

(MS.EMIFCG01) Identificar, selecionar, processar e analisar dados, fatos e evidências com curiosidade, atenção, criticidade e ética, inclusive utilizando o apoio de tecnologias digitais.

(MS.EMIFCG02) Posicionar-se com base em critérios científicos, éticos e estéticos, utilizando dados, fatos e evidências para respaldar conclusões, opiniões e argumentos, por meio de afirmações claras, ordenadas, coerentes e compreensíveis, sempre respeitando valores universais, como liberdade, democracia, justiça social, pluralidade, solidariedade e sustentabilidade.

Habilidades Específicas dos Itinerários Formativos Associadas ao Eixo Estruturante:

(MS.EMIFMAT01) Investigar e analisar situações-problema identificando e selecionando conhecimentos matemáticos relevantes para uma dada situação, elaborando modelos para sua representação.

(MS.EMIFMAT02) Levantar e testar hipóteses sobre variáveis que interferem na explicação ou resolução de uma situação-problema elaborando modelos com a linguagem matemática para analisá-la e avaliar sua adequação em termos de possíveis limitações, eficiência e possibilidades de generalização.

(MS.EMIFMAT03) Selecionar e sistematizar, com base em estudos e/ou pesquisas (bibliográfica, exploratória, de campo, experimental etc.) em fontes confiáveis, informações sobre a contribuição da Matemática na explicação de fenômenos de natureza científica, social, profissional, cultural, de processos tecnológicos, identificando os diversos pontos de vista e posicionando-se mediante argumentação, com o cuidado de citar as fontes dos recursos utilizados na pesquisa e buscando apresentar conclusões com o uso de diferentes mídias.

Habilidades da BNCC:

(MS.EM13MAT101) Interpretar situações econômicas, sociais e das Ciências da Natureza que envolvem a variação de duas grandezas, pela análise dos gráficos das funções representadas e das taxas de variação com ou sem apoio de tecnologias digitais.

EIXO ESTRUTURANTE: MEDIAÇÃO E INTERVENÇÃO SOCIOCULTURAL

HABILIDADES

Habilidade dos Itinerários Formativos Associada às Competências Gerais da BNCC:

(MS.EMIFCG07) Reconhecer e analisar questões sociais, culturais e ambientais diversas, identificando e incorporando valores importantes para si e para o coletivo que assegurem a tomada de decisões conscientes, consequentes, colaborativas e responsáveis.

Habilidades Específicas dos Itinerários Formativos Associadas ao Eixo Estruturante:

(MS.EMIFMAT07) Identificar e explicar questões socioculturais e ambientais aplicando conhecimentos e habilidades matemáticas para avaliar e tomar decisões em relação ao que foi observado.

Habilidade da BNCC:

(MS.EM13MAT104) Interpretar taxas e índices de natureza socioeconômica, tais como índice de desenvolvimento humano, taxas de inflação, entre outros, investigando os processos de cálculo desses números.

OBJETOS DE CONHECI- MENTO

- Conversão de unidades e medidas
- Poder de compra
- Taxa de câmbio
- Paridade do poder de compra

**SUGESTÕES
DIDÁTICAS**
Etapa 1 - A origem do dinheiro

Para introduzir a Unidade Curricular, sugere-se que o(a) professor(a) estimule os estudantes a pesquisarem sobre a origem do dinheiro:

- Como as pessoas pagavam suas compras antes de existir o dinheiro?
- Todas as sociedades utilizam/utilizavam esse sistema de troca?
- Quando surgiu a primeira moeda?
- O dinheiro de antigamente era igual ao que usamos hoje em dia?

Discutir em sala de aula sobre a forma inicial de “compra”, chamada de escambo. Com o tempo, para facilitar as transações, foi necessário criar um mecanismo de troca de produtos mais eficiente, surgindo o dinheiro. No site da Casa da Moeda (<https://www.casadamoeda.gov.br/portal/socioambiental/cultural/origem-do-dinheiro.html>) há um breve resumo do surgimento do dinheiro.

Incentivar os estudantes para outras discussões, que envolvam:

- Criação (desuso) do cheque.
- Cartão de crédito.
- Diferença entre moedas de lugares diferentes.
- A moeda usada no Brasil.
- Criptomoedas.

Etapa 2 - As mudanças de moedas

Desde 1822, o Brasil passou por nove moedas diferentes. Investigar, juntamente com os estudantes quais moedas já foram utilizadas, como elas eram e quais os motivos para as mudanças. Sugere-se que os estudantes calculem valores de produtos que compram (bala, caderno, lápis, dentre outros) em réis e em outras moedas. Por fim, estude mais a fundo a última mudança: o Plano Real.

Etapa 3 - O poder de compra

Conhecendo a história do real, refletir com os estudantes:

- Atualmente, R\$ 1,00 tem o mesmo valor de 5 anos atrás?
- Como eles percebem essa diferença?
- Se a moeda não mudou, o que mudou?

Pedir para que os estudantes busquem por propagandas antigas de produtos que compraram há 5 anos e ainda consomem. Mostrar alguns desses produtos há 15 anos. A partir dessas comparações e reflexões trabalhar o conceito do poder de compra e, assim, espera-se que os estudantes percebam que o valor do dinheiro muda com o tempo. O poder de compra em uma moeda corrente pode ser calculado em t anos no futuro, a partir da fórmula do valor presente:

$$C_t = C(1+i)^{-t} = \frac{C}{(1+i)^t}$$

sendo,

C : valor atual

C_t : valor no futuro

t : tempo

i : taxa constante de inflação anual

Outra possibilidade de trabalhar o poder de compra com os estudantes é utilizando produtos que costumam consumir. Incentivar a investigação sobre alguns produtos cujo poder de compra foi reduzido com o tempo, em contrapartida que para outros, a exemplo dos smartphones, o poder de compra aumentou. Deixar que os estudantes levantem hipóteses de quais são os motivos dessas diferenças.

Por fim, é possível perceber o poder de compra a partir da cesta básica. Por meio da Pesquisa Nacional da Cesta Básica de Alimentos (PNCBA) realizada pelo Departamento Intersindical de Estatística e Estudos Socioeconômicos (DIEESE), mensalmente, e disponibilizada no site: <https://www.dieese.org.br/analisecestabasicas/analiseCestaBasica202108.html>, os estudantes podem analisar o valor de uma cesta básica em diferentes capitais do país. A partir desses dados, o(a) professor(a) poderá debater com estudantes temáticas como:

- Quais regiões possuem os maiores valores de cesta básica?
- No decorrer dos anos, com um salário mínimo pode-se comprar quantas cestas básicas?
- Em relação à cesta básica, o poder de compra brasileiro tem aumentado, se manteve constante ou diminuiu?

Etapa 4 - A Inflação e a deflação

A partir da discussão da variação do poder de compra, introduzir o conceito da inflação que é o aumento dos preços de bens e serviços. Ela implica diminuição do poder de compra da moeda. Trabalhar os valores atuais de inflação e a variação dos produtos e serviços que os estudantes utilizam. Por fim, discutir com os estudantes porque a deflação também pode ser ruim.

Etapa 5 - Taxas de câmbio

Com as etapas anteriores, percebe-se o valor do real dentro do país, porém, quando se olha para fora do Brasil, compara-se o real com mais de 180 moedas. Portanto, espera-se que nessa etapa o estudante possa comparar o valor do real com outras moedas e como se dá o processo da taxa de câmbio.

A taxa de câmbio é o preço da moeda estrangeira com base na moeda nacional. São dois principais modelos para definir o valor da moeda estrangeira:

- Câmbio fixo: o governo estabelece um preço específico e o Banco Central realiza movimentações para mantê-lo naquele patamar (Voltar no Plano Real e relacionar sua implementação com esse câmbio).
- Câmbio flutuante: determinado pelo mercado através de ações de compra e venda da moeda (modelo atualmente utilizado no Brasil).

No site do Banco Central do Brasil, disponível em: https://www.bcb.gov.br/acesoinformacao/perguntasfrequentes-respostas/faq_taxacambio, encontram-se várias questões, bem como, a cotação de diversas moedas em reais. Solicitar que os estudantes, em grupos, estudem essas informações e/ou relações. Ao final, peça que os grupos compartilhem com o restante da turma quais informações puderam encontrar.

Etapa 6 - Paridade do poder de compra (PPC)

Com o estudo das taxas de câmbio, reflita com os estudantes:

- Exclusivamente a partir da taxa de câmbio é possível comparar duas moedas?
- Se o valor de uma moeda é maior que o de outra, significa que pode-se comprar mais de um determinado produto com essa primeira?

A partir dessas reflexões e de outras, introduzir a paridade do poder de compra que é uma métrica que compara as moedas de diferentes países através de um índice para o poder de compra. Para conhecer seu valor, calcula-se:

$$E = e \cdot \frac{p_1}{p_2}$$

sendo,

E: taxa de câmbio real

e = taxa de câmbio nominal

p_1 = valor do produto no país 1

p_2 = valor do produto no país 2

Por exemplo, um mesmo produto custa no Brasil R\$ 28,00 e nos Estados Unidos US\$ 7,00; ou seja, a taxa de câmbio que indicaria um equilíbrio dos preços seria de R\$ 4,00 para cada dólar. Porém, a taxa de câmbio do dia no mercado é de R\$ 5,40, assim, a taxa de câmbio real é de

$$E = 5,4 \cdot \frac{7}{28}$$

$$E = 1,35$$

Portanto, nessa situação o poder de compra do cidadão estadunidense é maior comparado ao do brasileiro, uma vez que ele gastaria menos que US\$ 7,00 para comprar o mesmo produto no Brasil.

A Revista The Economist, desde 1986, realizou uma análise parecida a essa, comparando o poder de compra entre os países a partir dos preços do Big Mac: o índice Big Mac (Big Mac Index). Sugere-se dividir a sala em grupos e pedir para cada grupo, assim como a revista, criar um índice utilizando produtos que escolherem. Os grupos devem levantar informações e criar um ranking com alguns países escolhidos pela turma. Ao final da pesquisa, pedir para que comparem os rankings e debatam sobre as semelhanças e possíveis diferenças entre eles.

Etapa 7 - Os aprendizados da Unidade Curricular

Nessa etapa, espera-se que o estudante perceba que a pergunta “Quanto vale um real?” não é tão simples quanto parece e que, para chegar na moeda real, muitos processos e estudos foram realizados. Sugere-se que a turma faça diagramas representando o valor de determinadas quantias de diferentes formas possíveis:

- em dólar;
- em euro;
- em outras moedas;
- em mercadorias que costumam comprar (pacote de arroz, feijão, açúcar);
- outras maneiras que julgarem interessante (criptomoedas, por exemplo).

Etapa 8 - Produzindo

Para a finalização da Unidade Curricular, a turma poderá produzir materiais com as aprendizagens adquiridas, voltando à pergunta inicial “Quanto vale um real?”. São sugestões de produções:

- cartazes físicos ou virtuais;
- podcast;
- vídeos;
- mapas mentais.

FONTES E MATERIAL DE APOIO

FONTE PRINCIPAL

BALDEZ, Lucas. Entenda o que é a taxa de câmbio e o que define o valor do dólar. Estadão, 23 de mar. de 2020. Disponível em: < <https://investidor.estadao.com.br/educacao-financeira/entenda-o-que-e-taxa-de-cambio-e-o-que-define-o-valor-do-dolar> >. Acesso em: 04 de out. de 2021

BANCO CENTRAL DO BRASIL. **BCB**. Página Inicial. Disponível em: < <https://www.bcb.gov.br/> >. Acesso em: 28 de set. de 2021

ORIGEM DO DINHEIRO. Casa da Moeda do Brasil. Disponível em: < <https://www.casamoeda.gov.br/portal/socioambiental/cultural/origem-do-dinheiro.html> >. Acesso em: 17 de set. de 2021

REDAÇÃO MUNDO ESTRANHO. Quantas moedas o Brasil já teve? **Super Interessante**, 04 de jul. de 2018. Disponível em: < <https://super.abril.com.br/mundo-estranho/quantas-moedas-o-brasil-ja-teve> >. Acesso em: 24 de set. de 2021

SILVA, David Santos. O que foi o Plano Real? Politize, 03 de out de 2017. Disponível em: < <https://www.politize.com.br/plano-real/> Acesso em: 24 de set. de 2021

MATERIAL DE APOIO

CAMARGO, José Márcio. Inflação e desemprego - a Curva de Phillips. **Blog do IBRE**, 12 de mar. de 2018. Disponível em: < <https://blogdoibre.fgv.br/posts/inflacao-e-desemprego-curva-de-phillips> >. Acesso em: 28 de set. de 2021.

COSTA, Renata. Por que inventaram o dinheiro? **Nova Escola**, 01 de set. de 2009. Disponível em: < <https://novaescola.org.br/conteudo/2273/por-que-inventaram-o-dinheiro> >. Acesso em: 17 de set. 2021.

O QUE É INFLAÇÃO. Banco Central do Brasil. SI. Disponível em: < <https://www.bcb.gov.br/control/inflacao/oqueinflacao> > Acesso em: 28 de set. 2021.

O QUE É PARIDADE DO PODER DE COMO E COMO CALCULAR. Dicionário financeiro, 2020. Disponível em: < <https://www.dicionariofinanceiro.com/paridade-poder-compra/> > Acesso em: 05 de out. de 2021

ENTREGA/ AVALIAÇÃO

A avaliação é processual formativa e supõe o desenvolvimento de todas as etapas desta atividade de aprendizagem, de modo a contemplar os eixos estruturantes programados ao longo da Unidade Curricular. Assim, devem ser consideradas a participação e a entrega na coleta e análise dos dados, na pesquisa e na produção final. Socialização da pesquisa e dos materiais concretos construídos.

Além da avaliação pelo professor, sugere-se que os colegas também possam avaliar de forma colaborativa o material produzido pela turma. Ao avaliar, o professor deve verificar se as produções:

- a) atendem ao tema delimitado;
- b) expressam de forma adequada as informações e a contextualização;
- c) apresentam conceitos e argumentos que sustentam a finalização;
- d) pautam informações pertinentes e diversificadas;
- e) têm caráter autoral, ou seja, que não sejam cópias (plágios)

OBSERVAÇÕES

1. Em cada etapa são sugeridas dinâmicas para que o objetivo da etapa seja alcançado, essas sugestões devem ser adequadas da forma que mais se adeque à realidade da turma.
2. Se houver tempo, abordar a relação entre a inflação e o desemprego através da Curva de Phillips.
3. Em algumas etapas são sugeridas pesquisas em sites, mas caso não seja possível a sua realização, o(a) professor(a) poderá levar os materiais previamente selecionados para que os estudantes possam extrair as informações sugeridas.

ÁREAS DO CONHECIMENTO

MATEMÁTICA E SUAS TECNOLOGIAS

OS MOVIMENTOS DA MATEMÁTICA:
CINEMÁTICA DOS OBJETOS

OS MOVIMENTOS DA MATEMÁTICA: CINEMÁTICA DOS OBJETOS

APRESENTAÇÃO

Esta Unidade Curricular propõe o estudo de funções associadas à cinemática, que é a parte da Física que estuda a descrição Matemática dos movimentos, relacionados com os conceitos de posição, velocidade e aceleração de um objeto. Essa relação ocorre, sobretudo, por meio das funções polinomiais de 1º e 2º graus, a mais comum na cinemática é a que contém a posição (S) de um móvel em movimento uniforme (velocidade constante) com o tempo (t), chamada de função horária do espaço em relação ao tempo. O padrão matemático que define essa função é: $S = S_0 + V t$, sendo que “ S_0 ” é o espaço inicial do móvel ou o lugar que ocupa no instante $t = 0$ e “ V ” é sua velocidade escalar.

A função polinomial do 1º grau tem várias outras aplicações na resolução e interpretação de atividades da física, como temperatura, trabalho, comportamento físico dos gases, dentre outros, e a lógica para encontrar o valor solicitado no problema e na construção de gráficos são semelhantes. Existem também outros objetos de conhecimento que se apropriam da função quadrática, e para saber a posição de um corpo em movimento variado, usa-se a relação entre a fórmula da física $S = S_0 + V_0 t + \frac{1}{2} a t^2$, com a função $f(x) = c + b x + a x^2$. Dessa maneira, pode seguir os mesmos procedimentos da função polinomial do 1º grau, inclusive utilizar o Excel para a construção do gráfico.

A Matemática e a Física são ciências que caminham paralelamente, podendo afirmar que a Física é uma aplicação da Matemática que também emprega o conceito de função para explicar determinados fenômenos. O uso delas como a função afim, e, particularmente a função linear, que expressa variações proporcionais de grandezas físicas no movimento retilíneo uniforme, pode contribuir de forma significativa na resolução de problemas, e desenvolver o raciocínio lógico. Neste sentido, é preciso que o professor explore mais as aplicações desse conhecimento e contextualize, fazendo a integração de um componente com o outro para auxiliar e despertar o interesse pela Matemática e pela Física.

COMPETÊNCIAS

- Utilizar estratégias, conceitos, definições e procedimentos matemáticos para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente.
- Compreender e utilizar, com flexibilidade e precisão, diferentes registros de representação matemáticos (algébrico, geométrico, estatístico, computacional etc.), na busca de solução e comunicação de resultados de problemas.

CARGA HORÁRIA



Semestral - semanal (02 aulas)
carga horária total (40 aulas)

EIXOS ESTRUTURANTES RELACIONADOS



- Investigação Científica
- Processos Criativos

COMPONENTES CURRICULARES E CONHECIMENTOS GERAIS ARTICULADOS



- Matemática: Geometria Analítica – vetores no sistema cartesiano, representação e operações de vetores como fio condutor para explicações de conhecimentos construídos historicamente na Matemática e Física.
- Matemática e Física integradas para os estudos de funções a partir do movimento de objetos (cinemática) no desenvolvimento de habilidades integradoras.

PERFIL DOCENTE



- Possuir licenciatura em Matemática.
- Ter desenvolvido e/ou desenvolver atividades de pesquisa e estudos no campo de conhecimento correspondente à Unidade Curricular (Funções matemáticas como fio condutor para a aprendizagem de cinemática no campo da Física e Matemática, com possibilidade de buscar uma nova forma de ver e entender a Matemática, tornando-a mais contextualizada, mais integrada às outras áreas de conhecimentos.
- Ter disposição para desenvolver habilidades em metodologias de aprendizagens e tecnologias, que estabeleçam a dinâmica do trabalho em grupo, do incentivo à pesquisa, à autonomia, ao protagonismo e ao desenvolvimento das competências socioemocionais dos estudantes.

OBJETIVOS

- Proporcionar a ampliação da compreensão dos estudantes acerca dos conceitos de funções afins e linear e suas respectivas aplicações na cinemática.
- Desenvolver o pensamento matemático criativo e reflexivo dos estudantes, na construção de relações entre grandezas.
- Possibilitar a escrita de leis de formação de algumas funções.
- Subsidiar os estudantes nas pesquisas, estudos, desenvolvimento de habilidades, intensificando a partir da presença pedagógica para elaboração de gráficos e/ou banner, tabelas, dentre outros, sobre as funções no contexto da cinemática.

RELAÇÃO COM OUTRA(S) UNIDADE(S)

- Matemática e Física, teoria e prática
- Modelagem matemática
- Noções de Cálculo Diferencial e Integral

RECURSOS

- Dispositivos com acesso à internet e à edição de texto, lousa digital ou datashow, Software GeoGebra ou outros que possam desenvolver atividades criativas.
- Calculadoras, planilhas eletrônicas como ferramentas que podem construir gráficos e simplificar os cálculos nas soluções de problemas contextualizados pelos estudantes.
- Materiais para produção de pôster, banner, infográfico e outros na versão impressa ou digital.
- Acervo impresso e digital de material de pesquisa.

ORGANIZADOR CURRICULAR

EIXO ESTRUTURANTE: INVESTIGAÇÃO CIENTÍFICA

HABILIDADES

Habilidade dos Itinerários Formativos Associada às Competências Gerais da BNCC:

(MS.EMIFCG01) Identificar, selecionar, processar e analisar dados, fatos e evidências com curiosidade, atenção, criticidade e ética, inclusive utilizando o apoio de tecnologias digitais.

(MS.EMIFCG03) Utilizar informações, conhecimentos e ideias resultantes de investigações científicas para criar ou propor soluções para problemas diversos.

Habilidades Específicas dos Itinerários Formativos Associadas ao Eixo Estruturante:

(MS.EMIFMAT02) Levantar e testar hipóteses sobre variáveis que interferem na explicação ou resolução de uma situação-problema elaborando modelos com a linguagem matemática para analisá-la e avaliar sua adequação em termos de possíveis limitações, eficiência e possibilidades de generalização.

(MS.EMIFMAT03) Selecionar e sistematizar, com base em estudos e/ou pesquisas (bibliográfica, exploratória, de campo, experimental etc.) em fontes confiáveis, informações sobre a contribuição da Matemática na explicação de fenômenos de natureza científica, social, profissional, cultural, de processos tecnológicos, identificando os diversos pontos de vista e posicionando-se mediante argumentação, com o cuidado de citar as fontes dos recursos utilizados na pesquisa e buscando apresentar conclusões com o uso de diferentes mídias.

Habilidades da BNCC:

(MS.EM13MAT302) Construir modelos empregando as funções polinomiais de 1º ou 2º graus, para resolver problemas em contextos diversos, com ou sem apoio de tecnologias digitais.

EIXO ESTRUTURANTE: PROCESSOS CRIATIVOS

HABILIDADES

Habilidade dos Itinerários Formativos Associada às Competências Gerais da BNCC:

(MS.EMIFCG05) Questionar, modificar e adaptar ideias existentes e criar propostas, obras ou soluções criativas, originais ou inovadoras, avaliando e assumindo riscos para lidar com as incertezas e colocá-las em prática.

(MS.EMIFCG06) Difundir novas ideias, propostas, obras ou soluções por meio de diferentes linguagens, mídias e plataformas, analógicas e digitais, com confiança e coragem, assegurando que alcancem os interlocutores pretendidos.

Habilidades Específicas dos Itinerários Formativos Associadas ao Eixo Estruturante:

(MS.EMIFMAT04) Reconhecer produtos e/ ou processos criativos por meio de fruição, vivências e reflexão crítica na produção do conhecimento matemático e sua aplicação no desenvolvimento de processos tecnológicos diversos.

(MS.EMIFMAT05) Selecionar e mobilizar intencionalmente recursos criativos relacionados à Matemática para resolver problemas de natureza diversa, incluindo aqueles que permitam a produção de novos conhecimentos matemáticos, comunicando com precisão suas ações e reflexões relacionadas a constatações, interpretações e argumentos, bem como adequando-os às situações originais.

OBJETOS DE CONHECI- MENTO

Ênfase em aspectos conceituais e de contextualização:

- Função polinomial do 1º grau ou função afim
- Função linear
- Função polinomial do 2º grau
- Variação entre grandezas (proporcionalidade e não proporcionalidade)

SUGESTÕES DIDÁTICAS

Primeira etapa: Assistir ao vídeo “Funcionamento do GPS. ”, organizar roda de conversa e discutir sobre a importância do saber integrado dos objetos de conhecimentos da Matemática e da Física; pesquisar sobre aplicação de funções na vida cotidiana, mais especificamente no campo da cinemática. Questionar os estudantes sobre a variação entre as grandezas, como funcionam as funções no dia a dia, no movimento das pessoas, entre outras reflexões que achar necessário. Dialogar na perspectiva de resolução de problemas da vida diária, sobre as escolhas e oportunidades no caminho em direção aos objetivos de seus sonhos. Ampliar o diálogo com os estudantes referente aos estudos desta temática que serve para compreender o movimento de corpos no planeta Terra e no espaço, assim como movimentos e percurso de personagens em cinemas e jogos.

Segunda etapa: Exemplificar atividades da Física para contextualizar os conceitos matemáticos, e vice-versa, com intuito de rever fundamentos e compreender a modelagem de fenômenos físicos. Apesar de serem componentes curriculares independentes, eles se relacionam um com o outro. As funções matemáticas são essenciais para a representação de relações entre grandezas físicas utilizadas também na decomposição de vetores e na trigonometria. A regra de três é uma excelente opção para ajudar a encontrar o caminho percorrido por um carro que se move a uma velocidade de x km/h durante um determinado tempo; no lançamento oblíquo, a partir da tabela montada para traçar o gráfico, o estudante pode perceber a relação entre o gráfico da função do 2º grau com o movimento do objeto no ar; existem inúmeros exemplos que podem ser abordados e dialogados com os estudantes em uma roda de conversa.

Terceira etapa: O estudo do movimento engloba a aplicação das equações de movimento em diversas situações, assim como o seu estudo mais detalhado se faz através do uso de gráficos que descrevem a posição, velocidade e aceleração em função do tempo.

Exemplo: um carro encontra-se inicialmente na posição 4m de uma estrada retilínea e se desloca com velocidade constante de 5m/s. Podemos determinar a posição em que ele se encontra a cada instante de tempo.



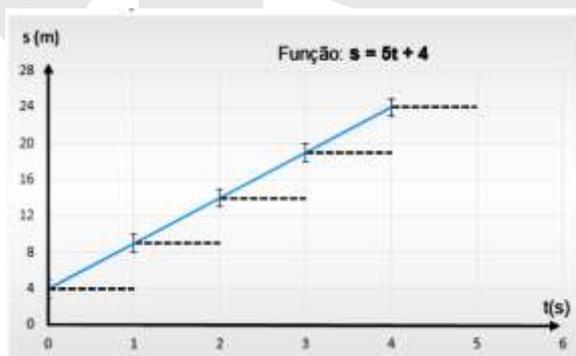
A velocidade do carro é sempre de 5m/s? Sim, sabe-se que o móvel percorre uma distância de 5m a cada segundo. Assim, aponta-se que no instante 1s sua posição será 9m ($4 + 5$), 2s será 14m ($9 + 5$) e assim sucessivamente. Neste sentido, pode-se representar a relação entre a posição (s) do carro e o instante de tempo (t) de várias formas:

Tabela

| | | | | | |
|-------|---|---|----|----|----|
| t (s) | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
| s (m) | 4 | 9 | 14 | 19 | 24 |

Pode utilizar esta tabela e fazer outros cálculos conforme for ampliando o tempo e espaço.

Gráfico da Função $s = 5t + 4$



O gráfico mostra uma função do tipo $f(x) = ax + b$. Com isso, temos a confirmação que o termo independente b está associado à posição inicial do móvel, ou seja, é o valor de s para $t = 0$ e que o coeficiente a , que multiplica a variável dependente, representa a taxa de variação da posição, isto é, a velocidade do móvel 5m/s . Este exemplo pode ser ampliado com a variação dos valores de velocidade e/ou posição inicial, inserindo, inclusive, valores negativos, pode-se interpretar a influência dos valores de a e b . O domínio e a imagem da função também podem ser questionados e discutidos; qual é o significado num instante de tempo negativo? Outro movimento estudado na cinemática é o chamado Movimento Uniformemente Variado, no qual a aceleração é constante. Uma relação entre velocidade e tempo pode ser feita de maneira semelhante nesse caso. A velocidade inicial do móvel representa o termo independente, enquanto que a aceleração representa o coeficiente a . Montagens experimentais podem ser utilizadas como material concreto, entre outras abordagens criativas que também podem ser desenvolvidas ou propostas aos estudantes pelo professor.

Os modelos matemáticos são importantes e necessários para a exposição e/ou explicações de fenômenos físicos. A Matemática fornece várias possibilidades de estruturas dedutivas que podem expressar princípios empíricos e teóricos da Física

Seria interessante que a explanação da temática fosse orientada e intencional, pois é nesse sentido que a matemática é explorada, por meio de investigação pode ser vivenciada, cujas sinapses convergem para compreensão e prática criativas na reinvenção do aprender a matemática na escola e na vida diária. A integração das duas áreas de conhecimento no contexto escolar pode proporcionar bons resultados na prática pedagógica e na aprendizagem dos estudantes.

Quarta etapa: o professor pode exercer a presença pedagógica no acompanhamento de pesquisas com os estudantes no exercício da investigação, de maneira ampliada, contribuindo no direcionamento de um cenário de desenvolvimento conceitual. Para esse processo, formar grupos para pesquisa e investigação, exploração e problematização de problemas que envolvam Funções Matemáticas e Cinemática, para que os estudantes pesquisem, contextualizem, façam experimentações e operações de cálculo.

a) Sistematizar pesquisas, contextualizando as aplicações de funções em diversas situações cotidianas, sendo que na Física ela possui importantes aplicabilidades, como na Cinemática que estuda os movimentos, relacionando-os através dos conceitos de posição, velocidade e aceleração. Essa relação acontece por meio do uso de funções polinomiais de 1° e 2° graus. Neste contexto sugere-se a utilização de Planilhas do Excel e o software GeoGebra para facilitar o entendimento das construções propostas.

Quinta etapa: Os materiais de pesquisas podem ser disponibilizados aos estudantes pela escola; sugere-se pesquisar em outros espaços como bibliotecas municipais, estaduais ou de faculdades e universidades; visitar instituições, ou mesmo utilizar os recursos da internet para buscar as fontes que embasam a elaboração dos gráficos, banner e/ou de algum protótipo, de forma criativa. Após as pesquisas e coleta das fontes, devem iniciar a produção, que pode ser feita em cartolinas, folder, infográfico etc., impresso ou digital, para apresentação em forma de seminário, organizado pelos estudantes com as orientações pedagógicas do professor.

Sexta etapa – Feedbacks: cada grupo avalia uns aos outros, faz autoavaliação no seu grupo e revisão dos materiais produzidos, orientado pelo professor. Nessa etapa pode ser elaborada uma ficha de feedbacks que devem ser entregues para cada estudante de cada grupo para que possam avaliar os respectivos grupos.

FONTES E MATERIAL DE APOIO

FONTE PRINCIPAL

ASSIS, Emilio Silva de. A Matemática como Ferramenta para o Ensino de Física: Funções Polinomiais do 1º e 2º grau e a Cinemática. Lavras, MG, 2013. Disponível em: <https://docplayer.com.br/6375968-Emilio-silva-de-assis-a-matematica-como-ferramenta-para-o-ensino-de-fisica-funcoes-polinomiais-do-10-e-do-20-grau-e-a-cinematica.html> . Acesso em: 28 de out. 2021.

COMO FUNCIONA O GPS. 1 Vídeo (03min.14s). MORAES, Erelaine Patricia. Publicado pelo canal Youtube. Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=KuBFzRoRR7A..> Acesso em: 10 de out. 2020.

DANTAS, Valderi. As aplicações das Funções de Primeiro e Segundo Grau na Cinemática. Mossoró, 2013. Disponível em: <https://ppgmat.ufersa.edu.br/wp-content/uploads/sites/58/2016/02/Disserta%C3%A7%C3%A3o-Valderi-Dantas.pdf> . Acesso em: 25 de out. 2021.

KARAM, Ricardo Avelar Sotomaio. Grandezas Físicas para Exemplificar a Função Afim. Disponível em: http://www.hu.usp.br/wp-content/uploads/sites/293/2016/05/artigo_Ricardo_Avelar_GRANDEZAS_FISICAS_PARA_EXEMPLIFICAR_A_FUNCAO_AFIM.pdf Acesso em: 04 de out.2021.

PORTAL, **DIMINOI, Professor**. Cinemática. Disponível em: <https://professordiminoi.comunidades.net/cinematica-a>. Acesso em: 10 de out. 2021.

SCHMIDT, Iracema Hendges e M NICA, Evandro. Cinemática: Descrição Matemática dos Movimentos uma Proposta Dinâmica. Disponível em: <https://www.lume.ufrgs.br/bitstream/handle/10183/134450/000985890.pdf?sequence=1>. Acesso em: 12 de out.2021.

MATERIAL DE APOIO

BARBOSA, Aline Mauricio e CASTILHO, Rafael Corrêa. O Estudo da Função Afim, Através de Experimentos na Cinemática: uma experiência interdisciplinar. Disponível em: http://www.sbemrasil.org.br/enem2016/anais/pdf/6730_4131_ID.pdf . Acesso em: 08 de out. 2021.

GIORDANI, Rubie José. A Importância da Matemática no Ensino e Estudo da Física/ Rubie José Giordani. Joinville: Clube de Autores, 2. Ed. 2016.

MORAES, Erelaine Patrícia .Sequência Didática para o Ensino de Conceitos Básicos de Cinemática e de Energia. Volta Redonda, RJ, 2019. Disponível em: https://app.uff.br/riuff/bitstream/handle/1/13265/Erelaine%20Patr%C3%ADcia%20Moraes_Produto%20Educativo.pdf?sequence=2&isAllowed=y . Acesso em: 29 de set. 2021.

MOVIMENTO RETILÍNEO UNIFORME | QUER QUE DESENHE | DESCOMPLICA. 1 Vídeo (08min.54s). Publicado pelo canal Descomplica. Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?app=desktop&v=b6EfqBNdk-c>. Acesso em: 10 de out. 2020.

ENTREGA/ AVALIAÇÃO

A avaliação é processual e supõe o desenvolvimento de todas as etapas desta atividade de aprendizagem, de modo a contemplar os eixos estruturantes programados ao longo da Unidade Curricular. Assim, devem ser consideradas tanto as interações na roda de diálogo, desenvolvimento de atividades, pesquisa e produção de gráficos e/ou banner no aplicativo Excel ou GeoGebra, que pode ser impresso ou digital, ou outro material que possa produzir e/ou construir. Socialização da produção gráfica, tabelas e/ou protótipos impressos ou digitais. Além da avaliação pelo professor, os estudantes também podem avaliar de forma colaborativa o material produzido pelos seus colegas. Ao avaliar, o professor deve verificar se as produções:

- a) atendem ao tema delimitado;
- b) expressam de forma adequada as informações e a contextualização;
- c) pautam informações pertinentes e diversificadas;
- e) têm caráter autoral, ou seja, que não sejam cópias (plágios).

OBSERVAÇÕES

A arquitetura desta Unidade Curricular envolve desafios pedagógicos interdisciplinares, perante os quais estudantes e professor precisam ter em conta, a princípio, os seguintes aspectos:

1. Esta Unidade trata do estudo de Funções aplicada à Cinemática no que se refere à contextualização, às ideias matemáticas e às materializações em linguagens representativas sob a perspectiva de uma abordagem multidisciplinar (Matemática, Física, computação, entre outras), na medida em que tematiza problemas, controvérsias e soluções postas na vida cotidiana e social no âmbito individual e coletivo. Em tese, essa abordagem induz uma experiência de aprendizagem multifocal, que implica o efetivo comprometimento por parte dos estudantes e professor nas atividades de estudos, pesquisa e produção autoral, sob pena de margear apenas divulgações panfletárias da ciência.
2. Em virtude do Movimento da Matemática da cinemática dos objetos, por ser uma Unidade Curricular, recomenda-se que, consensualmente, professor e estudantes façam adequações e/ou delimitações das habilidades, objetivos da unidade e objetos de conhecimento que julgarem pertinentes. Isso pode potencializar, estrategicamente, níveis de aprofundamento e investigação, desenvolvimento de competências socioemocionais, tomada de decisão e protagonismo dos estudantes no processo de construção do conhecimento. Supondo isso, por exemplo, é possível selecionar e sistematizar diferentes focos de abordagem a serem trabalhados à volta desta Unidade, tais como pesquisa, investigação, elaboração de gráficos e/ou banner, dentre outros.
3. O item 1.9 desta Unidade menciona, a título de exemplificação, uma hipotética “parceria” - no caso, desejável - com Universidade Estadual, Federal ou Instituto Federal que possuem Grupo de Pesquisa ou projetos que tratam do assunto. Esse exemplo hipotético reforça a orientação no sentido de que a escola efetive parcerias institucionais e vínculos acadêmicos para auxiliá-la em sua tarefa formativa. Em uma sociedade interconectada, as parcerias da escola com a sociedade civil e a participação em redes de pesquisa e inovação científico-culturais, programadas no contexto da educação, podem contribuir para inserir os estudantes no âmbito da comunidade científica e, a partir disso, subsidiá-los intelectualmente.
4. Havendo tempo hábil, sugere-se explorar conceitos de queda livre e de movimentos circulares, com ênfase na Matemática.

ÁREAS DO CONHECIMENTO

MATEMÁTICA E SUAS TECNOLOGIAS

A MATEMÁTICA DOS MEDICAMENTOS

A MATEMÁTICA DOS MEDICAMENTOS

APRESENTAÇÃO

O uso indiscriminado de medicamentos é considerado a principal causa de intoxicação de pessoas no Brasil, segundo o Sistema Nacional de Informações Tóxico-Farmacológicas da Fundação Oswaldo Cruz. Essa realidade ocorre, muitas vezes, em decorrência da automedicação ou influenciada pela indicação de pessoas não habilitadas, ou seja, sem avaliação e descrição de um profissional da área. O uso inadequado de medicamentos pode causar uma série de problemas para o usuário, como reações alérgicas, dependência e até mesmo a morte. Por isso, é importante a conscientização do uso responsável das medicações. Até mesmo medicamentos de venda livre, que são considerados de baixo risco, têm seus cuidados a serem tomados. Um instrumento bastante importante que deve estar em toda embalagem de medicamentos é a bula. Nela, são fornecidas muitas informações úteis para a utilização e armazenamento do produto, porém, poucas pessoas fazem a leitura desse instrumento. Embora não seja um tema muito desenvolvido nas escolas, a conscientização do uso de medicações é um assunto que precisa ser tratado. Além disso, é interessante o estudo da conexão da matemática com atividades que são realizadas no cotidiano.

Essa Unidade Curricular propõe, por meio de resolução de problemas e coleta de dados, incentivar a leitura das informações dos medicamentos que os estudantes utilizam, bem como a conscientização do seu uso responsável. Para este estudo, são utilizados objetos de conhecimento da área de Matemática e suas Tecnologias e da área de Ciências da Natureza e suas Tecnologias.

É fortemente recomendado que ao final da Unidade Curricular o(a) professor(a) e estudante analisem os aprendizados adquiridos e os apresentem para outras pessoas envolvidas na comunidade escolar.

COMPETÊNCIAS

1. Utilizar estratégias, conceitos e procedimentos matemáticos para interpretar situações em diversos contextos, sejam atividades cotidianas, sejam fatos das ciências da Natureza e Humanas, das questões socioeconômicas ou tecnológicas, divulgados por diferentes meios, de modo a contribuir para uma formação geral.
3. Utilizar estratégias, conceitos, definições e procedimentos matemáticos para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente.
5. Investigar e estabelecer conjecturas a respeito de diferentes conceitos e propriedades matemáticas, empregando recursos e estratégias como observação de padrões, experimentações e tecnologias digitais, identificando a necessidade, ou não, de uma demonstração cada vez mais formal na validação das referidas conjecturas

CARGA HORÁRIA



Semestral - semanal (02 aulas)
carga horária total (40 aulas)

EIXOS ESTRUTURANTES RELACIONADOS



- Investigação Científica
- Mediação e Intervenção Sociocultural

COMPONENTES CURRICULARES E CONHECIMENTOS GERAIS ARTICULADOS



- Matemática: utilização de unidades de medida e suas conversões em situações cotidianas, mais especificamente relacionada à dosagem de medicamentos.
- Química: análise de informações e estrutura química de medicamentos, a partir da representação da estrutura química e funções das moléculas orgânicas.

PERFIL DOCENTE



- Possuir formação em Matemática e/ou Química, ou áreas correlatas.
- Ter desenvolvido e/ou disposição para desenvolver atividades de pesquisa e estudos no campo de conhecimento correspondente à Unidade Curricular, tornando-a mais contextualizada e integrada aos outros componentes.
- Desenvolver e/ou disposição para desenvolver habilidades em metodologias de aprendizagens e tecnologias, que estabeleçam a dinâmica do trabalho em grupo, do incentivo à pesquisa, à autonomia e ao protagonismo relacionados às competências socioemocionais dos estudantes.

OBJETIVOS

- Compreender os processos de análise e tratamento de dados.
- Desenvolver o pensamento matemático criativo e reflexivo dos estudantes.
- Relacionar a presença de conceitos matemáticos em ações cotidianas.
- Conscientizar para o uso responsável de medicações.

RELAÇÃO COM OUTRA(S) UNIDADE(S)

- Química Medicinal para o século XXI

RECURSOS

- 
- Dispositivos eletrônicos com acesso à Internet e à edição de texto, lousa digital e datashow.
 - Balança com boa precisão (pode ser utilizada uma balança de cozinha).
 - Calculadoras, planilhas eletrônicas ou outras ferramentas que simplifiquem os cálculos de proporções, produção de relações, gráficos e planilhas.

ORGANIZADOR CURRICULAR

EIXO ESTRUTURANTE: INVESTIGAÇÃO CIENTÍFICA

HABILIDADES

Habilidade dos Itinerários Formativos Associada às Competências Gerais da BNCC:

(MS.EMIFCG01) Identificar, selecionar, processar e analisar dados, fatos e evidências com curiosidade, atenção, criticidade e ética, inclusive utilizando o apoio de tecnologias digitais.

Habilidades Específicas dos Itinerários Formativos Associadas ao Eixo Estruturante:

(MS.EMIFMAT01) Investigar e analisar situações-problemas identificando e selecionando conhecimentos matemáticos relevantes para uma dada situação, elaborando modelos para sua representação.

Habilidades da BNCC:

(MS.EM13MAT103) Interpretar e compreender textos científicos ou divulgados pelas mídias, que empregam unidades de medida de diferentes grandezas e as conversões possíveis entre elas, adotadas ou não pelo Sistema Internacional (SI), como as de armazenamento e velocidade de transferência de dados, ligadas aos avanços tecnológicos.

(MS.EM13MAT314) Resolver e elaborar problemas que envolvem grandezas determinadas pela razão ou pelo produto de outras (velocidade, densidade demográfica, energia elétrica etc.).

EIXO ESTRUTURANTE: MEDIAÇÃO E INTERVENÇÃO SOCIOCULTURAL

HABILIDADES

Habilidade dos Itinerários Formativos Associada às Competências Gerais da BNCC:

(MS.EMIFCG07) Reconhecer e analisar questões sociais, culturais e ambientais diversas, identificando e incorporando valores importantes para si e para o coletivo que assegurem a tomada de decisões conscientes, consequentes, colaborativas e responsáveis.

Habilidades Específicas dos Itinerários Formativos Associadas ao Eixo Estruturante:

(MS.EMIFMAT07) Identificar e explicar questões socioculturais e ambientais aplicando conhecimentos e habilidades matemáticas para avaliar e tomar decisões em relação ao que foi observado.

Habilidades da BNCC:

(MS.EM13MAT406) Construir e interpretar tabelas e gráficos de frequências com base em dados obtidos em pesquisas por amostras estatísticas, incluindo ou não o uso de softwares que inter-relacionem estatística, geometria e álgebra.

(MS.EM13MAT202) Planejar e executar pesquisa amostral sobre questões relevantes, usando dados coletados diretamente ou em diferentes fontes, e comunicar os resultados por meio de relatório contendo gráficos e interpretação das medidas de tendência central e das medidas de dispersão (amplitude e desvio padrão), utilizando ou não recursos tecnológicos.

OBJETOS DE CONHECI- MENTO

Matemática e suas Tecnologias:

- Unidades de medidas: definição, criação e conversão.
- Grandezas diretamente ou inversamente proporcionais.
- Observação e organização de dados.
- Produção e análise de gráficos a partir dos dados obtidos em pesquisa.
- Resolução de problemas matemáticos presentes em situações cotidianas.

Ciências da Natureza e suas Tecnologias:

- Estudo qualitativo das características físicas, químicas e toxicológicas dos compostos inorgânicos e orgânicos, com foco na classificação e identificação de risco à saúde.
- Análise de informações e estrutura química de medicamentos, a partir da representação da estrutura química e funções das moléculas orgânicas. Identificação dos efeitos das medicações.

**SUGESTÕES
DIDÁTICAS****Etapa 1 – Introdução**

Objetiva-se com esta etapa a construção dos conceitos que serão trabalhados ao decorrer da Unidade Curricular.

- a) Discutir onde os estudantes imaginam que esteja a matemática dentro da indústria farmacêutica. Espera-se que cheguem em inúmeras respostas.
- b) Orientar que o foco desta unidade diz respeito a algo muito presente no cotidiano: as bulas de remédios.
- c) Questionar sobre o entendimento dos rótulos e das bulas dos medicamentos.

Etapa 2 – Exploração

Nessa etapa o foco é reconhecer os números presentes em rótulos e bulas de medicamento

- a) Solicitar que os estudantes tragam de suas casas exemplos de medicamentos que mais usam, seja em gotas ou comprimidos, e com suas respectivas bulas.
- b) Identificar no rótulo do medicamento quais são as informações importantes para comprá-lo:
 - i. Qual o componente principal do medicamento?
 - ii. Qual a massa do comprimido (nem sempre é possível avaliar, pois a massa que geralmente está escrita é de princípio ativo)?
 - iii. Há limite de idade para seu uso?
 - iv. Quantos comprimidos ou volume contêm em uma embalagem?
- c) Identificar o que os estudantes entendem sobre as informações encontradas, em especial às relacionadas à matemática:
 - i. A massa que vem escrita no rótulo é referente a quê? Para demonstrar, pode-se pesar um comprimido e demonstrar que a massa escrita no rótulo é bastante inferior à massa total.
 - ii. Quando o medicamento é líquido, geralmente em seu rótulo contêm o volume total e a concentração do princípio ativo. Qual a diferença desses valores para os do comprimido?
 - iii. Se a massa total de medicamentos não é o princípio ativo que está escrito no rótulo, o que mais tem em um medicamento?
 - iv. Unidades de medidas são importantes? Quais foram as unidades de medidas que foram encontradas no rótulo?
- d) Identificar na bula quais informações serão trabalhadas durante a unidade.
 - i. Quais são os excipientes?
 - ii. Qual a posologia indicada?
 - iii. Qual a probabilidade dos efeitos colaterais?

Etapa 3 – Pesquisa

O objetivo desta etapa é que os estudantes pesquisem os termos desconhecidos ou aprofundem naqueles que já conhecem.

- a) Identificar no rótulo e bula conceitos desconhecidos:
 - i. O que é excipiente?
 - ii. Qual a fórmula química dos medicamentos?
 - iii. O que é posologia?
 - iv. Como são feitos os estudos de efeitos colaterais? O que significam as porcentagens que aparecem?

Etapa 4 – Trabalhando com problemas.

Tem-se como objetivo desta etapa que os estudantes reconheçam em situações cotidianas os conhecimentos adquiridos.

- a) Distribuir, entre grupos de estudantes, problemas matemáticos que envolvam os conhecimentos adquiridos até essa etapa e são relacionados à matemática. São exemplos de problemas que podem ser trabalhos:

I. Problema 1: Augusto estava com diarreia e por isso foi à farmácia para comprar um medicamento para aliviar seus sintomas. Ele solicitou ao atendente o medicamento A que tinha as seguintes especificações: 100 mg de *Saccharomyces boulardii* CNCM I-745 (100 mg de liofilizado contém no mínimo $0,5 \times 10^9$ células de *Saccharomyces boulardii* CNCM I-745). O medicamento A custava R\$ 49,00 e vinha com 12 cápsulas. O atendente falou com Augusto que ele poderia levar um medicamento B que era igual ao medicamento A, porém seu preço era menor. O medicamento B custava R\$ 15,00, vinha com 12 cápsulas e tinha as seguintes especificações no rótulo: cada cápsula contém 200 milhões de *Lactobacillus acidophilus*. (i.i) Os medicamentos são realmente iguais? (i.ii) A quantidade de princípio ativo dos medicamentos é igual? (i.iii) Qual medicamento tem maior custo e benefício para Augusto?

i.i Não. O medicamento A tem como princípio ativo a *Saccharomyces boulardii* e o medicamento B tem a *Lactobacillus acidophilus*, portanto, são medicamentos diferentes.

i.ii No medicamento A tem $0,5 \times 10^9 = 5 \times 10^8$ células, já no medicamento B tem 200 milhões = 2×10^8 células. Portanto, mesmo que fosse o mesmo princípio ativo, o medicamento A tem 3×10^8 células a mais que o medicamento B em cada cápsula.

i.iii Uma vez que os medicamentos têm princípios ativos diferentes não é possível compará-los em relação ao preço e à quantidade.

II. Problema 2: O médico de Pedro recomendou que ele tomasse um comprimido de 1g de dipirona quando estiver com dor de cabeça. Porém, Pedro estava na casa de Carlos quando ficou com dor de cabeça, lá havia apenas dipirona em gotas. Quantas gotas de dipirona Pedro deverá tomar para ser equivalente ao comprimido?

ii.i A dipirona gotas tem concentração igual a 500mg/mL. Para tomar 1g de dipirona, Pedro deve tomar o equivalente a 2 mL de dipirona em gotas. Como 20 gotas equivalem a 1 mL, Pedro deverá tomar 40 gotas de dipirona.

III. Problema 3: Juliana estava com dor de cabeça e por esse motivo resolveu tomar um remédio. Na sua casa há um frasco de dipirona em gotas. Juliana tem 23 anos e pesa cerca de 60 kg. Para que sua dor passasse, ela decidiu tomar 15 gotas de dipirona. (iii.i) Qual a concentração da dipirona em gotas? (iii.ii) Quanto, em mg, Juliana tomou de dipirona? (iii.iii) Juliana tomou a dosagem adequada?

iii.i 500 mg/mL.

iii.ii 1 mL equivale a 20 gotas. Como Juliana tomou 15 gotas, ela ingeriu 0,75mL de dipirona que é equivalente a 375 mg.

iii.iii Não, a dosagem adequada para adolescentes e adultos acima de 15 anos é de 20 a 40 gotas. Ou seja, Juliana tomou uma dosagem inferior à recomendada na bula.

IV. Problema 4: Vanessa estava com cólicas menstruais. Como sua dor não passava, resolveu pegar um medicamento na bolsa de remédios da sua mãe. Havia vários medicamentos, então Vanessa decidiu tomar um comprimido de loratadina 10 mg. Sabendo que Vanessa tem 17 anos e 72 kg: (iv.i) Qual a dosagem de loratadina ela tomou? (iv.ii) A dosagem está adequada para sua idade? (iv.iii) O uso do medicamento foi feito conforme orientações da bula?

iv.i 10 mg

iv.ii Segundo a bula, adultos e crianças acima de 12 anos ou peso corporal acima de 30 kg devem utilizar no máximo um comprimido (10 mg) por dia. Portanto, a dosagem é adequada para Vanessa.

iv.iii Embora a dosagem tenha sido adequada para o peso e idade de Vanessa, a loratadina não é indicada para cólicas menstruais, portanto, seu uso foi realizado de maneira incorreta.

- b) Orientar os grupos para a leitura e resolução dos problemas.
- c) Orientar os grupos para apresentar os problemas, definindo alguns pré-requisitos. São exemplos de pré-requisitos:
 - i. Tempo de apresentação
 - ii. Dinâmica de interação com a turma
 - iii. Demonstração através de gráficos ou fluxogramas
 - iv. Explicação da estratégia escolhida pelo grupo
- d) Realizar as apresentações dos problemas.
- e) Ao finalizar as apresentações, questionar se os estudantes vivenciaram situações parecidas com as descritas nos problemas e solicitar que eles falem quais atitudes tomaram.

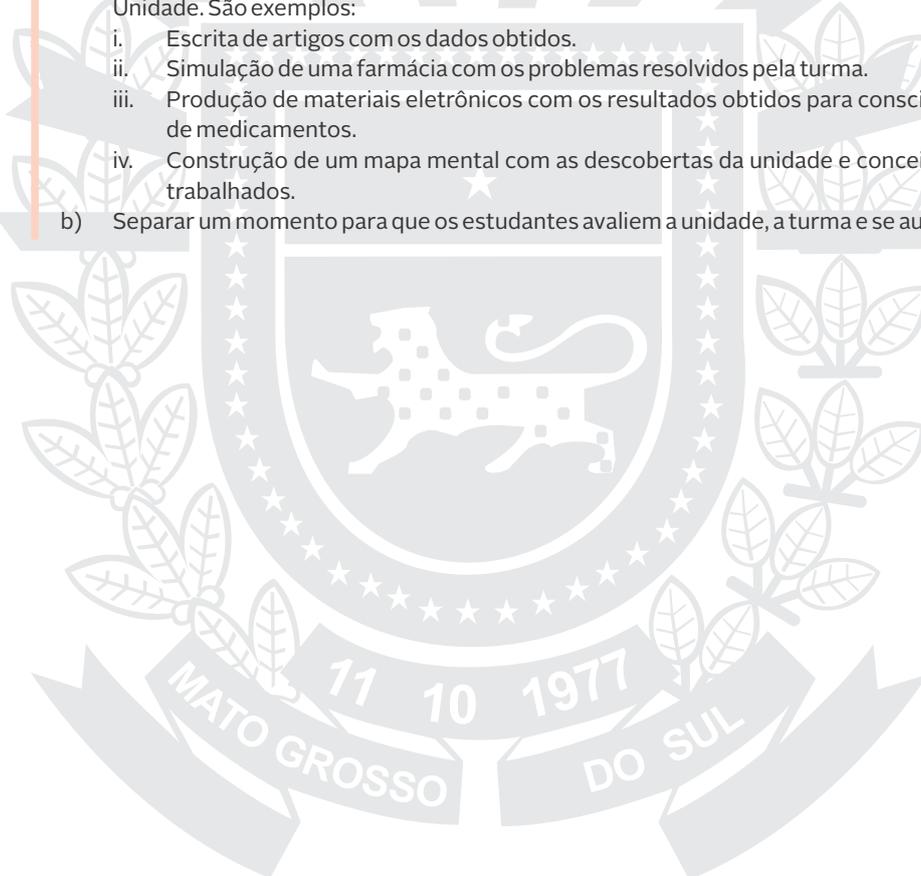
Etapa 5 – Integrando o conhecimento à realidade.

- a) O foco desta etapa é que os estudantes possam reconhecer as situações de dosagem e medicação inadequadas entre eles e/ou em sua comunidade.
Separar a turma para trabalhar com diferentes tipos de medicamentos. São exemplos muito comuns de automedicação:
 - i. Dipirona líquida
 - ii. Dipirona em comprimido
 - iii. Paracetamol
 - iv. Loratadina xarope
 - v. Loratadina comprimido
- b) Realizar com a turma um questionário padrão que será utilizado por todos os grupos. São exemplos de perguntas que podem ser trabalhadas:
 - i. Informações gerais como: sexo e idade.
 - ii. Como você conheceu o medicamento X?
 - Televisão
 - Rádio
 - Médico
 - Familiar
 - Amigo
 - iii. Com qual frequência você utiliza o medicamento X por conta própria?
 - iv. Quando você faz uso desse medicamento, qual a dosagem que usa?
 - v. Você já leu a bula desse medicamento?
- c) Cada grupo pode realizar a pesquisa dentro da própria turma (ou dentro da sua comunidade, se for possível) e coletar os dados.
- d) Tratar os dados através de planilhas eletrônicas.
- e) Analisar os dados obtidos:
 - i. Qual é o percentual de pessoas que tomam remédios fora da quantidade adequada, correndo risco de intoxicação ou de ineficiência?
 - ii. A dosagem geralmente é mais difícil de ser feita em medicamentos por comprimidos ou por líquidos? Quais são as causas prováveis para essa conclusão?
 - iii. Como as pessoas conhecem os medicamentos? É através de um profissional adequado?
 - iv. Qual é o percentual de pessoas que leem as bulas? Qual a importância disso?
 - v. Qual a importância de um profissional adequado fazer a indicação de um medicamento e sua posologia?

Etapa 6 – Fechamento.

O propósito dessa etapa é que a turma realize a concretização das pesquisas realizadas e a sua aplicação.

- a) Propor que a turma escolha maneiras de realizar a apresentação dos aprendizados dessa Unidade. São exemplos:
 - i. Escrita de artigos com os dados obtidos.
 - ii. Simulação de uma farmácia com os problemas resolvidos pela turma.
 - iii. Produção de materiais eletrônicos com os resultados obtidos para conscientização do uso de medicamentos.
 - iv. Construção de um mapa mental com as descobertas da unidade e conceitos matemáticos trabalhados.
- b) Separar um momento para que os estudantes avaliem a unidade, a turma e se autoavaliem.



MMS

FONTES E MATERIAL DE APOIO

FONTE PRINCIPAL

CARVALHO, Maria Rafaela da Silva. **Resolução de problemas matemáticos relacionados à dosagem de medicamentos no cotidiano**. Anais V CONEDU... Campina Grande: Realize Editora, 2018. Disponível em: <<https://editorarealize.com.br/artigo/visualizar/48954>>. Acesso em: 31 mar 2021.

SILVA, Gerrivaldo Torres da Silva. **As bulas de medicamentos como contexto para o ensino de regra de três simples**. Parintins/AM, 2019. Disponível em: <<http://repositorioinstitucional.uea.edu.br//handle/riuea/3078>>. Acesso em: 31 mar 2021.

MATERIAL DE APOIO

BRASIL. Ministério da Educação. **A pesquisa científica em sala de aula como prática de aprendizagem, inovação e transformação social**. Disponível em: <http://www.basenacionalcomum.mec.gov.br/implementacao/praticas/caderno-de-praticas/ensino-medio/118-a-pesquisa-cientifica-em-sala-de-aula-como-pratica-de-aprendizagem-inovacao-e-transformacao-social> . Acesso em: 25 mar 2021

PAULA, Crístiane da S. et al. ANÁLISE CRÍTICA DE BULAS SOB A PERSPECTIVA DO USUÁRIO DE MEDICAMENTOS. **Visão Acadêmica**, [S.l.], v. 10, n. 2, dec. 2009. ISSN 1518-8361. Disponível em: <<https://revistas.ufpr.br/academica/article/view/21343/14070>>. Acesso em: 13 abr. 2021. <https://www.youtube.com/watch?app=desktop&v=b6EfqBNdk-c>. Acesso em: 10 de out. 2020.

ENTREGA/ AVALIAÇÃO

A avaliação é processual formativa e supõe o desenvolvimento de todas as etapas desta atividade de aprendizagem, de modo a contemplar os eixos estruturantes programados ao longo da Unidade Curricular. Assim, devem ser consideradas a participação e a entrega da coleta e análise dos dados da pesquisa e a resolução dos problemas.

Além da avaliação pelo professor, sugere-se que os colegas da turma também possam avaliar de forma colaborativa os materiais produzidos pela turma. Ao avaliar, o professor deve verificar se as produções:

- atendem ao tema delimitado;
- expressam de forma adequada as informações e a contextualização;
- apresentam conceitos e argumentos que sustentam a finalização;
- pautam informações pertinentes e diversificadas;
- têm caráter autoral, ou seja, que não sejam cópias (plágios).

MMS

OBSERVAÇÕES

A arquitetura desta Unidade Curricular envolve desafios pedagógicos integradores e interdisciplinares, perante os quais estudantes e professor precisam ter em conta, a princípio, os seguintes aspectos.

1. Esta Unidade Curricular trata-se da conscientização do uso de medicamentos, por isso é importante que o(a) professor(a) trabalhe com medicamentos que condizem com a realidade da turma.
2. Sugere-se a realização de uma pesquisa na Etapa 5 da Sugestão Didática, para isso, é importante definir respostas fixas para que os estudantes obtenham porcentagens para serem trabalhadas e comparadas. Respostas abertas dificultam o tratamento dos dados e possíveis conclusões.
3. Nesta unidade fala-se muito da automedicação, portanto, o professor deve lembrar sempre dos perigos da automedicação e da importância em consultar profissionais adequados, assim como desincentivar o uso de medicações sem prescrição médica.
4. Ao realizar o estudo das bulas, os estudantes podem perceber que alguns medicamentos não podem ser utilizados em conjunto. Nesse momento, é interessante que o(a) professor(a) demonstre a importância de uma pessoa relatar com detalhes ao seu médico quais medicamentos utiliza e sua real condição para evitar possíveis problemas. Pode-se levantar, também, a importância da leitura da bula pelo usuário.
5. Na atividade de resolução de problemas, o(a) professor(a) poderá usar o mesmo problema para grupos diferentes e analisar nas apresentações as diferentes maneiras matemáticas utilizadas para a resolução.



MATEMÁTICA E SUAS TECNOLOGIAS

SOFTWARE GEOGEBRA, UMA POSSIBILIDADE
DE APRENDIZAGENS MAIS CONCRETAS
DAS HABILIDADES MATEMÁTICAS

SOFTWARE GEOGEBRA, UMA POSSIBILIDADE DE APRENDIZAGENS MAIS CONCRETAS DAS HABILIDADES MATEMÁTICAS

APRESENTAÇÃO

Esta Unidade Curricular (UC) propõe viabilizar meios para aprofundar e ampliar os conhecimentos direcionados pela Formação Geral Básica na área de Matemática e suas Tecnologias. Para tal, sugere-se que o professor, ajustando os objetos de conhecimento a serem abordados de forma detalhada e aprofundada, em conjunto com a participação dos estudantes, possa desenvolver as aprendizagens referentes ao componente curricular Matemática. Os objetos de conhecimentos matemáticos voltados ao Ensino Médio, de modo geral, apresentam-se de forma abstrata, uns menos acentuados e outros mais, sendo que estes mais acentuados possuem caráter desafiador, pois trazem em sua natureza demandas cognitivas que exigem um certo grau de raciocínio do estudante, a depender do perfil individual no qual possa influenciar nesse grau, que proporciona absorção de aprendizagens mais amplas. O tempo disponibilizado para desenvolver as competências previstas a cada ano no EM, pode não ser suficiente para que os estudantes consigam assimilá-las, mas isso é relativo ao contexto local da escola. Assim, traçar estratégias pedagógicas vinculadas às perspectivas do uso de ferramentas tecnológicas, inseridas no mundo globalizado é uma ação necessária no contexto escolar. Nesse sentido, o GeoGebra é um software livre que pode ser utilizado em todos os níveis de ensino, possibilitando a construção do conhecimento, com ferramentas habituais da geometria (pontos, segmentos, retas, seções cônicas, coordenadas ...), equações, funções, dentre outras, podendo ser abordado na perspectiva dos três eixos temáticos: Números e Álgebra, Geometria e Medidas, Probabilidade e Estatística. O Geogebra (junção das palavras Geometria e Álgebra), desenvolvido por Markus Hohenwarter, da Universidade de Salzburg, foi criado para a educação matemática nas escolas a fim de que os estudantes compreendessem algumas concepções matemáticas de forma real, como é o caso da expressão algébrica que corresponde a um objeto concreto na geometria e vice-versa. Nas sugestões didáticas, segue um exemplo abordando função polinomial do primeiro e segundo graus, idealizações e percepções que podem ser ajustadas a outros objetos de conhecimentos conforme o plano pedagógico elaborado pelo professor.

CARGA HORÁRIA



Semestral - semanal (02 aulas)
carga horária total (40 aulas)

EIXOS ESTRUTURANTES RELACIONADOS



- Matemática: Geometria e Álgebra.
- Física, Química, Biologia e outras ciências que utilizam de linguagem e lógica matemática, para modelar aplicações de seus respectivos fenômenos e eventos.

COMPONENTES CURRICULARES E CONHECIMENTOS GERAIS ARTICULADOS



- Matemática: utilização de unidades de medida e suas conversões em situações cotidianas, mais especificamente relacionada à dosagem de medicamentos.
- Química: análise de informações e estrutura química de medicamentos, a partir da representação da estrutura química e funções das moléculas orgânicas.

PERFIL DOCENTE



- Possuir licenciatura em Matemática.
- Interesse em metodologias de aprendizagens e tecnologias, que estabeleçam a dinâmica do trabalho em grupo, do incentivo à pesquisa, à autonomia, ao protagonismo e ao desenvolvimento das competências socioemocionais dos estudantes.

COMPETÊNCIAS

1. Utilizar estratégias, conceitos e procedimentos matemáticos para interpretar situações em diversos contextos, sejam atividades cotidianas, sejam fatos das ciências da Natureza e Humanas, das questões socioeconômicas ou tecnológicas, divulgados por diferentes meios, de modo a contribuir para uma formação geral.
2. Utilizar estratégias, conceitos, definições e procedimentos matemáticos para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente.
3. Compreender e utilizar, com flexibilidade e precisão, diferentes registros de representação matemáticos (algébrico, geométrico, estatístico, computacional etc.), na busca de solução e comunicação de resultados de problemas de modo a favorecer a construção e o desenvolvimento do raciocínio matemático.
4. Investigar e estabelecer conjecturas a respeito de diferentes conceitos e propriedades matemáticas, empregando recursos e estratégias como observação de padrões, experimentações e tecnologias digitais, identificando a necessidade, ou não, de uma demonstração cada vez mais formal na validação das referidas conjecturas.

RECURSOS

- Dispositivos com acesso à internet e à edição de texto, lousa digital ou datashow.
- Software Geogebra.

OBJETIVOS

- Viabilizar aprendizagens mais aprofundadas, amplas e detalhadas do desenvolvimento das competências direcionadas à Formação Geral Básica na área de Matemática e suas Tecnologias, tendo como meio de ferramenta o uso tecnológico do Software Geogebra.

RELAÇÃO COM OUTRA(S) UNIDADE(S)

- Geometria com régua e compasso
- Geometria Analítica - vetores numa perspectiva da aplicação
- Criptografia e Transformações Geométricas por meio de Matrizes

ORGANIZADOR CURRICULAR

EIXO ESTRUTURANTE: INVESTIGAÇÃO CIENTÍFICA

HABILIDADES

Habilidade dos Itinerários Formativos Associada às Competências Gerais da BNCC:

(MS.EMIFCG01) Identificar, selecionar, processar e analisar dados, fatos e evidências com curiosidade, atenção, criticidade e ética, inclusive utilizando o apoio de tecnologias digitais.

(MS.EMIFCG03). Utilizar informações, conhecimentos e ideias resultantes de investigações científicas para criar ou propor soluções para problemas diversos.

Habilidades Específicas dos Itinerários Formativos Associadas ao Eixo Estruturante:

(MS.EMIFMAT01) Investigar e analisar situações-problemas identificando e selecionando conhecimentos matemáticos relevantes para uma dada situação, elaborando modelos para sua representação.

(MS.EMIFMAT02) Levantar e testar hipóteses sobre variáveis que interferem na explicação ou resolução de uma situação-problema elaborando modelos com a linguagem matemática para analisá-la e avaliar sua adequação em termos de possíveis limitações, eficiência e possibilidades de generalização.

(MS.EMIFMAT03) Selecionar e sistematizar, com base em estudos e/ou pesquisas (bibliográfica, exploratória, de campo, experimental etc.) em fontes confiáveis, informações sobre a contribuição da Matemática na explicação de fenômenos de natureza científica, social, profissional, cultural, de processos tecnológicos, identificando os diversos pontos de vista e posicionando-se mediante argumentação, com o cuidado de citar as fontes dos recursos utilizados na pesquisa e buscando apresentar conclusões com o uso de diferentes mídias.

EIXO ESTRUTURANTE: PROCESSOS CRIATIVOS

HABILIDADES

Habilidade dos Itinerários Formativos Associada às Competências Gerais da BNCC:

(MS.EMIFCG06) Difundir novas ideias, propostas, obras ou soluções por meio de diferentes linguagens, mídias e plataformas, analógicas e digitais, com confiança e coragem, assegurando que alcancem os interlocutores pretendidos.

(MS.EMIFMAT04) Reconhecer produtos e/ou processos criativos por meio de fruição, vivências e reflexão crítica na produção do conhecimento matemático e sua aplicação no desenvolvimento de processos tecnológicos diversos.

Habilidades Específicas dos Itinerários Formativos Associadas ao Eixo Estruturante:

(MS.EMIFMAT04) Reconhecer produtos e/ou processos criativos por meio de fruição, vivências e reflexão crítica na produção do conhecimento matemático e sua aplicação no desenvolvimento de processos tecnológicos diversos.

(MS.EMIFMAT05) Selecionar e mobilizar intencionalmente recursos criativos relacionados à Matemática para resolver problemas de natureza diversa, incluindo aqueles que permitam a produção de novos conhecimentos matemáticos, comunicando com precisão suas ações e reflexões relacionadas a constatações, interpretações e argumentos, bem como adequando-os às situações originais.

OBJETOS DE CONHECI- MENTO

Os objetos de conhecimento relacionados a esta Unidade podem ser articulados a outros componentes curriculares como a Física, a Química e a Biologia a fim de aprofundar e ampliar dos pressupostos estabelecidos no Currículo de Referência do Mato Grosso do Sul para a etapa do Ensino Médio na área de Matemática e suas Tecnologias. Minimamente, propõe-se os seguintes objetos de conhecimento:

Funções de uma variável.

Tópicos de Geometria Analítica.

SUGESTÕES DIDÁTICAS

As sugestões didáticas para esta Unidade levam em conta a natureza do Software GeoGebra como ferramenta de aprendizagem a ter como foco o desenvolvimento das habilidades elencadas anteriormente, para o estudante atingir as competências previstas no ponto 1.3. Neste sentido, o papel do professor como mediador é de grande valia para se alcançar tais objetivos, assim, a busca ativa do professor, juntamente com a busca ativa dos estudantes, é um possível caminho a ser percorrido, porque para dispor da utilidade do Geogebra com maior aproveitamento, será necessário recorrer as diversas estratégias de cunho autodidático, conforme a realidade local escolar. É possível acessar diversos aplicativos matemáticos de gráficos, geometria 3D, dentre outros materiais didáticos, no link <https://www.geogebra.org/?lang=pt>. As informações contidas no site podem auxiliar com várias sugestões didáticas de autonomia para a mediação em sala de aula, sendo essas práticas oportunas para aprofundar e ampliar os conhecimentos da área de Matemática e suas Tecnologias, estabelecidos na BNCC e no Currículo de Referência do Mato Grosso do Sul. Essa organização é disposta a partir de três eixos temáticos: Números e Álgebra, Geometria e Medidas e, Probabilidade e Estatística, podendo o professor ajustar tal aprofundamento convergente com a necessidade dos estudantes, por meio do Software para propiciar estratégias que ocasionalmente, por uma série de fatores, não são possibilitadas no desenvolvimento das aprendizagens comum do componente curricular Matemática.

1) Como forma de exemplo para o referido aprofundamento, no tocante ao eixo temático de Números e Álgebra, é possível ser aplicado a Função polinomial do 1º grau e Função polinomial do 2º grau como uma oportunidade de mediação a aprendizagens que podem não ter sido compreendidas pelo estudante, principalmente, no que se refere à abstração dos conceitos matemáticos embutidos nesses dois tipos de função. Neste sentido, como sugestão, seguem alguns pontos a serem mediados:

a) o professor pode iniciar a Unidade com a apresentação aos estudantes do Software GeoGebra, usando um projetor na sala de tecnologia e exposição oral. No âmbito dos benefícios, a utilização dessa ferramenta está na melhor compreensão de entidades abstratas no desenvolvimento matemático elementar;

b) lembrar conceitos do Plano Cartesiano utilizando o quadro, slides e a solução dos exercícios no caderno com lápis e régua;

c) usar o Geogebra para localizar pontos no Plano Cartesiano e representação gráfica do Produto Cartesiano;

d) usar o Geogebra para representar a relação entre dois conjuntos, usando o eixo x como os elementos de um conjunto e o eixo y como os elementos de outro conjunto;

e) utilizar exemplos de funções do dia a dia como apresentadas no componente curricular Física e situações de Matemática Financeira, tal qual outras situações relacionadas à realidade do estudante;

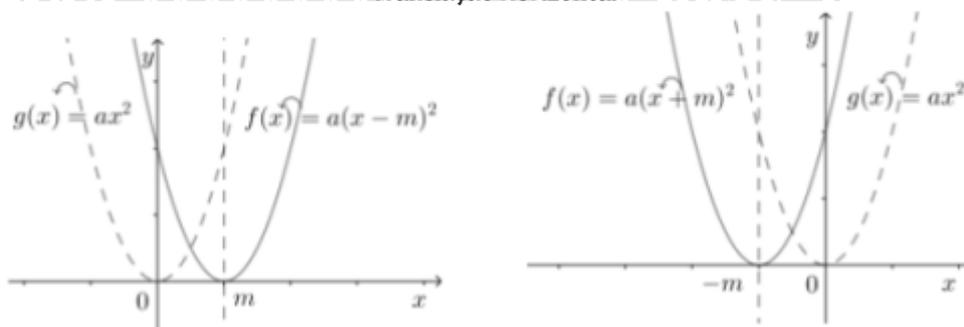
f) observar a dependência ou não de uma grandeza com relação à lei de formação da função, para diferenciar as grandezas dependentes e independentes nos quais são a Imagem e o Domínio da função respectivamente;

g) investigar características da Função polinomial do 1º grau $y=ax+b$ tais como a observação da variação dos coeficientes a, b e o comportamento do gráfico, variando esses valores, associando os gráficos de funções crescentes ao valor positivo de a e decrescente ao valor negativo de a e constante quando $a=0$, e a intersecção do gráfico da função com o eixo y determinando o valor do coeficiente b. Para dar continuidade a investigação, explorar a representatividade gráfica da raiz de uma Função polinomial do 1º grau e como obter a lei de formação dessa função, conhecendo a sua raiz e ponto de intersecção da reta com o eixo y;

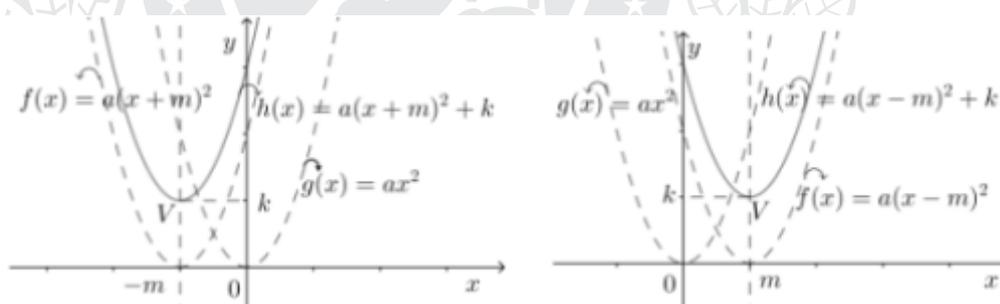
h) executar a mesma investigação anterior para a Função polinomial do 2º grau $y=ax^2+bx+c$, mostrando o que representa cada coeficiente da representação gráfica no Geogebra. Para facilitar a visualização, é conveniente utilizar uma parábola geral inserindo controles deslizantes para os coeficientes a, b e c , variando de -10 a 10 e incremento de 1 , em consonância investigar o vértice da parábola no contexto de máximos e mínimos da função;

i) para uma investigação mais ampla, o professor pode mediar aspectos específicos da função polinomial do segundo grau referentes a forma canônica $y=a(x-m)^2+k$, a qual possibilita o estudante vislumbrar particularidades dessa função como o vértice da parábola escrito como: $V=(m,k)$, o eixo de simetria da parábola, e translações horizontais e verticais. Como segue:

Translação Horizontal



Translação Vertical



2) Para aprofundamento ou ampliação no eixo temático Geometria e Medidas, tópicos de Geometria Analítica são objetos de conhecimento vantajosos para serem explorados por suas riquezas de conceitos envolvidos em torno do assunto ligado às ferramentas dispostas pelo Software, o que possibilita meios intuitivos ao estudante para incentivá-lo na busca ativa de conhecimento:

a) o conceito de ponto, ponto médio de um segmento de reta e a distância entre um ponto e uma reta, podem ser desenvolvidos em três construções. Na primeira, poderá abranger o conceito e característica do ponto médio de um segmento no plano cartesiano. Na segunda construção, motivar o estudante a investigar o lugar geométrico de um determinado objeto construído. Na terceira construção, é oportuno direcionar o estudante para analisar a relação entre o perpendicularismo e a distância entre um ponto e uma reta;

b) para distância entre dois pontos e baricentro de um triângulo qualquer, pode-se desenvolver duas atividades em forma de construção: a primeira, tratando da distância entre dois pontos no plano e a fórmula para calcular tal distância e, na segunda, estudar a construção do baricentro de um triângulo no plano cartesiano;

c) em posição relativa entre retas (construção de retas paralelas e de retas perpendiculares), são indicadas duas construções: na primeira, trabalhar a relação entre a inclinação e a posição de uma reta e sua equação reduzida, junto com a relação entre os coeficientes angulares de duas retas paralelas. Na segunda, trabalhar a relação entre os coeficientes angulares de duas retas perpendiculares;

d) no âmbito de circunferências e posição relativa entre reta e circunferência, três construções: a primeira pode tratar das características de uma circunferência, a segunda e a terceira das posições relativas entre uma circunferência e uma reta. É intencional os passos serem menos detalhados para que o estudante possa pôr em prática suas habilidades com o software GeoGebra adquiridas com o desenvolvimento das atividades anteriores.

FONTES E MATERIAL DE APOIO

FONTE PRINCIPAL

BRASIL. Presidência da República. **Lei nº 13.415, de 16 de fevereiro de 2017**. Altera a Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB), implementando as mudanças previstas para o Novo Ensino Médio. Disponível em: http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_Ato2015-2018/2017/Lei/L13415.htm. Acesso em: 08 dez. 2020.

BRASIL. Ministério da Educação/Conselho Nacional de Educação/Câmara de Educação Básica. **Resolução CEB/CNE nº 3, de 21 de novembro de 2018**. Atualiza as Diretrizes Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (DCNEM). Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/reso398.pdf>. Acesso em: 08 dez. 2020.

BRASIL. Ministério da Educação/Conselho Nacional de Educação/Secretaria Executiva. **Resolução nº 4, de 17 de dezembro de 2018**. Institui a Base Nacional Comum Curricular na Etapa do Ensino Médio (BNCC-EM). Disponível em: http://portal.mec.gov.br/index.php?option=com_docman&view=download&alias=104101-rcp004-18&category_slug=dezembro-2018-pdf&Itemid=30192. Acesso em: 08 dez. 2020.

BRASIL. **Ministério da Educação. Portaria nº 1.432, de 28 de dezembro de 2018**. Estabelece os referenciais para elaboração dos itinerários formativos. Disponível em: <http://novoensinomedio.mec.gov.br/#!/marco-legal>. Acesso em: 08 dez. 2020.

BRASIL. Ministério da Educação. **Planejando a próxima década**: conhecendo as 20 metas do Plano Nacional de Educação. Disponível em: <http://novoensinomedio.mec.gov.br/#!/marco-legal>. Acesso em: 08 dez. 2020.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**: educação é a base. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/>. Acesso em: 17 jul. 2020.

BRASIL. Ministério da Educação. **Secretaria de Educação Fundamental**. Parâmetros curriculares nacionais: Matemática. Brasília: MEC/SEF, 1998.

BORBA, M. C. GPIMEM e UNESP. **pesquisa, extensão e ensino em informática e Educação Matemática**. In: PENTEADO, M.; BORBA, M. C (Orgs.); SILVA, H.;

BORBA, M. C.; PENTEADO, M. G. Informática e Educação Matemática. 3.ed. 2ª.reimp. 2007. Belo Horizonte: Autêntica, 2001. (Coleção Tendências em Educação Matemática, 2).

MATERIAL DE APOIO

MOLON, Jaqueline. Cálculo no Ensino Médio: Uma abordagem possível e necessária com auxílio do Software GeoGebra. **Ciência e Natura**, Santa Maria, 2015. Disponível em: <<https://periodicos.ufsm.br/cienciaenatura/article/viewFile/14523/pdf#:~:text=Entre%20os%2014%20estudantes%20que,em%20que%20o%20valor%20do>>. Acesso em: 03, novembro 2020.

BRAVIANO, G., RODRIGUES, M. H. W. L. **Geometria Dinâmica: Uma nova geometria? RPM - Revista do Professor de Matemática**. São Paulo: SBM (Sociedade Brasileira de Matemática). n.49, p.22-26, 2º quadrimestre de 2002.

FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. **Investigação em Educação Matemática: percursos teóricos e metodológicos**. Campinas: Autores Assomciados, 2006.

GEOGEBRA. Manual do Usuário. <<https://www.geogebra.org/>>

GIRAFFA, L. M. M. **Uma odisséia no ciberespaço: o software educacional dos tutoriais aos mundos virtuais**. Revista Brasileira de Informática na Educação, v. 2, p. 40, 2008.

Araújo, L. C. L. - GeoGebra, um bom software livre. **Revista do Professor de Matemática. SP: Sociedade Brasileira de Matemática** - SBM, n. 67, p. 43-47, 2008.

Santos, C. H. dos - **GeoGebra Aplicações ao Ensino de Matemática**, Universidade Federal do Paraná-UFPR, 2009.

OLIVEIRA, F. D.M. O **Software Geogebra como Ferramenta para o Ensino da Geometria Analítica**. 2014. 64 f. Dissertação (Mestrado em Matemática) - Programa de Pós Graduação em Matemática, Universidade Rural do Semi-Árido, Mossoró, 2014.

CATANEO, V, I. O **Uso do Software Geogebra como Ferramenta que Pode Facilitar o Processo Ensino Aprendizagem da Matemática no Ensino Fundamental Séries Finais**

Wikipédia, a enciclopédia livre, <https://pt.wikipedia.org/wiki/GeoGebra>, visitado no dia 18 de março de 2016.

ENTREGA/ AVALIAÇÃO

A avaliação é processual e supõe o desenvolvimento de todas as etapas desta atividade de aprendizagem, de modo a contemplar os eixos estruturantes programados ao longo da Unidade Curricular. Assim, devem ser consideradas tanto as interações na roda de diálogo, pesquisa e produção escrita de ensaio, apresentação em banner impresso ou digital, ou outro material que possa produzir e/ou construir. Socialização da pesquisa e produção escrita do ensaio e materiais concretos construídos.

OBSERVAÇÕES

- Destaca-se que no ponto 2.3 o professor poderá encontrar instruções para manuseamento específicos como a instalação do programa, no material de apoio: GeoGebra Aplicações ao Ensino de Matemática como referenciado anteriormente em 2.2, a partir da página 9.
- O professor poderá encontrar, como auxílio, atividades desenvolvidas detalhadamente dos quatro tópicos para Geometria Analítica sugeridas em 2.3 na referência “ O Software Geogebra como Ferramenta para o Ensino da Geometria Analítica” elencado no ponto 2.2.
- Para escolha desta Unidade a ser oferecida no estabelecimento de ensino, na consulta do catálogo, a escola deverá verificar se possui estrutura disponível, como sala de tecnologia, bem como o bom funcionamento dos computadores que atendam aos estudantes matriculados na Unidade no decorrer mínimo de um semestre.

ÁREAS DO CONHECIMENTO

MATEMÁTICA E SUAS TECNOLOGIAS

PARA ONDE VAI MEU IMPOSTO?

PARA ONDE VAI MEU IMPOSTO?

APRESENTAÇÃO

Todo cidadão conhece o conceito de imposto. Sabe-se que tudo que é comprado ou utilizado há um tributo sendo cobrado. Nesta Unidade Curricular, propõe-se o estudo aprofundado sobre os tipos de impostos.

Para isso, sugere-se, inicialmente, a investigação da origem dos tributos de maneira geral e, na sequência, a historicidade dos impostos no Brasil. Também será dado enfoque aos tipos de impostos da esfera Federal, Estadual e Municipal para, a partir disso, analisar as tributações recolhidas no estado em que vive e compará-las com as dos outros estados. Por fim, convém discutir a respeito da função social do imposto no retorno de serviços à sociedade. Como proposta final, poderá ser elaborada uma simulação administrativa, de um lado, criando um município fictício que usa os impostos para o serviço público e, por outro, uma loja que demonstre os valores dos produtos e os impostos incididos sobre eles.

Ao final desta Unidade Curricular, espera-se que o estudante perceba a matemática de forma aplicada em situações do cotidiano; desenvolva/aprimore senso crítico para analisar situações econômicas e seja capaz de discutir a respeito da função social dos tributos e sua execução.

COMPETÊNCIAS

1. Utilizar estratégias, conceitos e procedimentos matemáticos para interpretar situações em diversos contextos, sejam atividades cotidianas, sejam fatos das ciências da Natureza e Humanas, das questões socioeconômicas ou tecnológicas, divulgados por diferentes meios, de modo a contribuir para uma formação geral.
2. Propor ou participar de ações para investigar desafios do mundo contemporâneo e tomar decisões éticas e socialmente responsáveis, com base na análise de problemas sociais, como os voltados a situações de saúde, sustentabilidade, das implicações da tecnologia no mundo do trabalho, entre outros, mobilizando e articulando conceitos, procedimentos e linguagens próprios da Matemática.

CARGA HORÁRIA



Semestral - semanal (02 aulas)
carga horária total (40 aulas)

EIXOS ESTRUTURANTES RELACIONADOS



- Investigação Científica
- Mediação e Intervenção Sociocultural

COMPONENTES CURRICULARES E CONHECIMENTOS GERAIS ARTICULADOS



- Matemática e suas Tecnologias:
- Noções de Matemática Financeira na interpretação de situações econômicas
- Estudo da evolução histórica dos distribuições e a aplicação da matemática
- Utilização de conceitos de porcentagem na compreensão de impostos
- Comparação de dados econômicos reais
- Análises de índices econômicos e sociais

PERFIL DOCENTE



- Possuir formação em Matemática. Ter desenvolvido e/ou disposição para desenvolver atividades de pesquisa e estudos no campo de conhecimento correspondente à Unidade Curricular, tornando-a mais contextualizada e integrada aos outros componentes.
- Ter disposição para desenvolver habilidades com metodologias de aprendizagens e tecnologias, que estabeleçam a dinâmica do trabalho em grupo, do incentivo à pesquisa, da autonomia e do protagonismo relacionados às competências socioemocionais dos estudantes.

OBJETIVOS

- Proporcionar aos estudantes a percepção da matemática sendo aplicada em situações reais de seu cotidiano.
- Desenvolvimento de senso crítico para analisar situações econômicas.
- Discutir a respeito da função social dos tributos e sua execução.

RELAÇÃO COM OUTRA(S) UNIDADE(S)

- Educação Financeira: sonhos planejados, consumo consciente
- Investimentos Inteligentes
- Quanto vale um real?

RECURSOS

- 
- Dispositivos eletrônicos com acesso à Internet e à edição de texto, lousa digital e datashow.
 - Calculadoras, planilhas eletrônicas ou outras ferramentas que simplificam os cálculos de proporções, gráficos e planilhas.
 - Se possível, parceria com universidades e/ou Instituto Federal que possuem grupos de pesquisa ou projetos sobre o assunto em uma abordagem multidisciplinar.



MS

ORGANIZADOR CURRICULAR

EIXO ESTRUTURANTE: INVESTIGAÇÃO CIENTÍFICA

HABILIDADES

Habilidade dos Itinerários Formativos Associada às Competências Gerais da BNCC:

(MS.EMIFCGo1) Identificar, selecionar, processar e analisar dados, fatos e evidências com curiosidade, atenção, criticidade e ética, inclusive utilizando o apoio de tecnologias digitais.

(MS.EMIFCGo2) Posicionar-se com base em critérios científicos, éticos e estéticos, utilizando dados, fatos e evidências para respaldar conclusões, opiniões e argumentos, por meio de afirmações claras, ordenadas, coerentes e compreensíveis, sempre respeitando valores universais, como liberdade, democracia, justiça social, pluralidade, solidariedade e sustentabilidade.

Habilidades Específicas dos Itinerários Formativos Associadas ao Eixo Estruturante:

(MS.EMIFMATo3) Selecionar e sistematizar, com base em estudos e/ou pesquisas (bibliográfica, exploratória, de campo, experimental etc.) em fontes confiáveis, informações sobre a contribuição da Matemática na explicação de fenômenos de natureza científica, social, profissional, cultural, de processos tecnológicos, identificando os diversos pontos de vista e posicionando-se mediante argumentação, com o cuidado de citar as fontes dos recursos utilizados na pesquisa e buscando apresentar conclusões com o uso de diferentes mídias.

Habilidades da BNCC:

(MS.EM13MAT4o5) Reconhecer funções definidas por uma ou mais sentenças (como a tabela do Imposto de Renda, contas de luz, água, gás etc.), em suas representações algébrica e gráfica, convertendo essas representações de uma para outra e identificando domínios de validade, imagem, crescimento e decrescimento.

EIXO ESTRUTURANTE: MEDIAÇÃO E INTERVENÇÃO SOCIOCULTURAL

HABILIDADES

Habilidade dos Itinerários Formativos Associada às Competências Gerais da BNCC:

(MS.EMIFCGo7) Reconhecer e analisar questões sociais, culturais e ambientais diversas, identificando e incorporando valores importantes para si e para o coletivo que assegurem a tomada de decisões conscientes, consequentes, colaborativas e responsáveis.

Habilidades Específicas dos Itinerários Formativos Associadas ao Eixo Estruturante:

(MS.EMIFMATo7) Identificar e explicar questões socioculturais e ambientais aplicando conhecimentos e habilidades matemáticas para avaliar e tomar decisões em relação ao que foi observado.

Habilidades da BNCC:

(MS.EM13MAT1o1) Interpretar situações econômicas, sociais e das Ciências da Natureza que envolvem a variação de duas grandezas, pela análise dos gráficos das funções representadas e das taxas de variação com ou sem apoio de tecnologias digitais.

OBJETOS DE CONHECI- MENTO

Matemática e suas tecnologias:

- Noções de Matemática Financeira
- Porcentagem
- Análise de dados
- Impostos da Esfera Federal
- Impostos da Esfera Estadual
- Impostos da Esfera Municipal

**SUGESTÕES
DIDÁTICAS****Etapa 1 - A origem dos tributos**

Para a introdução da Unidade Curricular, sugere-se a divisão dos estudantes em grupos para estudar a origem dos tributos na humanidade e como eles se desenvolveram historicamente. Espera-se que eles percebam que desde quando a humanidade se organizou em sociedade, fala-se em tributos, seja em forma de rituais e de presentes, seja na forma de contribuição por um serviço que conhecemos hoje. Levar os estudantes a refletir sobre os principais marcos de reivindicações da população frente às cobranças abusivas e como o processo de normatização desses valores foram sendo instituídos é uma forma de compreender o sistema tributário. A divisão dos grupos pode ser organizada da seguinte maneira:

- a) A origem dos tributos: rituais e presentes.
- b) Queda do Império Romano e a suposta autorização divina aos soberanos para receber o pagamento que lhes garantia governar.
- c) Magna Carta (rei João I, Inglaterra): preceitos fundamentais de defesa dos direitos dos indivíduos em oposição ao poder soberano do Estado.
- d) A Idade Moderna e a formação dos Estados Nacionais: o Estado visa uma vida luxuosa para a nobreza e não o bem comum.
- e) A Revolução Francesa (1789 - 1799): reação do povo contra a exploração e a separação dos poderes em Executivo, Legislativo e Judiciário.
- f) A Declaração dos Direitos do Homem e do Cidadão (1789): o indivíduo deixa de ser súdito e coloca-se na condição de cidadão (detentor de direitos e deveres).

Ao final, refletir com os estudantes:

- a) Há algum país que não possui tributos?
- b) Como um país sem tributos financiaria os serviços do Estado?

Etapa 2 - A história dos tributos no Brasil

Após entender o processo de evolução geral dos tributos, sugere-se analisar e discutir a função dos tributos no decorrer da história do Brasil.

No Brasil, a cobrança de impostos inicia-se com a chegada dos portugueses. Para esse estudo, são propostos os seguintes temas:

- a) Carta de Foral: documento que determinava as alíquotas a serem cobradas sobre os produtos extraídos.
- b) Vinda da família real para o Brasil (1808): inovações tributárias e abertura dos portos brasileiros.
- c) Criação do Erário Régio: núcleo que viria a ser hoje o Ministério da Fazenda.
- d) Criação do Banco do Brasil.
- e) Aduana Brasileira: órgão de controle do comércio exterior.
- f) Conjuração Mineira (1789): movimento que propunha cobranças de impostos mais justas para exploração e comercialização de minério.
- g) A independência do Brasil.
- h) Constituição de 1824.
- i) Constituição de 1891.
- j) Constituição de 1934.
- k) Constituição de 1937.
- l) Constituição de 1946.
- m) Constituição de 1967.
- n) Constituição de 1988.

Construa com os estudantes uma linha do tempo ou um mapa mental, mostrando os marcos e as principais alterações causadas por eles nos tributos brasileiros. Espera-se que, ao final, os estudantes percebam que a construção dessa história envolve aspectos sociais, econômicos e políticos que refletiam o perfil do governo que os promoviam.

Etapa 3 - Definindo e classificando tributos brasileiros

Simular com os estudantes situações que representem as três esferas brasileiras. Cada esfera deverá apresentar sobre os impostos:

- a) O que é?
- b) Para onde vai?
- c) Como é calculado?

Os impostos a serem estudados são:

1. Esfera federal

- a) Imposto sobre Renda e Proventos de Qualquer Natureza (IR)
- b) Imposto sobre Operações Financeiras (IOF)
- c) Imposto sobre Produtos Industrializados (IPI)
- d) Imposto sobre Propriedade Territorial Rural (ITR)
- e) Imposto sobre Importação (II)
- f) Imposto sobre Exportação (IE)

2. Esfera estadual

- a) Imposto sobre Transmissão 'Causa Mortis' e Doação de Quaisquer Bens e Direitos (ITCMD)
- b) Imposto sobre Propriedade de Veículos Automotores (IPVA)
- c) Imposto sobre Operações Relativas à Circulação de Mercadorias e sobre Prestações de Serviços de Transporte Interestadual e Intermunicipal e de Comunicação (ICMS)

3. Esfera Municipal

- a) Imposto sobre Propriedade Predial e Territorial Urbano (IPTU)
- b) Imposto Sobre Serviços de Qualquer Natureza (ISSQN)
- c) Imposto sobre Transmissão de Bens e Imóveis Inter-vivos (ITBI)

Por fim, utilizando o site da Receita Federal no link <https://www.gov.br/receitafederal/pt-br/aceso-a-informacao/dados-abertos/receitadata/arrecadacao/arrecadacao-por-estado>, poderão ser obtidas tabelas referentes à Arrecadação das Receitas Federais por Unidade da Federação para, a partir delas, analisar juntamente com os estudantes:

- a) Como é a arrecadação de impostos no seu estado?
- b) Como é a sua arrecadação de impostos comparada a outros estados do Centro-Oeste?
- c) Como é a arrecadação de outros estados e regiões?
- d) Quais os possíveis motivos dessas diferenças de valores?

Etapa 4 - Refletindo: a função social dos tributos

Sabendo para que servem e quais são os impostos, refletir com os estudantes:

- a) Faz sentido ter imposto?
- b) Como seria o Estado sem imposto?
- c) Quais serviços o Brasil oferece à população mantidos pelos impostos?

Espera-se que, ao final da discussão, os estudantes percebam que os impostos são necessários, porém, sua distribuição, planejamento e retorno à sociedade devem ser realizados de maneira correta e adequada para que cumpra-se sua função social.

Etapa 5 - O Índice de Retorno de Bem-Estar à Sociedade

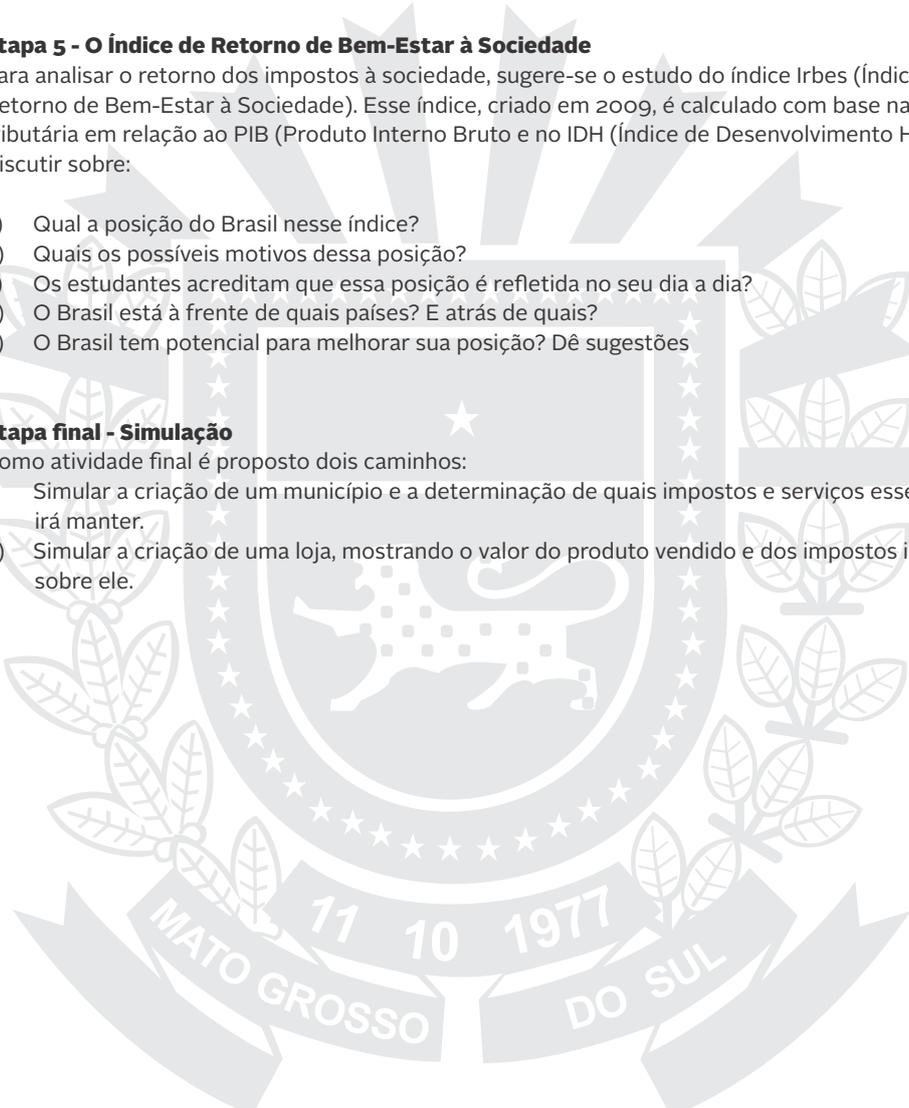
Para analisar o retorno dos impostos à sociedade, sugere-se o estudo do índice Irbes (Índice de Retorno de Bem-Estar à Sociedade). Esse índice, criado em 2009, é calculado com base na carga tributária em relação ao PIB (Produto Interno Bruto) e no IDH (Índice de Desenvolvimento Humano). Discutir sobre:

- a) Qual a posição do Brasil nesse índice?
- b) Quais os possíveis motivos dessa posição?
- c) Os estudantes acreditam que essa posição é refletida no seu dia a dia?
- d) O Brasil está à frente de quais países? E atrás de quais?
- e) O Brasil tem potencial para melhorar sua posição? Dê sugestões

Etapa final - Simulação

Como atividade final é proposto dois caminhos:

- 1) Simular a criação de um município e a determinação de quais impostos e serviços esse município irá manter.
- 2) Simular a criação de uma loja, mostrando o valor do produto vendido e dos impostos incididos sobre ele.



MMS

FONTES E MATERIAL DE APOIO

FONTE PRINCIPAL

CEARÁ. Secretaria da Fazenda do Estado do Ceará. Educação fiscal e cidadania - Ensino Médio. Fortaleza: 2014. Acesso em: <<https://www.sefaz.pe.gov.br/Institucional/Programas/EducacaoFiscal/Documents/Educa%C3%A7%C3%B5-Fiscal-Ensino-M%C3%A9dio-Aluno.pdf>> Acesso em: 19. out. 2021

MATERIAL DE APOIO

GOVERNO DO ESTADO DO MATO GROSSO DO SUL. Educação Fiscal. Disponível em: <http://www.ms.gov.br/Geral/educacao-fiscal/>. Acesso em: 26 out. 2021.

GUIMARÃES, Arthur. Educação fiscal é lição de cidadania e de Matemática. Nova Escola, 2005. Disponível em: <<https://novaescola.org.br/conteudo/2701/educacao-fiscal-e-licao-de-cidadania-e-de-matematica>>. Acesso em: 28 out. 2021

RECEITA FEDERAL. Arrecadação por estado. Disponível em: <<https://www.gov.br/receitafederal/pt-br/aceso-a-informacao/dados-abertos/receitadata/arrecadacao/arrecadacao-por-estado>> . Acesso em: 09 nov. 2021.

SANTOS, Robério de Oliveira. Educação fiscal nas aulas de Matemática, cenários para investigação e exploração de problemas. 2019. 167f. Dissertação (Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática - PPGECEM) - Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande, 2019. Disponível em: <http://tede.bc.uepb.edu.br/jspui/handle/tede/3608> Acesso em: 26. out. 2021.

SILVA, Fábio de Oliveira e; PARIONA, Moisés Meza. Educação Fiscal: função social dos tributos aplicando matemática financeira. Paraná, 2016. Disponível em: <http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernospde/pdebusca/producoes_pde/2016/2016_artigo_mat_uepg_fabiodeoliveiraesilva.pdf> Acesso em: 07 nov. 2021.

ENTREGA/ AVALIAÇÃO

A avaliação é processual formativa e supõe o desenvolvimento de todas as etapas desta atividade de aprendizagem, de modo a contemplar os eixos estruturantes programados ao longo da Unidade Curricular. Assim, devem ser considerados a participação e a entrega na coleta e análise dos dados, na pesquisa e nas produções.

Além da avaliação pelo professor, sugere-se que os colegas também possam avaliar de forma colaborativa o material produzido pela turma. Ao avaliar, o professor deve verificar se as produções:

- atendem ao tema delimitado;
- expressam de forma adequada as informações e a contextualização;
- apresentam conceitos e argumentos que sustentam a finalização;
- pautam informações pertinentes e diversificadas;
- têm caráter autoral, ou seja, que não sejam cópias (plágios).

OBSERVAÇÕES

- Nesta Unidade Curricular, são sugeridos diversos estudos que envolvem análise de dados em planilhas eletrônicas. Portanto, é importante que o(a) professor(a) aborde com os estudantes princípios básicos dessa ferramenta para facilitar seu entendimento e manuseio.
- São sugeridas pesquisas, as quais o(a) professora(a) deverá adequá-las de acordo com a realidade e contexto da comunidade escolar que está inserido.
- Esta é uma Unidade Curricular possui caráter teórico, tornando necessário demonstrar aos estudantes que a matemática não se trata apenas de cálculos, mas também da análise de dados e informações que estão associados à evolução histórica e a como os conceitos matemáticos são aplicados nela.

ÁREAS DO CONHECIMENTO

MATEMÁTICA E SUAS TECNOLOGIAS

TEORIA DOS JOGOS: INSPIRAÇÃO E
ESTRATÉGIA NA APRENDIZAGEM
DE MATEMÁTICA

TEORIA DOS JOGOS: INSPIRAÇÃO E ESTRATÉGIA NA APRENDIZAGEM DE MATEMÁTICA

APRESENTAÇÃO

A Teoria dos Jogos é um ramo da **matemática aplicada** que estuda as variáveis envolvidas em situações estratégicas, em que os jogadores interagem e escolhem diferentes ações, na tentativa de prever as possíveis consequências da escolha (sugestão de filme **A grande escolha**). A teoria dos jogos foi inicialmente desenvolvida como ferramenta para entender o comportamento econômico e decidir sobre estratégias nucleares. Atualmente ela é utilizada em vários campos acadêmicos abarcando a biologia, a ciência política, a ética, a psicologia, a sociologia, a filosofia, a administração, o direito, o jornalismo, dentre outros, apresentando diversos jogos competitivos e cooperativos. No ano de 1970, a teoria dos jogos iniciou um estudo sobre o comportamento animal, abrangendo a evolução das espécies por seleção natural. Recentemente, a teoria dos jogos despertou a atenção da ciência da computação que a vem utilizando em avanços na inteligência artificial e Cibernética com sistemas de Redes Neurais. Devido à interesse em jogos como o **dilema do prisioneiro**, nos quais interesses próprios racionais prejudicam a todos, a teoria dos jogos vem sendo aplicada nas ciências citadas. Essa teoria foi sistematizada pelo matemático John Von Neumann e pelo economista Oskar Morgenstern e, posteriormente, ganhou contribuições teóricas valiosas através dos estudos do matemático John Forbes Nash Jr. No ano de 2001, **John Nash**, ganhador do Prêmio Nobel, teve sua vida e obra retratadas no filme “Uma mente brilhante”, e 1983, no filme “Jogos de Guerra”, podendo ser aplicada à política, conflitos bélicos e, o mais comum, à microeconomia e competições de mercado. A teoria dos Jogos se constitui em um conjunto de ferramentas analíticas projetadas para ajudar a entender o fenômeno que se observa, quando os tomadores de decisão interagem. Os jogos cooperativos, permitem a formação de associações ou coalizões, subconjuntos de jogadores unidos como uma equipe para escolher as estratégias. É bastante utilizada em situações onde é necessário conhecer previamente o melhor resultado para as estratégias aplicadas. Na Economia, é usada para a análise de fenômenos econômicos, como leilões e barganhas, a partir do uso de estratégias de equilíbrio no jogo. Portanto, é interessante iniciar com o vídeo **“Dilema do Prisioneiro”** para problematizar a teoria dos jogos, propor questionamentos aos estudantes para que sejam discutidas as situações de escolhas, melhores decisões, raciocínio lógico, possibilidades de criatividade, observações e análises.

CARGA HORÁRIA



Semestral - semanal (02 aulas)
carga horária total (40 aulas)

EIXOS ESTRUTURANTES RELACIONADOS



- Investigação Científica
- Empreendedorismo

COMPONENTES CURRICULARES E CONHECIMENTOS GERAIS ARTICULADOS



- Matemática (matriz payoff ou tabela, probabilidade, sequências, somas constantes e raciocínio lógico) para elaborar as combinações e análise das estratégias, planejar e escrever a matriz payoff de resultado.
- Os conhecimentos articulados envolvem as áreas da biologia, psicologia, filosofia, sociologia, direito, ciência da computação, administração, ciências políticas e economia.

PERFIL DOCENTE



- Possuir Licenciatura em Matemática.
- Ter desenvolvido e/ou desenvolver atividades de pesquisa e estudos no campo de conhecimento correspondente à Unidade Curricular (Teoria dos jogos como estratégias para entender perspectivas de mercado, reorganizar o planejamento do projeto de vida, discutir táticas para compreender o jogo do consumo no contexto contemporâneo, dentre outros).
- Ter disposição para desenvolver habilidades em metodologias de aprendizagens e tecnologias, que estabeleçam a dinâmica do trabalho em grupo, do incentivo à pesquisa, à autonomia, ao protagonismo e ao desenvolvimento das competências socioemocionais dos estudantes.

COMPETÊNCIAS

1. Utilizar estratégias, conceitos e procedimentos matemáticos para interpretar situações em diversos contextos, sejam atividades cotidianas, sejam fatos das ciências da Natureza e Humanas, das questões socioeconômicas ou tecnológicas, divulgados por diferentes meios, de modo a contribuir para uma formação geral.
3. Utilizar estratégias, conceitos, definições e procedimentos matemáticos para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente.

RECURSOS

- Dispositivos com acesso à internet e à edição de texto, lousa digital ou datashow.
- Calculadora, planilha eletrônica.
- Acervo impresso e digital de materiais que envolva a Unidade Curricular.
- (Sugestão: Parceria com Universidade Estadual, Federal e Instituto Federal que possuem grupos de pesquisa ou projetos sobre o assunto em uma abordagem multidisciplinar).

OBJETIVOS

- Aplicar a teoria dos jogos, para rever assuntos como matriz payoff, probabilidade e por meio da experiência, escolher o melhor plano de ação estratégica para vencer os obstáculos em uma aplicação concreta.
- Entender os mecanismos da lógica da interação que são utilizados pelas pessoas para tomarem decisões sobre determinada situação de competição e cooperação entre os envolvidos.
- Compreensão da lógica da interação estratégica e as relações de interdependência entre as pessoas. Seja em situações de competição ou de cooperação entre os envolvidos.
- Observação sistemática e análise de circulação de interesse que envolve diversos elementos do pensar matematicamente como estimativas, escolha da melhor opção, busca de padrões nas resoluções, análise de resultados, desenvolvimento de estratégias de resolução e elaboração de problemas.
- Proporcionar o desenvolvimento de competências socioemocionais como foco, persistência, entusiasmo, tolerância ao estresse, empatia para entender as necessidades dos outros e o engajamento.

RELAÇÃO COM OUTRA(S) UNIDADE(S)

- Os desafios da Matemática no contexto das curiosidades, dica e passatempos
- Programando Matemática
- Aprendendo conectivos lógicos por meio de planilha eletrônica

ORGANIZADOR CURRICULAR

EIXO ESTRUTURANTE: INVESTIGAÇÃO CIENTÍFICA

HABILIDADES

Habilidade dos Itinerários Formativos Associada às Competências Gerais da BNCC:

(MS.EMIFCG01) Identificar, selecionar, processar e analisar dados, fatos e evidências com curiosidade, atenção, criticidade e ética, inclusive utilizando o apoio de tecnologias digitais.

(MS.EMIFCG03) Utilizar informações, conhecimentos e ideias resultantes de investigações científicas para criar ou propor soluções para problemas diversos.

Habilidades Específicas dos Itinerários Formativos Associadas ao Eixo Estruturante:

(MS.EMIFMAT01) Investigar e analisar situações-problema identificando e selecionando conhecimentos matemáticos relevantes para uma dada situação, elaborando modelos para sua representação.

(MS.EMIFMAT02) Levantar e testar hipóteses sobre variáveis que interferem na explicação ou resolução de uma situação-problema elaborando modelos com a linguagem matemática para analisá-la e avaliar sua adequação em termos de possíveis limitações, eficiência e possibilidades de generalização.

EIXO ESTRUTURANTE: EMPREENDEDORISMO

HABILIDADES

Habilidade dos Itinerários Formativos Associada às Competências Gerais da BNCC:

(MS.EMIFCG11) Utilizar estratégias de planejamento, organização e empreendedorismo para estabelecer e adaptar metas, identificar caminhos, mobilizar apoios e recursos, para realizar projetos pessoais e produtivos com foco, persistência e efetividade.

(MS.EMIFCG10) Reconhecer e utilizar qualidades e fragilidades pessoais com confiança para superar desafios e alcançar objetivos pessoais e profissionais, agindo de forma proativa e empreendedora e perseverando em situações de estresse, frustração, fracasso e adversidade.

Habilidades Específicas dos Itinerários Formativos Associadas ao Eixo Estruturante:

(MS.EMIFMAT11) Selecionar e mobilizar intencionalmente conhecimentos e recursos da Matemática para desenvolver um projeto pessoal ou um empreendimento produtivo.

(MS.EMIFMAT12) Desenvolver projetos pessoais ou produtivos, utilizando processos e conhecimentos matemáticos para formular propostas concretas, articuladas com o projeto de vida.

Habilidades da BNCC:

(MS.EM13MAT510) Investigar conjuntos de dados relativos ao comportamento de duas variáveis numéricas, usando ou não tecnologias da informação, e, quando apropriado, levar em conta a variação e utilizar uma reta para descrever a relação observada.

(MS.EM13MAT511) Reconhecer a existência de diferentes tipos de espaços amostrais, discretos ou não, e de eventos, equiprováveis ou não, e investigar implicações no cálculo de probabilidades.

OBJETOS DE CONHECI- MENTO

Ênfase em aspectos conceituais e de contextualização:

- Elementos de matriz payoff, tabelas, noções de probabilidades, conjuntos e subconjuntos, raciocínio lógico, formulação de hipóteses, elaboração de estratégias e noções de investimentos financeiros.
- Distinções conceituais e âmbitos de abordagem:
- Jogos estratégicos normalmente são expostos no formato de matriz payoff, tabelas ou esquemas, enumerando os possíveis resultados de cada estratégia utilizada em jogos com jogadas únicas e simultâneas, em que um jogador não sabe o movimento do outro. Construção de situações-problema, desafios e enigmas.

SUGESTÕES DIDÁTICAS

Primeira etapa: análise e interpretação do vídeo “O dilema do prisioneiro” que retrata um problema da Teoria dos Jogos, no qual um promotor leva até a dupla de hackers, “Cebolão e Pimentinha”, uma proposta para estabelecer os anos de prisão de cada parceiro. Antes de iniciar o vídeo, convém dialogar com os estudantes de forma a contextualizar o que seria a Teoria dos Jogos, como ela funciona e quais linhas de pesquisa podem ser comparadas a essa teoria. Argumentar que durante a vida nos deparamos com diversas situações que podem ser consideradas um jogo, em que qualquer um pode ser o jogador. Diante disso, sugere-se que o estudante coloque-se na posição do concorrente, para pensar à frente e raciocinar, antepondo a jogada. Ao se deparar com uma situação de conflito, o estudante deve entender as suas opções, e as do adversário para compreender o movimento, lançar hipóteses e escolher a melhor estratégia ou decisão. Ressalta-se que, na prática, esse jogo representa várias situações da vida cotidiana, as identidades, as preferências e as estratégias do jogador e como elas interferem no planejamento de um projeto de vida. Os jogos abordados pela teoria são divididos em tipos diferentes com suas respectivas finalidades, jogos do tipo simétrico e assimétrico, simultâneos e sequenciais, jogos de soma zero e soma diferente de zero, jogos cooperativos e jogos não cooperativos, dentre outros tipos.

Segunda etapa: após assistir ao vídeo, questionar os estudantes sobre a situação, verificar se devem confessar ou não confessar. Neste contexto, o professor e os estudantes juntos podem levantar as hipóteses e fazer a matriz payoff de resultados ou esquemas, ou seja, o payoff é o que aquele jogador recebe por ter atuado de determinada maneira. No vídeo, é retratado o jogo não cooperativo, mas poderia ser modelado como cooperativo se fosse permitido que os dois criminosos, não somente se comunicassem como também fizessem compromissos obrigatórios. As decisões são simultâneas e um não sabe nada sobre a decisão do outro. O dilema do prisioneiro mostra que, em cada decisão, o prisioneiro pode satisfazer o seu próprio interesse, não confessar, ou atender ao interesse do grupo, confessar. No quadro 1, a matriz payoff evidencia as possibilidades de ganhos e perdas desse jogo.

| Cebolão Pimentinha | Confessa - C | Não confessa - C |
|-----------------------|--------------------------|--------------------------|
| Confessa - P | 5 anos - C 5 anos - P | 10 anos - C Livre - P |
| Não confessa - P | Livre - C 10 anos - P | 2 anos - C 2 anos - P |

Quadro 1: Matriz de Payoff (ou matriz de compensação do jogo)

$$P = \begin{bmatrix} -5 & 0 \\ -10 & -2 \end{bmatrix} \text{ e } C = \begin{bmatrix} -5 & -10 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$$

O sinal de negativo indica a perda referente coordenada (P, C).

No Quadro 1, visualiza as opções de cada hacker prisioneiro, e o resultado de cada combinação de ações.

Pode-se observar que existe uma probabilidade de “P” confessar ou não confessar, do mesmo modo que “C” também tem sua própria **probabilidade**. Então, para cada situação tem-se benefícios/riscos e a teoria dos jogos vem para estudar essas possibilidades, gerando uma condição que minimize os riscos e maximize os resultados.

O que Cebolão deveria fazer, já sabendo que não poderá encontrar-se e conversar para combinar com seu parceiro?

***HIPÓTESE 1:** Suponha que o Cebolão-C escolha colaborar. Então, se Pimentinha-P escolher colaborar, ambos pegam cinco anos de prisão.

***HIPÓTESE 2:** Suponha que o “C” escolha confessar, sai livre, e o P calar-se, pega 10 anos de prisão. O “C” fica calado e pega 10 anos, e P confessa e fica livre, agora, se os dois ficarem calados, pegam 2 anos de prisão. Nesse caso, calar-se é a melhor opção.

O Equilíbrio de Nash é a solução (combinação de decisões) em que nenhum jogador pode melhorar seu resultado com uma ação unilateral.

Pode-se ainda, pensar numa situação adicional em que poderiam esperar seus advogados, criando uma nova regra para o jogo.

Terceira etapa: Propor situações-problema de tomadas de decisões e escolhas que podem ser analisadas por meio da Teoria dos Jogos. Neste contexto os estudantes podem se organizar em pequenos grupos com a orientação do professor para pesquisar e analisar as situações apresentadas e estabelecer estratégias para a solução dos problemas. Em cada um dos problemas deve-se enumerar o conjunto de jogadores, o conjunto de estratégias para cada jogador e o conjunto de payoff para cada jogador. Matriz de payoff é a representação em forma normal com o ganho indicado em cada situação.

- a) Duas empresas operam no mercado de chocolate, podendo optar entre produzir um chocolate de alta qualidade (A) ou um chocolate de baixa qualidade (B). Os lucros resultantes de cada estratégia encontram-se apresentados na matriz de payoff a seguir:

| | | Empresa 2 | |
|-----------|-------|-----------|----------|
| | | Baixa | Alta |
| Empresa 1 | Baixa | -20, -30 | 900, 600 |
| | Alta | 100, 800 | 50, 50 |

Quadro 2: Matriz de Payoff

OBS: Nos pares ordenados da tabela os primeiros dados referem-se a empresa 1 e os segundos dados a empresa 2, exemplo, (-20 da empresa 1, -30 da empresa 2).

- 1) Qual é o resultado cooperativo?
 - 2) Qual das duas empresas seria mais beneficiada em decorrência de um resultado?
- b) Em um bar com os colegas, há dois cursos de ação: cada um pode escolher o prato mais barato e pedir água como acompanhamento, ou pedir comida cara e beber cerveja importada. Quando um indivíduo decide pela primeira opção, ele economiza para todos, que pagarão uma conta menor no fim da noite. Mas o problema é que, assim fazendo, ele pagará por essa economia sozinho caso os outros optem pela segunda opção, a mais cara. Percebendo que ficará com os custos, mas muito provavelmente não se apropriará dos benefícios de tal decisão, ele termina optando pelo menu mais “salgado”. Assim, qual é a melhor escolha a ser feita?
- c) Considerando o seguinte jogo: duas empresas de aviação procuram ganhar mais fatia de mercado a partir de duas ações: investir em novos aviões, modernizar seus equipamentos e oferecer mais conforto aos passageiros ou reduzir as tarifas dando mais acesso às classes B e C aos voos. Qual seria o objetivo do jogo? Quais as estratégias? Quais os jogadores? Como seriam medidos os payoffs?
- d) Considerando uma situação de competição entre duas farmácias, uma local e outra vinda de outra região: a farmácia de fora tinha duas opções, assim veio para o novo mercado (reduzir drasticamente os preços ou abrir muitas lojas) e depois que a farmácia local percebesse que esta se instalou, tinha duas opções: reduzir seus preços ou realizar uma extensa campanha publicitária. Assim, apresente o jogo em forma de matriz, tabela ou de árvore de decisão. Identifique qual o objetivo do jogo. Quais os jogadores e suas respectivas estratégias? E como seriam medidos os payoffs?

Quarta etapa: Propor aos estudantes a produção autoral, criativa, com argumentações e debates sobre situações envolvendo a teoria dos jogos. Construir um jogo que contempla matriz, probabilidade ou conjuntos e porcentagem etc. que seja baseado na teoria dos jogos. A partir dessa construção, pensar em possibilidades de questionamentos como por exemplo: Essa é a única jogada possível? Se houver alternativa, qual escolher e por que escolher essa ou aquela? Terminado o problema ou a jogada, quais os erros e por que foram cometidos? Qual é a probabilidade de acertar nas primeiras rodadas? Como devem ser divididas as apostas? Como será a matriz dos resultados e a análise, por exemplo, da probabilidade de o resultado ser um ou outro? Quando tem-se uma melhor solução é imprescindível saber, a solução é melhor para quem? Qual a probabilidade de a instituição citada no jogo ter o maior lucro possível? Pode-se elaborar outros questionamentos dependendo da produção a ser feita.

Produzir um banner, painel, infográfico etc., físico ou digital, com o conceito da teoria dos jogos, levando em conta seu histórico, contribuições para as diversas ciências, subsídios aos vários problemas do mercado financeiro, como funciona o poder de escolha e decisões e quais as influências no cotidiano das pessoas. Socializar entre os grupos de estudantes suas produções e argumentações. Após as produções, fazer uma avaliação e revisão dos materiais para possíveis correções.

FONTES E MATERIAL DE APOIO

FONTE PRINCIPAL

ABRANTES, Maria Luísa Perdigão. **A Teoria dos Jogos e os Oligopólios [abordagem]**. Multitema. 1ª Ed. 2004. Disponível em: <https://www.ime.usp.br/~rvicente/TeoriaDosJogos.pdf> Acesso em: 30 de set. 2020.

ALMEIDA, Alessandra Neri de. **Teoria dos Jogos: As origens e os fundamentos da Teoria dos Jogos**. São Paulo: Centro Universitário Metropolitano, 2006. Disponível em: http://www.slinestorsantos.seed.pr.gov.br/redeescola/escolas/11/2590/17/arquivos/File/as_origens_e_os_fundamentos_da_teorias_dos_jogos.pdf. Acesso em: 18 de out. 2020.

BARRICHELO, Fernando. **Estratégias de Decisão: decida melhor com insights da teoria dos jogos/ Fernando Barrichelo**. 1ª Ed. São Paulo, 2017.

BROM, Pedro Carvalho **Campus. Estudo do Jogo Clássico, o Dilema do Prisioneiro, por Teoria dos Jogos, com uso de função polinomial de probabilidade e análise dos pontos críticos**. Instituto Federal de Brasília. 2012. Disponível em: <http://revistaexio.ifb.edu.br/index.php/RevistaEixo/article/view/61/45> Acesso em: 16 de out. 2020.

C MARA, Samuel Façanha. **Teoria dos jogos / Samuel Façanha Câmara**. Florianópolis: Departamento de Ciências da Administração/UFSC, 2011. 92p. Disponível em: http://arquivos.eadadm.ufsc.br/EaDADM/UAB_2011_1/Modulo_7/Teoria_dos_Jogos/material_didatico/Teoria_dos_Jogos.pdf Acesso em: 19 de out. 2020.

CIÊNCIA. Teoria dos jogos: entenda o que é com exemplos do cotidiano. Disponível em: <https://www.hipercultura.com/teoria-dos-jogos/> Acesso em: 20 de out. 2020.

FIANAI, Ronaldo. **Teoria dos Jogos: com aplicação em economia, administração e ciências sociais**. Disponível em: <https://gpde.direito.ufmg.br/wp-content/uploads/2019/03/FIANI-Ronaldo.-Teoria-dos-Jogos-p%C3%A1ginas-1-50.pdf> Acesso em: 17 de out. 2020.

FIGUEIREDO, Reginaldo Santana. **Teoria dos Jogos: conceitos**. Disponível em: <http://ecoarte.info/ecoarte/2016/06/teoria-dos-jogos-conceitos-reginaldo-santana-figueiredo/> Acesso em: 12 de out. 2020.

KASPER, Frederico Augusto de Almeida. **Teoria dos Jogos: uma proposta para o ensino médio** <https://revistas.pucsp.br/index.php/emd/article/view/31640>. Acesso em: 15 de out. 2020.

MENDONÇA, Mateus Medeiros Furquim. **Big Points: Uma Análise Baseada na Teoria dos Jogos**. Monografia de graduação em Engenharia de Software. Universidade de Brasília – UnB, Brasília, DF, 2016. Disponível em: <http://fga.unb.br/articles/0001/4997/mfurquimTCC1.pdf>. Acesso em: 20 de out. 2020.

SARINI, B. A; GARBUGIO, G.; HUBERTO, J. B.; SANTOS, P. A; BARRETO, L. S. **Uma Introdução a Teoria dos Jogos**. Universidade Federal da Bahia. 2004. Disponível em: <https://www.ime.usp.br/~rvicente/IntroTeoriaDosJogos.pdf>. Acesso em: 19 de out. 2020.

O DILEMA DO PRISIONEIRO, 1 vídeo (10min.56s). Publicado pelo Canal M3 Matemática Multimídia, 2012. Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=4ByCjdOJwww>. Guia do Professor e o original desse vídeo em: <http://m3.ime.unicamp.br/recursos/1089>. Acesso em: 28 de set. 2020.

**MATERIAL
DE APOIO**

ANDRADE, Oyama Karyna Barbosa. **Teoria da Escolha Racional e Teoria dos Jogos:** uma abordagem para os métodos de resolução de conflitos. Disponível em https://www.academia.edu/9078735/TEORIA_DA_ESCOLHA_RACIONAL_E_TEORIA_DOS_JOGOS_UMA_ABORDAGEM_PARA_OS_M%C3%89TODOS_DE_RESOLU%C3%87%C3%83O_DE_CONFLITOS. Acesso em: 12 de out. 2020.

CORDEIRO, Karina da Silva. **Uma Proposta Didática para o Ensino de Probabilidade Através de Jogos.** Seropédica 2017. Disponível em: <http://cursos.ufrj.br/grad/matematica/files/2019/07/681.pdf>. Acesso em: 30 de set. 2020.

KUCHARSKI, Adam, 1986. **A Ciência da Sorte:** a matemática e o mundo das apostas – de loterias e cassinos ao mercado financeiro/Adam Kucharski; tradução George Schlesinger; revisão técnica Marco Moriconi. 1ª Ed. Rio de Janeiro: Zahar, 2017.

MARINHO, Raul. **Prática na Teoria - Aplicações da Teoria dos Jogos.** Editora Saraiva, 2005.

NASCIMENTO, Thiago Oliveira. **Teoria dos Jogos e a Matemática no Ensino Médio:** Introdução ao equilíbrio de Nash. Rio de Janeiro, 2014. Disponível em: <https://www.maxwell.vrac.puc-rio.br/24184/24184.PDF>. Acesso em: 15 de out. 2020.

PEREIRA, Silvío Barros. **Introdução à Teoria dos Jogos e a Matemática no Ensino Médio.** Rio de Janeiro, 2014. Dissertação de Mestrado. Disponível em: <https://www.maxwell.vrac.puc-rio.br/24177/24177.PDF>. Acesso em: 28 de set. 2020.

SANTOS, Jorian Pereira dos. **A Teoria da Probabilidade e a Teoria dos Jogos em uma abordagem para o Ensino Médio.** Natal, RN, 2016. Disponível em: <https://repositorio.ufrn.br/jspui/bitstream/123456789/23210/1/JorianPereiraDosSantos DISSERT.pdf>. Acesso em 10 de out. 2020.

TEIXEIRA, Roseli Rocha. **Situações de Conflito:** uma aplicação da Teoria dos Jogos em sala de aula. São Paulo, 2018. Disponível em: <https://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/45/45135/tde-02042019-205237/publico/SITUACOESDECONFLITO.pdf>. Acesso em: 17 de out. 2020.

**ENTREGA/
AVALIAÇÃO**

A avaliação é processual e supõe o desenvolvimento de todas as etapas desta atividade de aprendizagem, de modo a contemplar os eixos estruturantes programados ao longo da Unidade Curricular. Assim, devem ser consideradas tanto as interações na roda de diálogo, pesquisa e produção da matriz, tabela ou esquemas socialização da pesquisa, como a atividade problematizadora sobre a teoria dos jogos e as produções de banner, painel, folheto ou infográfico físico ou digital das pesquisas sobre a teoria dos jogos na aprendizagem de matemática.

Além da avaliação pelo professor, sugere-se que os estudantes da turma também possam avaliar de forma colaborativa o material produzido por eles. Ao avaliar, o professor deve verificar se as produções:

- atendem ao tema delimitado;
- expressam de forma adequada as informações e a contextualização;
- pautam informações pertinentes à Teoria dos Jogos;
- têm caráter autoral, ou seja, que não sejam cópias (plágios).

OBSERVAÇÕES

A arquitetura desta Unidade Curricular envolve desafios pedagógicos específicos, perante os quais estudantes e professor precisam ter em conta, a princípio, os seguintes aspectos:

1. Esta Unidade trata da Teoria dos Jogos como um ramo da matemática aplicada que estuda as variáveis envolvidas em situações estratégica em que os jogadores interagem e escolhem diferentes ações sob a perspectiva de uma abordagem multidisciplinar (matemática, filosofia, sociologia, psicologia, ética, direito, biologia, ciência política, ciência da computação, entre outras), na medida em que tematiza problemas, controvérsias e soluções postos na vida cotidiana e social no âmbito individual e coletivo.
2. Em virtude de a Teoria dos Jogos ser uma Unidade Curricular, recomenda-se que, consensualmente, professor e estudantes façam adequações e/ou delimitações das habilidades, objetivos da Unidade e objetos de conhecimento que julgarem pertinentes. Isso pode potencializar, estrategicamente, níveis de aprofundamento e investigação, desenvolvimento de competências socioemocionais, tomada de decisão e protagonismo dos estudantes no processo de construção do conhecimento. Supondo isso, por exemplo, é possível selecionar e sistematizar diferentes focos de abordagem a serem trabalhados à volta desta Unidade, tais como: a) jogos sobre investimentos e lucros de empresas, jogo de preços entre o comércio, concorrência de venda de produtos no mercado etc.
3. A sugestão didática procura enlaçar, no conjunto das atividades de construção do saber, os objetos de conhecimento, as técnicas de metodologia de pesquisa e as estratégias didáticas. As etapas da sugestão didática correspondentes, oportuniza ao estudante um roteiro lógico de aprendizagem de competências, habilidades, processos, conceitos e práticas, que lhe faculte a experiência de minimizar a construção fragmentária do conhecimento e desenvolver ações possíveis ou adequadas em sua realidade escolar e local.
4. O item 1.9 desta Unidade menciona, a título de exemplificação, uma hipotética “parceria” - no caso, desejável - com Universidade Estadual, Federal ou Instituto Federal que possuem Grupo de Pesquisa ou projetos que tratam do assunto. Esse exemplo hipotético reforça a orientação no sentido de que a escola efetive parcerias institucionais e vínculos acadêmicos para auxiliá-la em sua tarefa formativa. Em uma sociedade interconectada, as parcerias da escola com a sociedade civil e a participação em redes de pesquisa e inovação científico-culturais, programadas no contexto da educação, podem contribuir para inserir os estudantes no âmbito da comunidade científica e, a partir disso, subsidiá-los intelectualmente para uma prática de intervenção sociocultural.

MMS



MS

ÁREAS DO CONHECIMENTO

MATEMÁTICA E SUAS TECNOLOGIAS

SCRATCH: BLOCOS DE LÓGICA
E MATEMÁTICA NA
RELEITURA DE NARRATIVAS

SCRATCH: BLOCOS DE LÓGICA E MATEMÁTICA NA RELEITURA DE NARRATIVAS

APRESENTAÇÃO

Esta Unidade Curricular utiliza como ferramenta o software Scratch, objetivando desenvolver a criatividade, a percepção da importância dos conceitos matemáticos para a tecnologia, o engajamento com o próximo e a autonomia do estudante. São explorados conceitos básicos da programação em blocos com a finalidade de se construir scripts/cenários, empregando diferentes linguagens (visuais, sonoras, verbais, expressões corporais) para compor os jogos, de forma interdisciplinar. Para tanto, propõe-se a apresentação e construção, em grupos, de narrativas como produto final.

COMPETÊNCIAS

1. Utilizar estratégias, conceitos e procedimentos matemáticos para interpretar situações em diversos contextos, sejam atividades cotidianas, sejam fatos das Ciências da Natureza e Humanas, ou ainda questões econômicas ou tecnológicas, divulgados por diferentes meios, de modo a consolidar uma formação científica geral.
4. Compreender e utilizar, com flexibilidade e precisão, diferentes registros de representação matemáticos (algébrico, geométrico, estatístico, computacional etc.), na busca de solução e comunicação de resultados de problemas.

OBJETIVOS

- Conhecer e utilizar o software Scratch como recurso para construção de cenários e jogos baseados nos conhecimentos lógicos e matemáticos.
- Fomentar a criatividade e o engajamento dos estudantes.
- Realizar produções autorais de cenários advindos de narrativas já existentes na literatura, utilizando o software Scratch.

RELAÇÃO COM OUTRA(S) UNIDADE(S)

- Quem conta um conto... Assusta um tanto!;
- Web magazine
- Um mergulho na história: resgatando brinquedos e brincadeiras antigas
- Descomplicando o R
- Aprendendo conectivos lógicos por meio de planilha eletrônica

CARGA HORÁRIA



Semestral - semanal (02 aulas)
carga horária total (40 aulas)

EIXOS ESTRUTURANTES RELACIONADOS



- Investigação Científica
- Processos Criativos

COMPONENTES CURRICULARES E CONHECIMENTOS GERAIS ARTICULADOS



- Matemática: operadores, raciocínio lógico e geometria
- Língua Portuguesa: textos multissemióticos

PERFIL DOCENTE



- Possuir licenciatura em Matemática.
- Ter experiência e/ou interesse no campo de pesquisa e no uso das Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação (TDIC).

RECURSOS



- Dispositivos com acesso à internet e à edição de texto, lousa digital ou datashow.
- Calculadora, planilha eletrônica.
- Acervo impresso e digital de materiais que envolva a Unidade Curricular.
- (Sugestão: Parceria com Universidade Estadual, Federal e Instituto Federal que possuem grupos de pesquisa ou projetos sobre o assunto em uma abordagem multidisciplinar).

ORGANIZADOR CURRICULAR

EIXO ESTRUTURANTE: INVESTIGAÇÃO CIENTÍFICA

HABILIDADES

Habilidade dos Itinerários Formativos Associada às Competências Gerais da BNCC:

(MS.EMIFCGo1) Identificar, selecionar, processar e analisar dados, fatos e evidências com curiosidade, atenção, criticidade e ética, inclusive utilizando o apoio de tecnologias digitais.

(MS.EMIFCGo2) Posicionar-se com base em critérios científicos, éticos e estéticos, utilizando dados, fatos e evidências para respaldar conclusões, opiniões e argumentos, por meio de afirmações claras, ordenadas, coerentes e compreensíveis, sempre respeitando valores universais, como liberdade, democracia, justiça social, pluralidade, solidariedade e sustentabilidade.

Habilidades Específicas dos Itinerários Formativos Associadas ao Eixo Estruturante:

(MS.EMIFMATo1) Investigar e analisar situações-problema identificando e selecionando conhecimentos matemáticos relevantes para uma dada situação, elaborando modelos para sua representação.

(MS.EMIFMATo3) Selecionar e sistematizar, com base em estudos e/ou pesquisas (bibliográfica, exploratória, de campo, experimental etc.) em fontes confiáveis, informações sobre a contribuição da Matemática na explicação de fenômenos de natureza científica, social, profissional, cultural, de processos tecnológicos, identificando os diversos pontos de vista e posicionando-se mediante argumentação, com o cuidado de citar as fontes dos recursos utilizados na pesquisa e buscando apresentar conclusões com o uso de diferentes mídias.

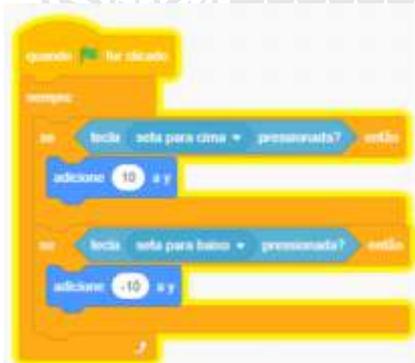
OBJETOS DE CONHECI- MENTO

- Geometria
- Conectivos lógicos
- Variáveis
- Programação em blocos
- Narrativas

MMS

SUGESTÕES DIDÁTICAS

Primeiramente, os computadores do laboratório de informática precisam ter o Scratch instalado, independente da internet para as aulas. O software pode ser obtido no site <https://scratch.mit.edu/download>. O intuito é que se possa enfatizar/explorar conceitos de lógica de programação e matemática durante a construção de um jogo simples. A programação será feita em blocos, o que torna a abordagem mais atraente e intuitiva. Por exemplo, observando a imagem abaixo temos um comando simples, o objeto/ator se move 10 para cima quando a tecla “seta para cima” no teclado for acionada, o mesmo ocorre para a tecla “seta para baixo”, mas com -10. Clicar na bandeira para executar as instruções.

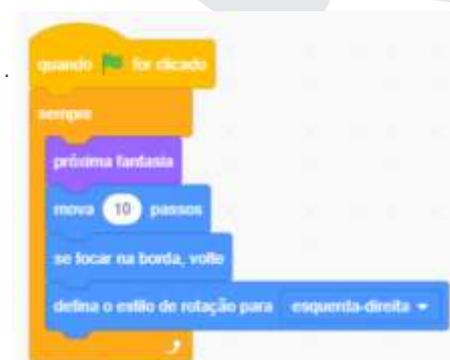


Uma instrução é sempre iniciada com a bandeira (primeiro bloco). O bloco significa que as instruções contidas nele estarão em execução, o condicional se ...então... e a coordenada y são utilizados de modo intuitivo, no entanto, é necessário que se entenda a matemática por trás e a sua utilidade. A mesma situação pode ser feita com o eixo x com o bloco “adicione ___ a x”, fazendo com que o ator percorra todo o plano, por meio das teclas setas. As combinações de comandos devem ser tratadas priorizando o entendimento lógico/matemático.

As atividades seguintes constam em CABRAL(2015).

Movimentos básicos

1. Abra o Scratch.
2. Apague o plano de fundo.
3. Escolha um novo plano de fundo na biblioteca.
4. Execute os seguintes blocos de comandos ao lado para o personagem gato



5. Clique na bandeira e veja o resultado.
6. Para parar, clique no ícone vermelho.

Movimentos aleatórios e adição de variáveis

1. Apague o gato.
2. Apague o plano de fundo.
3. Escolha um novo plano de fundo biblioteca.
4. Vá em novo autor e escolha um peixe e um tubarão.
5. Reduza o peixe e aumente o tamanho do tubarão.
7. Execute os seguintes blocos de comandos abaixo para o peixe.



8. Crie uma variável chamada pontos.
9. Vá em roteiro e no comando “criar uma variável”.
10. Execute os seguintes blocos de comandos ao lado para o tubarão.



11. Clique na bandeira e veja o resultado.
12. Para parar, clique no ícone vermelho.

Movimentos no plano, som e comunicação

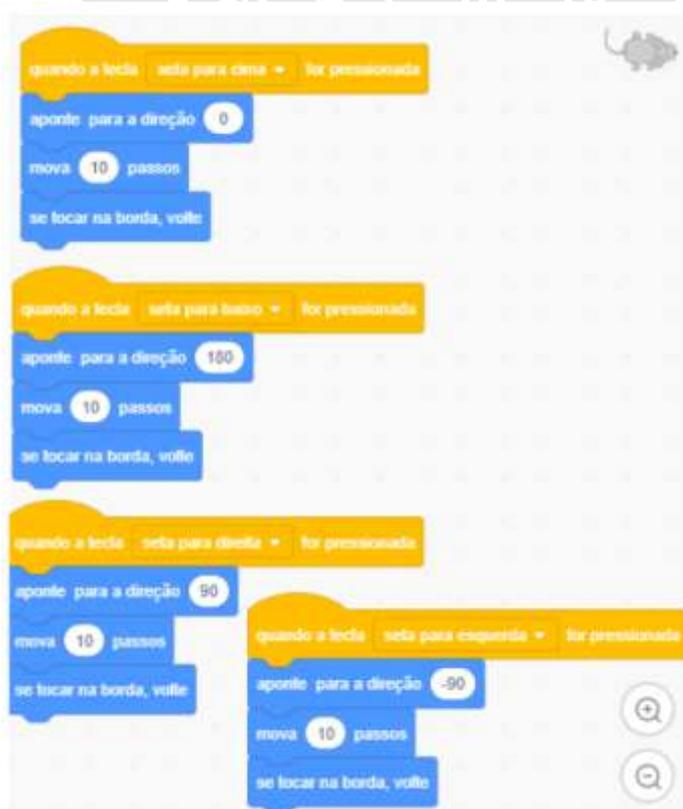
1. Abra o Scratch ou reinicie.
2. Apague o plano de fundo.
3. Escolha um novo plano de fundo na biblioteca.
4. Execute os seguintes blocos de comandos abaixo.

SUGESTÕES
DIDÁTICAS

5. Clique na bandeira e veja o resultado.
6. Para parar, clique no ícone vermelho.

Movimentos com o teclado

1. Abra o Scratch ou reinicie.
2. Apague o gato.
3. Apague o plano de fundo.
4. Escolha um novo plano de fundo biblioteca.
5. Vá em novo autor e escolha um rato.
6. Execute os seguintes blocos de comandos abaixo.



7. Clique na bandeira e veja o resultado.
8. Para parar, clique no ícone vermelho.

Movimentos de teclado, uso de condicionais e sensores

1. Abra o Scratch ou reinicie.
2. Apague o gato.
3. Apague o plano de fundo.
4. Escolha um novo plano de fundo na biblioteca.
5. Vá em novo autor e escolha um rato e um gato.
6. Reduza o rato e aumente o tamanho do gato.
7. Execute os seguintes blocos de comandos ao lado, para o rato.



8. Execute os mesmos comandos da parte Movimentos com teclado item 6, para o gato.
9. Clique na bandeira e veja o resultado.
10. Para parar, clique no ícone vermelho.

Observação: caso seja necessário, salve os scripts na pasta de cada estudante.

Após essa familiarização com o Scratch, proponha a seguinte atividade, que também é proposta em CABRAL(2015).

Primeira parte: Construa um labirinto e distribua polígonos no seu interior, estes polígonos ao serem tocados pelo personagem principal devem desaparecer. O personagem principal deve ser controlado pelos comandos do teclado.

Segunda parte: Construa um labirinto e distribua polígonos no seu interior, estes polígonos ao serem tocados pelo personagem principal devem informar o nome do polígono ao usuário. O personagem principal deve ser controlado pelo teclado.

Terceira parte: Construa um labirinto, em seguida escolha alguns polígonos e distribua-os em algumas regiões do plano, ao final solicite ao usuário que recolha apenas todos os polígonos regulares e informe ao usuário quando o polígono é irregular. O personagem principal deve ser controlado pelo teclado.

Uma construção de jogo usando o Scratch pode ser encontrada em

https://www.youtube.com/watch?v=poLuoL4nVCE&list=PLEBItwMFnoURT_Wq1lqLzdWLRvTwmro.

O produto final pode ser a construção de um cenário, dando vida a narrativas, poemas ou contos literários das Linguagens e suas Tecnologias. Para essa tarefa, é interessante consultar os professores de outros componentes para propor, se possível, assuntos em que os estudantes estejam vendo ou que já tenham visto. Sugere-se que sejam criados grupos com a finalidade de construir os cenários e realizar uma apresentação ao final. Esse produto final pode ser contemplado já no começo da Unidade Curricular, garantindo o tempo necessário para orientações e ajustes.

FONTES E MATERIAL DE APOIO

FONTE PRINCIPAL

CABRAL, R. V. **O ENSINO DE MATEMÁTICA E A INFORMÁTICA: USO DO SCRATCH COMO FERRAMENTA PARA O ENSINO E APRENDIZAGEM DA GEOMETRIA.** Dissertação de Mestrado. Departamento de Pós-Graduação e Pesquisas da FACNORTE - Faculdade do Norte do Paraná, 2015.

BESSA, K. F. **Pensamento Computacional e Matemática: uma abordagem com o Scratch.** Dissertação de Mestrado. Instituto de Geociências e Ciências Exatas da Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho", Campus de Rio Claro. Rio Claro - SP.

Raul Tabajara. Tutorial SCRATCH: Crie seu jogo do zero Aula 01. Youtube. Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=poLuoL4nVCE&list=PLEBItwMFnoURT_Wq1qpLzdWLRvTwf_mro>, Acesso em: 04 out. 2021.

Scratch. Descarregar a Aplicação Scratch. Disponível em: <<https://scratch.mit.edu/download>>. Acesso em: 29 set. 2021.

Scratch Brasil. Disponível em: <<http://www.scratchbrasil.net.br/index.php/materiais/tutoriais.html>>. Acesso em: 04 out. 2021.

MATERIAL DE APOIO

GSILVA, S. P. **O USO DA LÓGICA DE PROGRAMAÇÃO PARA A EDUCAÇÃO MATEMÁTICA NO ENSINO MÉDIO: EXPERIÊNCIAS COM O SCRATCH.** Dissertação de mestrado - Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática, Universidade Federal de Pelotas. Pelotas. 2026.

FILHO, C. H. D. O USO DO SOFTWARE SCRATCH NO ENSINO DA GEOMETRIA. **UNOESTE.** Colloquium Exactarum, v. 12, n.3, p.78-84, jul-set. 2020. Disponível em: <<https://journal.unoeste.br/index.php/ce/article/view/3834/3183>>. Acesso em: 04 out. 2021.

ENTREGA/ AVALIAÇÃO

A avaliação é processual formativa e supõe o desenvolvimento de todas as etapas desta atividade de aprendizagem.

O produto final científico resultante do desenvolvimento das habilidades pode ser uma organização de todas as pesquisas desenvolvidas no decorrer do semestre, releituras, infográficos, fichamentos, artigos, ensaios, seminário, e-book, estudo de caso, dentre outros.

Além da avaliação pelo professor, sugere-se que os colegas da turma também possam avaliar de forma colaborativa o material produzido pela turma.

Ao avaliar, o professor deve verificar se os produtos finais:

- atendem ao tema delimitado;
- expressam de forma adequada as informações e a contextualização;
- apresentam justificativas e argumentos que sustentam a conclusão;
- pautam informações pertinentes e diversificadas;
- têm caráter autoral, ou seja, que não sejam cópias (plágios).

OBSERVAÇÕES

- Existem inúmeras atividades a serem propostas utilizando o Scratch, contemplando a aprendizagem da matemática, além das que foram propostas na sugestão didática. Nas fontes principais há uma boa quantidade de atividades alternativas, mas, o professor pode buscar em fóruns ou comunidades de compartilhamento e selecionar conforme a necessidade ou conveniência.
- A culminância pode ser apresentada, em parte, na feira de ciências, se for realizada antes do término da Unidade Curricular.

ÁREAS DO CONHECIMENTO

MATEMÁTICA E SUAS TECNOLOGIAS

PROGRAMANDO MATEMÁTICA

PROGRAMANDO MATEMÁTICA

APRESENTAÇÃO

Essa Unidade Curricular tem por objetivo abordar conceitos matemáticos por meio de programação. Para tanto, adota-se a linguagem de programação Python, por sua simplicidade e fácil compreensão. Dessa forma, é necessário um laboratório equipado com computadores com Python e uma Integrated Development Environment - IDE instalados, com no máximo dois alunos por máquina. Nesta Unidade, são desenvolvidos programas para cálculos aritméticos, resolução de equações, construção de gráficos, dentre outros, por meio de um tutorial. É também proposto que os estudantes resolvam problemas na plataforma on-line de programação, URI ONLINE JUDGE/beecrowd. Na parte final, propõe-se a criação de um programa sobre gerenciamento financeiro de empreendimentos comuns, como venda de alimentos.

COMPETÊNCIAS

4. Compreender e utilizar, com flexibilidade e precisão, diferentes registros de representação matemáticos (algébrico, geométrico, estatístico, computacional etc.), na busca de solução e comunicação de resultados de problemas.

OBJETIVOS

- Trabalhar conceitos matemáticos por meio da linguagem de programação.
- Desenvolver a capacidade de elaborar expressões e fórmulas matemáticas para solucionar problemas.
- Investigar, analisar e resolver problemas que envolvem:
 - aritmética;
 - métodos de contagem;
 - Geometria Plana e Espacial;
 - estatística.

RELAÇÃO COM OUTRA(S) UNIDADE(S)

- Os desafios da Matemática no contexto das curiosidades, dicas e passatempos
- Teoria dos Jogos: inspiração e estratégia na aprendizagem de Matemática
- Aprendendo conectivos lógicos por meio de planilha eletrônica

CARGA HORÁRIA



Semestral - semanal (02 aulas)
carga horária total (40 aulas)

EIXOS ESTRUTURANTES RELACIONADOS



- Investigação Científica
- Processos Criativos
- Empreendedorismo

COMPONENTES CURRICULARES E CONHECIMENTOS GERAIS ARTICULADOS



- Matemática: programação, operadores matemáticos, equações e gráficos.

PERFIL DOCENTE



- Possuir licenciatura em Matemática.
- Experiências e/ou interesse do professor no campo de pesquisa.
- Conhecimento e/ou disposição para o uso de metodologias ativas e Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação (TDIC) e em programação em Python.

RECURSOS



- Acervo impresso ou digital de material de pesquisa.
- Computador com IDE Python instalado.
- Lousa digital ou datashow.

ORGANIZADOR CURRICULAR

EIXO ESTRUTURANTE: INVESTIGAÇÃO CIENTÍFICA

HABILIDADES

Habilidade dos Itinerários Formativos Associada às Competências Gerais da BNCC:

(MS.EMIFCGo1) Identificar, selecionar, processar e analisar dados, fatos e evidências com curiosidade, atenção, criticidade e ética, inclusive utilizando o apoio de tecnologias digitais.

(MS.EMIFCGo2) Posicionar-se com base em critérios científicos, éticos e estéticos, utilizando dados, fatos e evidências para respaldar conclusões, opiniões e argumentos, por meio de afirmações claras, ordenadas, coerentes e compreensíveis, sempre respeitando valores universais, como liberdade, democracia, justiça social, pluralidade, solidariedade e sustentabilidade.

(MS.EMIFCGo3) Utilizar informações, conhecimentos e ideias resultantes de investigações científicas para criar ou propor soluções para problemas diversos.

Habilidades Específicas dos Itinerários Formativos Associadas ao Eixo Estruturante:

(MS.EMIFMATo1) Investigar e analisar situações-problema identificando e selecionando conhecimentos matemáticos relevantes para uma dada situação, elaborando modelos para sua representação.

(MS.EMIFMATo2) Levantar e testar hipóteses sobre variáveis que interferem na explicação ou resolução de uma situação-problema elaborando modelos com a linguagem matemática para analisá-la e avaliar sua adequação em termos de possíveis limitações, eficiência e possibilidades de generalização.

EIXO ESTRUTURANTE: PROCESSOS CRIATIVOS

HABILIDADES

Habilidade dos Itinerários Formativos Associada às Competências Gerais da BNCC:

(MS.EMIFCGo5) Questionar, modificar e adaptar ideias existentes e criar propostas, obras ou soluções criativas, originais ou inovadoras, avaliando e assumindo riscos para lidar com as incertezas e colocá-las em prática.

(MS.EMIFCGo6) Difundir novas ideias, propostas, obras ou soluções por meio de diferentes linguagens, mídias e plataformas, analógicas e digitais, com confiança e coragem, assegurando que alcancem os interlocutores pretendidos.

Habilidades Específicas dos Itinerários Formativos Associadas ao Eixo Estruturante:

(MS.EMIFMATo4) Reconhecer produtos e/ou processos criativos por meio de fruição, vivências e reflexão crítica na produção do conhecimento matemático e sua aplicação no desenvolvimento de processos tecnológicos diversos.

(MS.EMIFMATo6) Propor e testar soluções éticas, estéticas, criativas e inovadoras para problemas reais, considerando a aplicação dos conhecimentos matemáticos associados ao domínio de operações e relações matemáticas simbólicas e formais, de modo a desenvolver novas abordagens e estratégias para enfrentar novas situações.

EIXO ESTRUTURANTE: EMPREENDEDORISMO

HABILIDADES

Habilidade dos Itinerários Formativos Associada às Competências Gerais da BNCC:

(MS.EMIFCG11) Utilizar estratégias de planejamento, organização e empreendedorismo para estabelecer e adaptar metas, identificar caminhos, mobilizar apoios e recursos, para realizar projetos pessoais e produtivos com foco, persistência e efetividade.

Habilidades Específicas dos Itinerários Formativos Associadas ao Eixo Estruturante:

(MS.EMIFMAT10) Avaliar como oportunidades, conhecimentos e recursos relacionados à Matemática podem ser utilizados na concretização de projetos pessoais ou produtivos, considerando as diversas tecnologias disponíveis e os impactos socioambientais.

(MS.EMIFMAT11) Selecionar e mobilizar intencionalmente conhecimentos e recursos da Matemática para desenvolver um projeto pessoal ou um empreendimento produtivo.

OBJETOS DE CONHECIMENTO

- Variáveis
- Laços
- Aritmética
- Polinômios
- Função: polinomial, exponencial, logarítmica e trigonométrica
- Gráfico: poligonal, histograma, barra, setor

SUGESTÕES DIDÁTICAS

A sugestão é trabalhar com a IDE Thonny, disponível para download gratuitamente. Após instalada, abrir a IDE, clicar no botão ferramentas, acessar Open system shell e instalar as bibliotecas da seguinte forma:

```
>>> python -m pip install sympy  
>>> python -m pip install sympy.abc  
>>> python -m pip install numpy  
>>> python -m pip install matplotlib
```

Inicialmente, é necessário que os estudantes aprendam a sintaxe da linguagem de programação Python, que se resume a conceitos como variáveis, imprimir mensagem formatada, bem como quantidade de casas decimais em relação a variáveis do tipo float, indentação, condicional e laços. Após a primeira etapa, pode-se explorar operações aritméticas, valores lógicos e bibliotecas. Uma atividade interessante seria programar a média anual escolar e imprimir “APROVADO” ou “EXAME” conforme o parâmetro estabelecido. Sugere-se que professor e estudantes explorem conceitos de potenciação, radiciação, frações, operações e fatoração de polinômios, função (polinomial, exponencial, logarítmica e trigonométrica), solução de equações, gráficos (poligonais, histograma, de barras e de setores).

A seguir é apresentado uma espécie de tutorial como forma de otimizar o tempo na elaboração das atividades, no entanto, se julgar necessário, o docente pode ir além dos exemplos aqui propostos ou reformulá-los.

Potenciação, radiciação e fração

```
>>> a = 2 ** 3 + 27 ** (1/3) # é o mesmo que 2 elevado a 3, mais 27 elevado a 1/3 (raiz cúbica de 27).
>>> #para fração é necessário importar biblioteca
>>> from fraction import Fraction
>>> a = Fraction(1, 4) # a = 1/4
>>> b = Fraction(2, 3) # b = 2/3
>>> soma = a + b
>>> subtracao = a - b
>>> multiplicacao = a * b
>>> divisao = a / b
>>> print(soma, subtracao, multiplicacao, divisao) # Imprime o resultado de cada operação, na forma de fração.
```

Operações com polinômios

```
>>> #Importa funções de operações com polinômios da biblioteca numpy
>>> from numpy import polyadd
>>> pol1 = [3, 4, 5] #polinômio de grau 2,  $3x^2 + 4x + 5$ 
>>> pol2 = [2, 3, 4] #polinômio de grau 2,  $2x^2 + 3x + 4$ 
>>> soma = polyadd(pol1, pol2)
>>> print(soma) #mostrará [5, 7, 9], coeficientes do resultado da soma dos polinômios pol1 e pol2.
Nesse caso:
>>> #seria  $5x^2 + 7x + 9$ .
```

Para subtração, multiplicação e divisão, no lugar de polyadd use polysub, polymul e polydiv respectivamente. No caso da divisão, por exemplo, $pol1 = x^2 - 9$ e $pol2 = x + 3$, o quociente da divisão de $pol1$ por $pol2$ é $x - 3$ e o resto é 0, o que será mostrado na tela após o comando print, é `(array([1., -3.]), array([0.]))`, representando o quociente e o resto da divisão, respectivamente.

Fatoração de polinômios

Nesse caso, o x aparece tanto na função, quanto na impressão, diferente da situação anterior que usava apenas os coeficientes. Para isso, é necessário importar das bibliotecas sympy e sympy.abc.

```
>>> from sympy.abc import x
>>> from sympy import factor
>>> fatorado1 = factor(2*x**2 + 4*x)
>>> fatorado2 = factor(x**3 - 8)
>>> print(fatorado1) # mostra na tela  $2*x*(x + 2)$ 
>>> print(fatorado2) # mostra na tela  $(x - 2)*(x**2 + 2*x + 4)$ 
```

Função: polinomial, exponencial, logarítmica e trigonométrica

No geral, é possível construir vários tipos de funções em Python. Aqui aborda-se apenas as funções estudadas no ensino médio. A sintaxe para função em Python é `def nome_funcao(var1,var2,...,varn)`, no caso, vamos trabalhar com função de uma variável.

```
>>> # Define uma função com variável x e retorna o valor 2x.
>>> def f(x):
>>>     return 2*x
>>>
>>> x = 7
>>> y = f(x) #chama a função f para x = 7
>>> print(y) #mostra na tela o valor 14
```

A sintaxe da função exponencial de base $a > 0$ e $a \neq 1$ é definida por:

```
>>> def f(a,x):
>>>     return a**x
>>>
>>> a = 2
>>> x = 10
>>> y = f(a,x) #chama a função f para a = 2 e x = 10
>>> print(y) #mostra na tela o valor 1024
```

Para as funções seno, cosseno e tangente, é necessário importar as funções `sin`, `cos`, `tan`, `pi` e `radians` da biblioteca `math`. Veja-se um exemplo com seno:

```
>>> from math import sin
>>> from math import pi
>>> from math import radians
>>>
>>> y = sin(pi/2) # valor em radiano
>>> z = sin(radians(30)) # valor convertido em graus
>>>
>>> print('{:.2f}'.format(y)) # Imprime o valor 1.00.
>>> print('{:.2f}'.format(z)) # Imprime o valor 0.50.
```

Para logaritmos procedemos da seguinte forma

```
>>> # Importa função logarítmica da biblioteca math
>>> from math import log
>>>
>>> # Sintaxe da função logarítmica de base a > 0 com a ≠ 1 e variável x.
>>> def f(x,a):
>>>     return log(x, a)
>>>
>>> a = 10
>>> x = 10000
>>> y = f(x, a)
>>> print(y) # Mostra na tela o valor 4.0.
```

Equação

Para a solução de equação, primeiramente observar se está igualada/comparada a zero, caso não esteja, é necessário que a expressão seja adaptada para que seja igualada/comparada a zero. Por exemplo,

$x+3=2 \Rightarrow x+3-2=0 \Rightarrow x+1=0$, expressão igualada a zero. A função a ser definida é $f(x)=x+1$.

$2x^2+3x>7 \Rightarrow 2x^2+3x-7>0$, expressão maior do que zero. A função a ser definida é $f(x)=2x^2+3x-7$.

```
>>> from sympy import Symbol
>>> from sympy import solve
>>>
>>> def f(x):
>>>     return x + 1
>>> x = Symbol('x')
>>> y = f(x)
>>> sol = solve(y)
>>> print('A solução da equação  $x + 1 = 0$  é  $x = {}$ '.format(sol))
```

Gráficos

Gráfico de linha

```
>>> import matplotlib.pyplot as plt
>>> x = [1, 2, 3, 4, 5] #Valores no eixo x
>>> y = [1000, 700, 850, 870, 900] #Valores no eixo y
>>> plt.title("Gráfico de vendas") #Título de gráfico
>>> plt.xlabel("mês") #Nomeia o eixo x
>>> plt.ylabel("Total de vendas em reais") #Nomeia o eixo y
>>> plt.plot(x, y) #Plota o gráfico usando valores de x e y
>>> plt.show() #Mostra o gráfico (limpo) na tela
```

Exemplo com vários gráficos e outros parâmetros

```
>>> import matplotlib.pyplot as plt
>>> x = [1,2,3,4,5,6]
>>> y1 = [3,5,10,20,4,7]
>>> y2 = [15, 13, 16, 10,12,14]
>>> y3 = [5,3,6,4,3,2]
>>> plt.title("Gráfico de Produção Mensal",color='blue',fontsize='15')
>>> plt.xlabel("Mês",fontsize='15')
>>> plt.ylabel("Total de Produção Mensal",fontsize='15')
>>> # Os novos parâmetros abaixo são cor, tipo de linha, tamanho, símbolo do ponto, e legenda,
respectivamente.
>>> plt.plot(x, y1, c = 'red', ls = '-', lw = '2', marker = 'o', label = 'Func 1')
>>> plt.plot(x, y2, c = 'blue', ls = '-.', lw = '2', marker = '^', label = 'Func 2')
>>> plt.plot(x, y3, c = 'green', ls = '--', lw = '2', marker = '*', label = 'Func 3')
>>> plt.legend() #Mostra a legenda.
>>> plt.show()
```

Gráfico de barras

```
>>> import matplotlib.pyplot as plt
>>> x = ['jan','fev','mar','abr','mai','jun']
>>> y = [15, 13, 16, 10,12,14]
>>> plt.title("Gráfico de Produção Mensal",color='green',fontsize='15')
>>> plt.xlabel("Mês",fontsize='15')
>>> plt.ylabel("Total de Produção Mensal",fontsize='15')
>>> plt.bar(x,y) #Para o caso de barras horizontais basta colocar plt.barh(x,y).
>>> plt.show()
```

Gráfico de setores

```
>>> import matplotlib.pyplot as plt
>>> quantidade_produtos = [8,18,14,7]
>>> produtos = ['Trigo','Soja','Arroz','Feijão']
>>> cor = ['m','r','b','g']
>>> plt.pie(quantidade_produtos,labels=produtos,colors=cor,autopct='%1f%%')
>>> plt.axis('equal') #Deixa o gráfico em formato circular
>>> plt.title('Gráfico de Produção')
>>> plt.legend(loc='upper left') #Ajusta a posição da legenda para melhor visualização
>>> plt.show()
```

Histograma

```
>>> import matplotlib.pyplot as plt
>>> idades=[65,26,67,50,47,73,1,58,2,94,12,22,12,95,25,13,61,41,24,95,3,71,53,24,23,44,83,30,
>>> 19,32,71,66,45,6,99,4,76,27,50,18,58,61,53,72,14,78,36,89,6,71,58,69,22,34,38,51,
>>> 71,83,22,22,36,44,16,58,20,49,28,55,21,26,23,41,21,95,18,63,55,2,61,81,39,20,39,
>>> 17,66,60,73,26,54,16,76,83,9,12,15,35,54,11,7,61]
>>> plt.title('Idades do Grupo',fontsize=15)
>>> plt.xlabel('Idade',fontsize=15)
>>> plt.ylabel('Frequência Absoluta',fontsize=15)
>>> plt.hist(idades,5,rwidth=0.99) #5 é o nº de classes/barras, rwith é o tamanho relativo das
barras
>>> plt.show()
```

Propõe-se que os estudantes, ao longo do desenvolvimento desta Unidade Curricular, resolvam problemas na plataforma [URI ONLINE JUDGE/beecloud](https://uri.onlinedjudge.com/). Os problemas podem ser selecionados conforme os conhecimentos prévios da turma.

A produção final pode ser a criação de um programa de gerenciamento financeiro de situações de vendas como cachorro quente, cupcake, bolo, salgadinhos, doces, dentre outros. A ideia é trabalhar com situações reais, como turmas que arrecadam fundos para formatura, por exemplo. Propõe-se a pesquisa de campo com objetivo de maximizar o lucro, usando a função quadrática, isto é, se o cupcake, que custava R\$ 7,00, passar para R\$ 6,00, quantas unidades a mais serão vendidas? É interessante que sejam vários casos de teste, e com esses dados, equacionar e resolver por meio de programação. Ainda pode ser gerado um gráfico contendo o lucro e os custos mensais da produção.

MMS

FONTES E MATERIAL DE APOIO

FONTE PRINCIPAL

Expressões aritméticas, relacionais e lógicas. Disponível em: <https://panda.ime.usp.br/cc110/static/cc110/02-expressoes.html>. Acesso em: 02 fev 2021.

MARCONDES, G. A. B. **Matemática com Python um guia prático**. 1ª ed. São Paulo: novatec, 2019.

URI ONLINE JUDGE PROBLEMS & CONTEST. Sítio eletrônico oficial. Disponível em: <https://www.urionlinejudge.com.br/judge/pt/login>. Acesso em: 02 fev 2021.

Python para download. Disponível em: <https://www.python.org/downloads/>. Acesso em: 02 fev 2021.

Biblioteca matplotlib. Disponível em: <https://matplotlib.org/stable/index.html>. Acesso em: 02 fev 2021.

Ambiente de desenvolvimento para Python. Disponível em: <https://thonny.org/>. Acesso em: 02 fev 2021.

MATERIAL DE APOIO

MENEZES, N. N. **Introdução à Programação com Python: Algoritmos e lógica de programação**. 3ª ed. Rio de Janeiro/São Paulo. Novatec, 2019.

Introdução à Computação com Python. Sítio eletrônico oficial. Disponível em: <https://panda.ime.usp.br/cc110/static/cc110/08-funcoes.html>. Acesso em: 02 fev 2021.

ENTREGA/ AVALIAÇÃO

A avaliação é processual formativa e supõe o desenvolvimento de todas as etapas desta atividade de aprendizagem.

O produto final científico, resultante do desenvolvimento das habilidades, pode ser uma organização de todas as pesquisas desenvolvidas no decorrer do semestre, releituras, infográficos, fichamentos, artigos, ensaios, seminário, e-book, estudo de caso, dentre outros.

Além da avaliação pelo professor, sugere-se que os colegas também possam avaliar de forma colaborativa o material produzido pela turma.

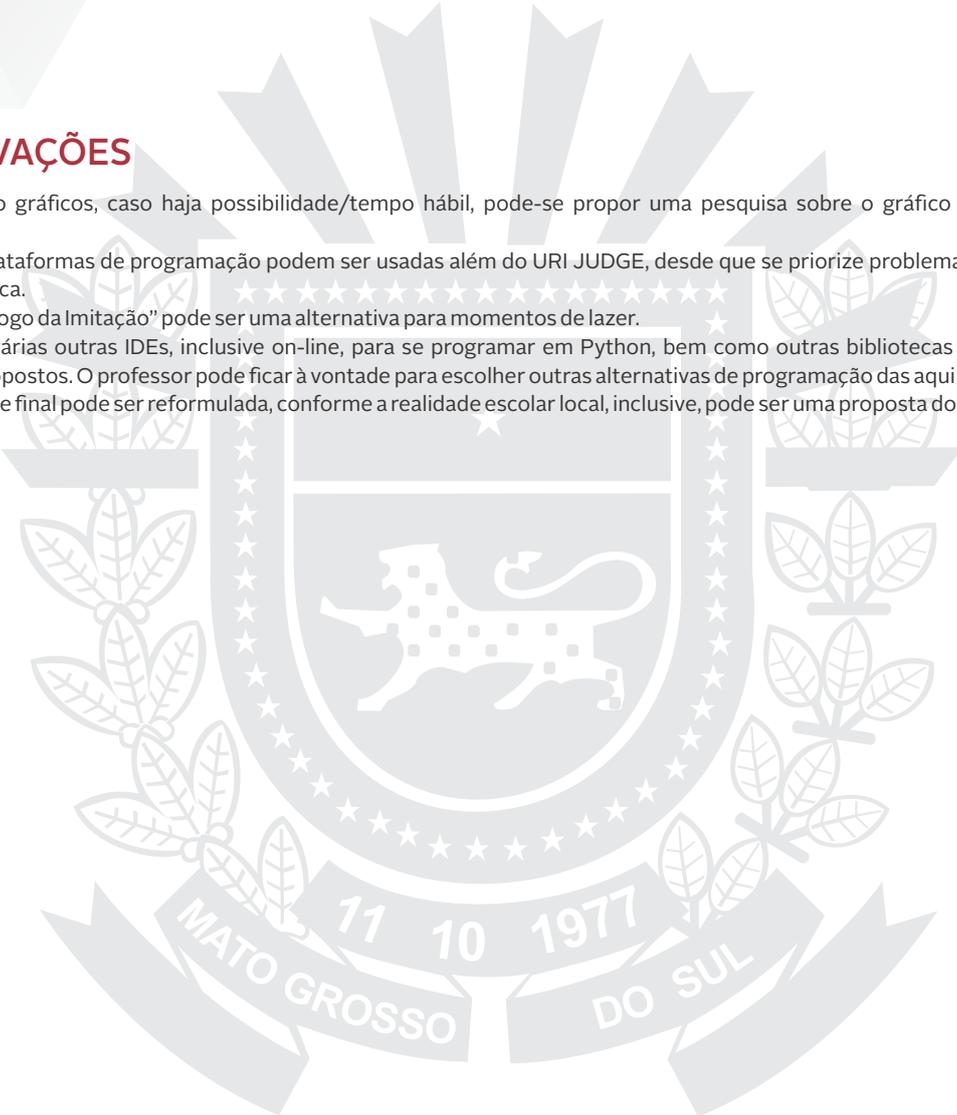
Ao avaliar, o professor deve verificar se os produtos finais:

- atendem ao tema delimitado;
- expressam de forma adequada as informações e a contextualização;
- apresentam justificativas e argumentos que sustentam a conclusão;
- pautam informações pertinentes e diversificadas;
- têm caráter autoral, ou seja, que não sejam cópias (plágios).

MMS

OBSERVAÇÕES

1. Na sessão gráficos, caso haja possibilidade/tempo hábil, pode-se propor uma pesquisa sobre o gráfico box plot como trabalho.
2. Outras plataformas de programação podem ser usadas além do URI JUDGE, desde que se priorize problemas envolvendo a matemática.
3. O filme “Jogo da Imitação” pode ser uma alternativa para momentos de lazer.
4. Existem várias outras IDEs, inclusive on-line, para se programar em Python, bem como outras bibliotecas que suprem os temas propostos. O professor pode ficar à vontade para escolher outras alternativas de programação das aqui propostas.
5. A atividade final pode ser reformulada, conforme a realidade escolar local, inclusive, pode ser uma proposta dos estudantes.



MATO GROSSO DO SUL

11 10 1977

MS

ÁREAS DO CONHECIMENTO

MATEMÁTICA E SUAS TECNOLOGIAS

ALÉM DO REAL, O IMAGINÁRIO

ALÉM DO REAL, O IMAGINÁRIO

APRESENTAÇÃO

Esta Unidade Curricular aborda conceitos da matemática que não estão explícitos na Formação Geral Básica, mas sua ideia vem ao encontro da proposta de aprofundamento e ampliação das aprendizagens, visto que relaciona habilidades de caráter algébrico e geométrico, do mesmo modo que desenvolve a parte histórica como recurso para a compreensão das representações simbólicas e da expansão dos números. O uso de software de geometria dinâmica é indicado para o estudo paralelo à álgebra, como suporte que agrega conceitos de vetores, polígonos regulares, dentre outros, facilitando a compreensão de conceitos puramente abstratos. As habilidades do eixo estruturante Investigação Científica são desenvolvidas por meio de pesquisas em que esses conceitos são aplicados na vida real, seja na engenharia, seja em outras áreas de conhecimento. Para isso, como produto final, propõe-se uma apresentação dos trabalhos/pesquisas em grupo.

COMPETÊNCIAS

4. Compreender e utilizar, com flexibilidade e precisão, diferentes registros de representação matemáticos (algébrico, geométrico, estatístico, computacional etc.), na busca de solução e comunicação de resultados de problemas.

OBJETIVOS

- Investigar, analisar e explorar conceitos matemáticos, envolvendo números complexos na forma abstrata e em aplicações, exercitando observações, deduções e produções escritas.

RELAÇÃO COM OUTRA(S) UNIDADE(S)

- Desvendando Problemas
- História da Matemática - pesquisa e (re)construção do conhecimento
- Teoremas e aplicações

CARGA HORÁRIA



Semestral - semanal (02 aulas)
carga horária total (40 aulas)

EIXOS ESTRUTURANTES RELACIONADOS



- Investigação científica.

COMPONENTES CURRICULARES E CONHECIMENTOS GERAIS ARTICULADOS



- Matemática: equações, potências, vetores e geometria analítica, polígonos regulares e trigonometria.

PERFIL DOCENTE



- Possuir licenciatura em Matemática.
- Experiências e/ou interesse do professor no campo de pesquisa e no uso das Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação (TDIC).

RECURSOS



- Acervo impresso ou digital de material de pesquisa.
- Computador com software de geometria dinâmica instalado.
- Lousa física, lousa digital ou datashow.

ORGANIZADOR CURRICULAR

EIXO ESTRUTURANTE: INVESTIGAÇÃO CIENTÍFICA

HABILIDADES

Habilidades dos Itinerários Formativos Associadas às Competências Gerais da BNCC:

(MS.EMIFCGo1) Identificar, selecionar, processar e analisar dados, fatos e evidências com curiosidade, atenção, criticidade e ética, inclusive utilizando o apoio de tecnologias digitais.

(MS.EMIFCGo3) Utilizar informações, conhecimentos e ideias resultantes de investigações científicas para criar ou propor soluções para problemas diversos.

Habilidades Específicas dos Itinerários Formativos Associadas ao Eixo Estruturante:

(MS.EMIFMATo3) Selecionar e sistematizar, com base em estudos e/ ou pesquisas (bibliográfica, exploratória, de campo, experimental etc.) em fontes confiáveis, informações sobre a contribuição da Matemática na explicação de fenômenos de natureza científica, social, profissional, cultural, de processos tecnológicos, identificando os diversos pontos de vista e posicionando-se mediante argumentação, com o cuidado de citar as fontes dos recursos utilizados na pesquisa e buscando apresentar conclusões com o uso de diferentes mídias.

OBJETOS DE CONHECI- MENTO

- Construção “informal” do conceito de números complexos, bem como seu tratamento geométrico e aplicativo.

SUGESTÕES DIDÁTICAS

Ao resolver equações de segundo grau, o estudante, em alguns casos, depara-se com o discriminante negativo e, com isso, não dá prosseguimento na resolução, já que o conjunto dos números reais não possui elementos com raiz quadrada de número negativo. Indo além dessa situação, propõe-se que os estudantes resolvam a seguinte equação do segundo grau $x^2 - 2x + 5 = 0$, ignorando o fato de o discriminante ser negativo. As soluções dessa equação serão da forma $(1 + 2\sqrt{-1})$ e $(1 - 2\sqrt{-1})$. Uma analogia sobre equações, que possuem soluções somente nos inteiros ou somente nos racionais, dá uma ideia de expansão dos conjuntos numéricos; nesse momento, é interessante propor uma pesquisa, com apresentação, sobre o contexto histórico dos números complexos, envolvendo personagens como Cardano, Bombelli, Gauss e Euler, protagonistas desse “novo” conceito. Para a parte teórica de definições e conceitos, recomenda-se que seja apresentado um material em PDF ou impresso para que os estudantes discutam durante as aulas com mediação do professor. Vídeos também podem ser usados como recurso. As operações aritméticas, bem como módulo e conjugado, podem ser trabalhados por meio de vetores com ou sem apoio de softwares de geometria dinâmica, tornando mais atraente o estudo, e, no caso das potências de i , é esperado que os estudantes conjecturem métodos, relacionados à divisibilidade por 4, para obtenção dos valores finais.

Convém a proposição da construção de um material de consulta, mas sob supervisão, seja físico ou virtual com tópicos de trigonometria, necessários para exploração da fórmula de De Moivre e suas aplicações. A recomendação é que esse resultado, tanto para potência quanto para raiz, seja conjecturado pelos estudantes a partir da forma trigonométrica de um número complexo. Os testes podem ser feitos a partir de expoentes 2, 3, 4, observando a aplicação das fórmulas de soma de arcos na trigonometria. No plano Argand-Gauss são esperadas novas deduções a respeito de que como as raízes possuem mesmo módulo, estão todas sobre uma circunferência com raio igual ao módulo; são igualmente espaciais seguindo uma progressão aritmética e, conseqüentemente, há relação com polígonos regulares. A sugestão é sempre evitar “dar as respostas”, mas não deixar que os estudantes se distanciem muito dos resultados esperados.

Problemas diversos, envolvendo conceitos de números complexos, podem ser propostos no decorrer de toda a Unidade como forma de estimular o raciocínio e a criatividade dos estudantes. No livro do Dante, vol. 3, página 197 (ver referências), encontram-se situações mais contextualizadas, o que contribui ainda mais para a busca pelas soluções.

Para o produto final, sugere-se uma apresentação sobre aplicações dos números complexos na vida real, em engenharia elétrica, física, geometria, dentre outros. Para isso, os estudantes podem organizar-se em grupos e utilizar qualquer recurso físico ou digital, de acordo com a realidade escolar local. Os conceitos envolvidos nas apresentações podem ir além da educação básica, mas como forma de dar sentido à construção do trabalho e levantar curiosidade de quem assiste, não cabendo aos apresentadores o pleno domínio de assuntos pontuais, como por exemplo, variáveis complexas.

FONTES E MATERIAL DE APOIO

FONTE PRINCIPAL

IEZZI, G. **Fundamentos da Matemática Elementar**. vol. 6. 8ª ed. São Paulo: Atual, 2013.
 LIMA, E. L.; WAGNER, E.; CARVALHO, P. C.; MORGADO, A. C. **A Matemática do Ensino Médio**. vol. 3. 7ª ed. Rio de Janeiro: SBM, 2016.
 DANTE, L. R. **Matemática : contexto & aplicações**. vol. 3. 3ª ed. São Paulo: Ática, 2016.

MATERIAL DE APOIO

NEVES, R. C. **Aplicações de Números Complexos em Geometria. Dissertação Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT)** - INSTITUTO NACIONAL DE MATEMÁTICA PURA E APLICADA, RIO DE JANEIRO, 2014.
 NEGRELI, A. O. C. **APLICAÇÕES DE NÚMEROS COMPLEXOS COM O SOFTWARE GEOGEBRA**. Dissertação Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT) - UNIVERSIDADE ESTADUAL DE MATO GROSSO DO SUL, DOURADOS, 2021.
 FRANCESCHINI, J. M. **POTENCIAÇÃO E RADICIAÇÃO DE NÚMEROS COMPLEXOS UMA ABORDAGEM GEOMÉTRICA**. Dissertação Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT) - UNIVERSIDADE FEDERAL DE MATO GROSSO DO SUL, TRÊS LAGOAS, 2020.
 FRANÇA, M. R. **NÚMEROS COMPLEXOS: ABORDAGENS ALTERNATIVAS, CONTEXTUALIZAÇÃO E APLICAÇÕES**. Dissertação Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT) - UNIVERSIDADE FEDERAL DE MATO GROSSO DO SUL, TRÊS LAGOAS, 2019.
 FERREIRA, J. **A Construção dos Números**. 3ª ed. Rio de Janeiro: SBM, 2013.
 FERNANDES, C. S.; BERNARDES Jr, N. C. **Introdução às Funções de uma Variável Complexa**. 5ª ed. Rio de Janeiro: SBM, 2019.

AVALIAÇÃO

ENTREGA/ AVALIAÇÃO

- A avaliação é processual formativa e supõe o desenvolvimento de todas as etapas desta atividade de aprendizagem.
- O produto final científico resultante do desenvolvimento das habilidades pode ser uma organização de todas as pesquisas desenvolvidas no decorrer do semestre, releituras, infográficos, fichamentos, artigos, ensaios, seminário, e-book, estudo de caso, dentre outros.
- Além da avaliação pelo professor, sugere-se que os colegas da turma também possam avaliar de forma colaborativa o material produzido.
- Ao avaliar, o professor deve verificar se os produtos finais:
 - a) atendem ao tema delimitado;
 - b) expressam de forma adequada as informações e a contextualização;
 - c) apresentam justificativas e argumentos que sustentam a conclusão;
 - d) pautam informações pertinentes e diversificadas;
 - e) têm caráter autoral, ou seja, que não sejam cópias (plágios).

OBSERVAÇÕES

1. Caso haja possibilidade, é recomendável que, na maioria das aulas, se utilize software de geometria dinâmica com um computador para cada dois estudantes, e uma lousa digital ou datashow.
2. Embora o produto final seja apresentado no último parágrafo, recomenda-se que as pesquisas envolvendo aplicações na vida real, bem como em outras áreas de conhecimento, sejam iniciadas sem demora para uma boa construção de trabalho final.
3. Se possível, propor aos estudantes que explorem ou criem jogos ou formas lúdicas de se aprender números complexos.
4. Procurar se distanciar ao máximo das aulas tradicionais que contemplavam o currículo anterior. Priorizar métodos de inovação no ensino.
5. Havendo tempo hábil, sugere-se que situações contextualizadas envolvendo polinômios, em termos de conceitos básicos, sejam exploradas no universo dos complexos.

ÁREAS DO CONHECIMENTO

MATEMÁTICA E SUAS TECNOLOGIAS

APRENDENDO CONECTIVOS LÓGICOS
POR MEIO DE PLANILHA ELETRÔNICA

APRENDENDO CONECTIVOS LÓGICOS POR MEIO DE PLANILHA ELETRÔNICA

APRESENTAÇÃO

Esta Unidade Curricular pretende, inicialmente, tratar dos conceitos básicos de raciocínio lógico por meio de planilha eletrônica como forma de dinamizar a aprendizagem. Dessa forma, os conectivos lógicos de conjunção, disjunção, disjunção exclusiva, condicional e bicondicional não são postos explicitamente como de costume. Observando regularidades na planilha, é possível que o estudante construa uma tabela verdade para cada um desses conectivos, ganhando autonomia para construir uma tabela verdade para proposições compostas. Após a consolidação dos conceitos iniciais, entra a parte da escrita, que se resume a expressar uma proposição composta escrita por símbolos em português e vice-versa, silogismo, predicados e quantificadores.

COMPETÊNCIAS

- Utilizar estratégias, conceitos, definições e procedimentos matemáticos para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente.
- Compreender e utilizar, com flexibilidade e precisão, diferentes registros de representação matemáticos (algébrico, geométrico, estatístico, computacional etc.), na busca de solução e comunicação de resultados de problemas.

OBJETIVOS

- Construir tabela verdade dos conectivos conjunção, disjunção, condicional, bicondicional e disjunção exclusiva e proposições compostas.
- Produzir e validar proposições compostas, usando operadores lógicos e matemáticos.

RELAÇÃO COM OUTRA(S) UNIDADE(S)

- Os desafios da Matemática no contexto das curiosidades, dica e passatempos
- Teoria dos Jogos: inspiração e estratégia na aprendizagem de Matemática
- Programando Matemática

CARGA HORÁRIA



Semestral - semanal (02 aulas)
carga horária total (40 aulas)

EIXOS ESTRUTURANTES RELACIONADOS



- Investigação Científica

COMPONENTES CURRICULARES E CONHECIMENTOS GERAIS ARTICULADOS



- Matemática (raciocínio lógico, expressões algébricas, operadores matemáticos)

PERFIL DOCENTE



- Possuir licenciatura em Matemática.
- Experiências e/ou interesse no campo de pesquisa.
- Conhecimento e/ou disposição para o uso de metodologias ativas e Tecnologias digitais de Informação e Comunicação (TDIC).

RECURSOS



- Computador, smartphone ou tablet com planilha eletrônica instalada.
- Lousa física ou digital.
- Acervo impresso ou digital de material de pesquisa.

ORGANIZADOR CURRICULAR

EIXO ESTRUTURANTE: INVESTIGAÇÃO CIENTÍFICA

HABILIDADES

- **Habilidades dos Itinerários Formativos Associadas às Competências Gerais da BNCC:**

(MS.EMIFCGo1) Identificar, selecionar, processar e analisar dados, fatos e evidências com curiosidade, atenção, criticidade e ética, inclusive utilizando o apoio de tecnologias digitais.

(MS.EMIFCGo2) Posicionar-se com base em critérios científicos, éticos e estéticos, utilizando dados, fatos e evidências para respaldar conclusões, opiniões e argumentos, por meio de afirmações claras, ordenadas, coerentes e compreensíveis, sempre respeitando valores universais, como liberdade, democracia, justiça social, pluralidade, solidariedade e sustentabilidade.

- **Habilidades Específicas dos Itinerários Formativos Associadas ao Eixo Estruturante:**

(MS.EMIFMATo1) Investigar e analisar situações-problema identificando e selecionando conhecimentos matemáticos relevantes para uma dada situação, elaborando modelos para sua representação.

(MS.EMIFMATo2) Levantar e testar hipóteses sobre variáveis que interferem na explicação ou resolução de uma situação-problema elaborando modelos com a linguagem matemática para analisá-la e avaliar sua adequação em termos de possíveis limitações, eficiência e possibilidades de generalização.

OBJETOS DE CONHECIMENTO

- Expressões algébricas;
- Operadores matemáticos: adição, subtração, multiplicação, divisão, igualdade, desigualdade, diferença;
- Conectivos lógicos: conjunção, disjunção, disjunção exclusiva, condicional e bicondicional;
- Tabela verdade;
- Quantificadores e predicados.

SUGESTÕES DIDÁTICAS

Primeira parte

Começamos explorando as funções internas da planilha eletrônica referente aos conectivos lógicos “e” e “ou”, usando 3 colunas. As duas primeiras, contendo valores lógicos VERDADEIRO ou FALSO e a terceira terá seu valor de acordo com a função usada. Espera-se que os estudantes descubram todas as possibilidades de verdadeiro e falso e construam uma tabela verdade para cada caso. A formalização se desenvolve conforme se avança nos conceitos, ou seja, de modo geral, usar as letras p e q para representar as premissas e os símbolos \wedge e \vee para representar os conectivos “e” e “ou” respectivamente. Para o produto final desses casos são esperadas tabelas como abaixo:

| | A | B | C |
|---|------------|------------|--------------|
| 1 | p | q | $p \wedge q$ |
| 2 | VERDADEIRO | VERDADEIRO | VERDADEIRO |
| 3 | VERDADEIRO | FALSO | FALSO |
| 4 | FALSO | VERDADEIRO | FALSO |
| 5 | FALSO | FALSO | FALSO |

| | A | B | C |
|---|------------|------------|------------|
| 1 | p | q | $p \vee q$ |
| 2 | VERDADEIRO | VERDADEIRO | VERDADEIRO |
| 3 | VERDADEIRO | FALSO | VERDADEIRO |
| 4 | FALSO | VERDADEIRO | VERDADEIRO |
| 5 | FALSO | FALSO | FALSO |

Inicialmente, o condicional pode ser explorado usando o cálculo da média anual escolar, por exemplo, o comando a seguir apresenta uma condição que se for satisfeita retorna Aprovado, caso contrário, retorna Exame: **=SE(média >= 6; “Aprovado”; “Exame”)**. Qualquer outra condição pode ser criada, bem como os possíveis retornos. Nesse momento, os estudantes podem exercitar sua criatividade. Uma possível estratégia para a construção da tabela verdade do condicional seria começando a construir a tabela verdade para a proposição $\neg p \vee q$, nesse caso, usa-se a função **=NÃO()**. Durante o processo, recomenda-se utilizar quatro colunas, e a tabela final, organizada em três colunas.

| | A | B | C |
|---|------------|------------|-----------------------------------|
| 1 | p | q | $\neg p \vee q$ |
| 2 | VERDADEIRO | VERDADEIRO | VERDADEIRO |
| 3 | VERDADEIRO | FALSO | FALSO |
| 4 | FALSO | VERDADEIRO | VERDADEIRO |
| 5 | FALSO | FALSO | VERDADEIRO |

Preencher a quarta coluna, D, com o código: **=SE(E(A2=VERDADEIRO;B2=FALSO);FALSO;VERDADEIRO)** e desafiar os estudantes a analisar e explicar porque as colunas C e D, em termos de valores lógicos, são idênticas. Essa verificação deve ser feita exclusivamente por meio da análise solicitada. Note que a sintaxe continua a mesma, mas nesse caso foi invertido, propositalmente, VERDADEIRO com FALSO. A partir daí é possível criar um novo símbolo, \rightarrow , para representar o condicional e inserir o conceito de equivalência lógica, que no caso seria $\neg p \vee q \equiv p \rightarrow q$ e construir a tabela verdade para $p \rightarrow q$. Da mesma forma é possível comparar $p \rightarrow q$ com $\neg q \rightarrow \neg p$ (contrapositiva).

A partir da tabela acima é possível de se construir a tabela verdade para a seguinte proposição $(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$, e, olhando para essa disposição nota-se que a seta sai e chega para ambas as proposições, assim é razoável (espera-se) que se define uma notação mais simplificada, $p \leftrightarrow q$, ou seja, $(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p) \equiv p \leftrightarrow q$.

Preferencialmente, introduzir a conjunção exclusiva por meio de discussões sobre a validade da proposição composta, (se João é carioca, então João é campo grandense) ou (se João é campo grandense, então João é carioca), em relação a possibilidade de nenhuma proposição simples ser verdadeira e somente uma ser verdadeira, já que João nasceu somente em uma cidade e, conseqüentemente, a inconsistência de ambas serem verdadeiras. Criar um símbolo, “ \oplus ”, para representar a relação exclusiva entre duas proposições “**p**” e “**q**” e construir a tabela verdade. Observação: Existe a função **=XOR()** para disjunção exclusiva.

Após consolidados os conectivos é razoável sugerir uma pesquisa sobre a tabela verdade da negação de cada um deles e, conseqüentemente, realizar sua construção. É recomendável que os estudantes tenham organizadas em seus cadernos todas as tabelas verdade estudadas.

Segunda parte

Sugerir atividades do tipo:

1. Sejam as proposições p: João é gaúcho e q: Jaime é paulista. Traduzir para a linguagem corrente as seguintes proposições:

a) $\neg(p \wedge q)$ b) $p \rightarrow \neg q$

2. Traduzir para a linguagem simbólica as seguintes proposições matemáticas:

a) $(x + y = 0 \text{ e } z > 0) \text{ ou } z = 0$ b) $\text{se } x < 2 \text{ então } x = 1 \text{ ou } x = 0$

3. Determinar o valor lógico de cada uma das seguintes proposições:

a) $3 + 2 = 7 \text{ e } 5 + 5 = 10$ b) $\text{ou Londres é a capital da Itália}$ c) $\text{se } 3 + 2 = 6 \text{ então } 4 + 4 = 9$
 d) $-1 < -2 \leftrightarrow \pi^2 < 20$

4. Analise o seguinte:

Todo homem é mamífero.

Toda baleia é mamífero.

Logo, homem é baleia.

Há algo de errado com a conclusão? O argumento é consistente? Saber silogismo ajudaria a responder a essas perguntas?

Terceira parte

Predicados

Um modo de se abordar esse conceito seria:

Na sentença " $x > 3$ ", é possível estabelecer um sujeito? E um predicado? Norteie o estudante, sem explicitar o significado, para que se conclua que " x " é o sujeito e que " x é maior do que 3" é o predicado. Utilizando expressão algébrica é possível escrever $P(x): x > 3$, isto é, " x é maior do que 3" é representado por $P(x)$, em que P indica o predicado e x a variável.

Quantificadores

Para o início dessa parte, é sugerida pesquisa relacionando quantificadores universais e existenciais com os conectivos estudados, é recomendável que cada estudante tenha um caderno de anotações bem como as datas em que as pesquisas/estudos foram realizados.

Ficará a cargo do docente propor atividades, assim como propostas na segunda parte.

O produto final científico, resultante do desenvolvimento das habilidades, pode ser uma resenha crítica, releituras, fichamentos, artigos, ensaios, vídeo, seminário, resumos expandidos, e-book, estudo de caso, dentre outros.

FONTES E MATERIAL DE APOIO

FONTE PRINCIPAL

Funções lógicas. Microsoft, 2019. Disponível em: <https://support.microsoft.com/pt-br/office/fun%C3%A7%C3%B5es-l%C3%B3gicas-refer%C3%Aancia-e093c192-278b-43f6-8c3a-b6ce299931f5>. Acesso em 29 de junho de 2020.

ROSEN, K. H. **Matemática discreta e suas aplicações**. 6. ed. São Paulo: Mc. Graw-Hill, 2009. cap. 1, p. 1-62.

FILHO, E. A. **Iniciação à lógica matemática**. 21. ed. São Paulo: Editora Nobel, 2017.

IEZZI, G.; MURAKAMI, C. **Fundamentos da Matemática Elementar**. 9. ed. São Paulo: Atual, 2013. cap. 1, p. 1-15.

MATERIAL DE APOIO

BÓSON TREINAMENTOS. **Curso de Excel 2016 Básico – Funções Lógicas E, OU e NÃO**. 2018. Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=6Sw3DTNirO4>. Acesso em 29 de junho de 2020.

UNIVESP. **Fundamentos Matemáticos da Computação – Aula 04 – Lógica de Predicados**. Disponível em: https://www.youtube.com/watch?v=JVdRaJ5_tc. Acesso em 29 de junho de 2020.

EQUACIONA COM PAULO PEREIRA. **LÓGICA: QUANTIFICADORES**. Disponível em: https://www.youtube.com/watch?v=h_TMnWbl9pg. Acesso em 29 de junho de 2020.

MORGADO, A. C.; BENJAMIM, C. **Raciocínio Lógico-quantitativo: Série Provas e Concursos**. 4. ed. São Paulo: Elsevier, 2009.

MORAIS, J. L. **Matemática e Lógica Para Concursos**. 1. ed. São Paulo: Saraiva, 2012.

ENTREGA/ AVALIAÇÃO

A avaliação é processual e supõe o desenvolvimento de todas as etapas desta atividade de aprendizagem. Além da avaliação pelo professor, sugere-se que os colegas da turma também possam avaliar de forma colaborativa o material produzido.

Ao avaliar, o professor deve verificar se os produtos finais:

- a) atendem ao tema delimitado;
- b) expressam de forma adequada as informações e a contextualização;
- c) apresentam justificativas e argumentos que sustentam a conclusão;
- d) pautam informações pertinentes e diversificadas;
- e) têm caráter autoral, ou seja, que não sejam cópias (plágios).

OBSERVAÇÕES

1. Esta Unidade curricular supõe o uso de planilhas eletrônicas, no entanto, pode acontecer de ser inviável de se trabalhar com essa tecnologia. Nesse caso, orienta-se, para a primeira parte, uma abordagem na forma de pesquisa bibliográfica ou material impresso, em que o estudante aprenderá e organizará, conforme seu entendimento, conhecimentos sobre os conectivos lógicos e as tabelas verdade. Para esse processo, sugere-se que o estudante seja acompanhado pelo professor, para garantir o prosseguimento e a segurança em relação à compreensão e escrita dos conceitos.
2. As atividades apresentadas servem para nortear o trabalho, fica a cargo do professor selecionar e organizar proposições conforme a realidade da turma.
3. O tema pode ser enriquecido com questões históricas e filosóficas em relação à lógica, contemplando a interdisciplinaridade.

MMS

ÁREAS DO CONHECIMENTO

MATEMÁTICA E SUAS TECNOLOGIAS

DESVENDANDO PROBLEMAS

DESVENDANDO PROBLEMAS

APRESENTAÇÃO

Esta Unidade Curricular é direcionada à resolução de problemas envolvendo Matemática. O foco é estimular a estratégia, a criatividade, o pensamento crítico, o *insight*, dentre outros, como forma de o estudante desenvolver a autonomia para resolver problemas que tendem a ser desafiadores tanto em aplicações no mundo real, quanto em situações como as olimpíadas, que abrem portas para pesquisas mais aprofundadas sobre os assuntos abordados na matemática. Por se tratar de um total de 40 aulas, serão priorizados problemas sobre aritmética, contagem e geometria.

COMPETÊNCIAS

1. Utilizar estratégias, conceitos, definições e procedimentos matemáticos para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente.

OBJETIVOS

- Fomentar o prazer pela Matemática por meio de problemas intrigantes.
- Desenvolver a habilidade de resolver problemas de Matemática.

RELAÇÃO COM OUTRA(S) UNIDADE(S)

- Além do real, o imaginário
- História da Matemática - pesquisa e (re)construção do conhecimento
- Teoremas e aplicações

CARGA HORÁRIA



Semestral - semanal (02 aulas)
carga horária total (40 aulas)

EIXOS ESTRUTURANTES RELACIONADOS



- Investigação Científica
- Processos Criativos

COMPONENTES CURRICULARES E CONHECIMENTOS GERAIS ARTICULADOS



- Matemática: (Aritmética, Matemática Discreta e Geometria)

PERFIL DOCENTE



- Possuir Licenciatura em Matemática.
- Experiências e/ou interesse do professor no campo de pesquisa.
- Conhecimento e/ou disposição para o uso de metodologias ativas e Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação (TDIC).

RECURSOS



- Acervo impresso ou digital de material de pesquisa
- Lousa física ou digital

ORGANIZADOR CURRICULAR

EIXO ESTRUTURANTE: INVESTIGAÇÃO CIENTÍFICA

HABILIDADES

Habilidades dos Itinerários Formativos Associadas às Competências Gerais da BNCC:

(MS.EMIFCGo1) Identificar, selecionar, processar e analisar dados, fatos e evidências com curiosidade, atenção, criticidade e ética, inclusive utilizando o apoio de tecnologias digitais.

(MS.EMIFCGo2) Posicionar-se com base em critérios científicos, éticos e estéticos, utilizando dados, fatos e evidências para respaldar conclusões, opiniões e argumentos, por meio de afirmações claras, ordenadas, coerentes e compreensíveis, sempre respeitando valores universais, como liberdade, democracia, justiça social, pluralidade, solidariedade e sustentabilidade.

Habilidades Específicas dos Itinerários Formativos Associadas ao Eixo Estruturante:

(MS.EMIFMATo1) Investigar e analisar situações problema identificando e selecionando conhecimentos matemáticos relevantes para uma dada situação, elaborando modelos para sua representação.

(MS.EMIFMATo2) Levantar e testar hipóteses sobre variáveis que interferem na explicação ou resolução de uma situação-problema elaborando modelos com a linguagem matemática para analisá-la e avaliar sua adequação em termos de possíveis limitações, eficiência e possibilidades de generalização.

EIXO ESTRUTURANTE: PROCESSOS CRIATIVOS

HABILIDADES

Habilidades dos Itinerários Formativos Associadas às Competências Gerais da BNCC:

(MS.EMIFCGo5) Questionar, modificar e adaptar ideias existentes e criar propostas, obras ou soluções criativas, originais ou inovadoras, avaliando e assumindo riscos para lidar com as incertezas e colocá-las em prática.

Habilidades Específicas dos Itinerários Formativos Associadas aos Eixos Estruturantes:

(MS.EMIFMATo5) Selecionar e mobilizar intencionalmente recursos criativos relacionados à Matemática para resolver problemas de natureza diversa, incluindo aqueles que permitam a produção de novos conhecimentos matemáticos, comunicando com precisão suas ações e reflexões relacionadas a constatações, interpretações e argumentos, bem como adequando-os às situações originais.

OBJETOS DE CONHECI- MENTO

- Sequências numéricas, números primos, divisibilidade, mmc e mdc.
- Princípio fundamental da contagem, permutações, combinações simples, completas e circulares.
- Comprimento, áreas e volumes.

SUGESTÕES DIDÁTICAS

Esta unidade curricular propõe que haja equilíbrio entre auxiliar o estudante e deixá-lo fazer o trabalho, posto que, a busca por uma solução deve partir da necessidade individual ou do grupo. Mesmo com dicas, pode acontecer após exaustivas tentativas, de não haver avanço na solução de um determinado problema. Nesse momento, o professor pode exercer a presença pedagógica de modo discreto, para que se possa prosseguir, priorizando o protagonismo. A forma como se desenvolve um problema é essencial, por isso, a abordagem maçante pode tornar a situação difícil. Contextualizar, trabalhar com materiais concretos ou tecnológicos, propor leituras direcionadas, dentre outros, podem instigar a curiosidade e a imaginação criativa sobre o assunto e, conseqüentemente, a busca de soluções. Recomenda-se propor, gradativamente, investigações e pesquisas para os estudantes, a fim de adquirir os requisitos necessários para a resolução de determinados problemas. É importante observar que não há uma fórmula matemática de resolução para todos os problemas, no entanto, é possível desenvolver a habilidade de resolvê-los.

Alguns exemplos serão apresentados adiante, entretanto, caberá ao docente a sistematização e a organização das atividades de resolução de problemas de acordo com a realidade local, bem como dosar o nível de aprofundamento.

Aritmética

O primeiro e o segundo problema podem ser propostos para os estudantes resolverem em sala, o terceiro pode demandar investigação/pesquisa, que pode ser feita usando os recursos da biblioteca da escola ou a internet, caso seja possível. Após resolverem os problemas, os estudantes podem trocar entre eles as soluções propostas, para que possam analisar e colaborar entre si, fazendo revisão das hipóteses e sugerindo possíveis ideias ou corrigindo erros encontrados. Feito isso, os estudantes farão uma revisão de suas atividades com as respectivas contribuições:

1. Dispõe-se de 24 palitos. Usando todos os palitos forma-se um quadrado 3×3 . Como todos os palitos foram usados, é possível notar pelo menos 9 quadrados 1×1 internos ao quadrado maior.
 - a) Quantos palitos precisamos usar para formar um quadrado 4×4 ?
 - b) Qual o lado do maior quadrado que se consegue formar com 100 palitos? Se sobram palitos, determine quantos.
 - c) Crie uma fórmula para formar um quadrado com n palitos.
 - d) Após a solução do problema, escreva em um parágrafo os caminhos, pensamentos, ideias, reflexões e descobertas que surgiram no processo de construção e resolução da atividade.

Adaptado - Banco de Questões OBMEP 2015 página 16.

Contagem

Os problemas abaixo podem ser apresentados nos primeiros momentos, mas não significa que sua solução será imediata. Um problema pode demandar mais estudos, assim, uma possível estratégia seria abordar problemas semelhantes, porém, mais simples. Segundo G. Polya, “Considere a incógnita! E procure pensar num problema conhecido que tenha a mesma incógnita ou outra semelhante”.

1. Quantos são os anagramas da palavra “BÚLGARO” que não possuem duas vogais adjacentes?
 - a) Exiba alguns desses anagramas.
 - b) Exiba alguns anagramas que não satisfazem o enunciado.
 - c) A partir de problema(s) correlato(s) mais simples, descreva as semelhanças entre os problemas e crie uma estratégia de resolução a partir das relações entre os problemas.
2. (AIME 2007) Uma mãe compra 5 pratos azuis, 2 pratos vermelhos, 2 pratos verdes e 1 prato laranja. Quantas maneiras existem para ela arrumar esses pratos para o jantar em torno de sua mesa circular, se ela não quer que os dois pratos verdes sejam adjacentes? Em que implica o fato da mesa ser circular? Influência na resolução?

Caso haja tempo hábil, recomenda-se uma pesquisa sobre o Teorema de Stifel e o Teorema das Linhas com aplicação para o seguinte problema: De quantas formas é possível ser aberto um salão com 8 portas?

Geometria

O tema geometria é muito amplo, dessa forma, sugerem-se problemas e pesquisas envolvendo áreas e perímetros de triângulos e quadriláteros, cevianas, polígonos inscritos e circunscritos a uma circunferência, visão espacial e prismas. Segue um exemplo:

Encontre o comprimento da diagonal de um paralelepípedo reto retângulo de dimensões a , b , c .

Esse problema pode parecer simples, mas o intuito é explorar o conhecimento prévio do estudante por meio de correlação. Nesse caso seria possível identificar o triângulo retângulo no paralelepípedo e calcular a hipotenusa.

Problemas sem solução e problemas em aberto

Trabalhar com problemas que não possuem soluções e problemas em aberto pode enriquecer esta Unidade Curricular, já que muitas teorias foram criadas durante as tentativas de se resolverem problemas, mesmo sem solução.

O problema das sete pontes de Königsberg, como exemplo de problema sem solução, e a Conjectura de Goldbach, como exemplo de problema em aberto, podem ser temas para que os estudantes pesquisem e apresentem, por escrito, ou por vídeo, ou mesmo em sala, os avanços, as condições (caso existam) para que se tenha uma solução acerca desses problemas.

Para o produto final é sugerido que os estudantes organizem-se de forma individual ou em grupos para investigar e construir uma situação-problema que contenha os seguintes itens: enunciado claro e preciso, ser desafiador e criativo, ser possível de solução e observável na realidade. As produções podem abordar a modelagem de situações da comunidade escolar, por meio de conhecimentos matemáticos, que podem ser apresentadas utilizando infográficos, seminário, estudo de caso, tendo como recursos materiais concretos, impressos ou digitais.

FONTES E MATERIAL DE APOIO

FONTE PRINCIPAL

OLIMPIADA BRASILEIRA DE MATEMÁTICA DAS ESCOLAS PÚBLICAS. Sítio eletrônico oficial. Disponível em: <http://www.obmep.org.br/>. Acesso em 18 de junho. 2020.

Portal da Matemática OBMEP. Sítio eletrônico oficial. Disponível em:

<https://portaldaoimpep.impa.br/index.php/site/index?a=1>. Acesso em 03 de junho. 2020.

Polya, George. **A Arte de Resolver Problemas.** 1ª edição. Rio de Janeiro: Editora Interciência, 2006.

Carvalho, Paulo César. **Métodos de Contagem e Probabilidade.** Disponível em:

<http://www.obmep.org.br/apostilas.htm>. Acesso em: 22 de junho. 2020.

MATERIAL DE APOIO

Lima, Elon Lages. **Matemática e Ensino.** 3ª edição. Rio de Janeiro. Sociedade Brasileira de Matemática, 2007.

Lima, Elon Lages; Carvalho, Paulo Cezar Pinto; Wagner, Eduardo; Morgado, Augusto César. **A Matemática do Ensino Médio Volume 2.** 6ª edição. Rio de Janeiro. Sociedade Brasileira de Matemática, 2006.

ZILIO, Anderson. **RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS OLÍMPICOS ATRAVÉS DA COMBINATÓRIA E O PRINCÍPIO DA CASA DOS POMBOS.** 2019. Dissertação (Mestrado) - UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARIANA CAMPUS FLORIANÓPOLIS, Florianópolis, 2019.

Clubes de Matemática da OBMEP. Sítio eletrônico oficial. Disponível em: <http://clubes.obmep.org.br/blog/>. Acesso em: 23 de junho. 2020.

Problemas e Soluções AIME. Disponível em:

https://artofproblemsolving.com/wiki/index.php/AIME_Problems_and_Solutions. Acesso em: 23 de junho. 2020.

ENTREGA/ AVALIAÇÃO

A avaliação é processual formativa e supõe o desenvolvimento de todas as etapas desta atividade de aprendizagem.

O produto final científico resultante do desenvolvimento das habilidades pode ser uma organização de todas as pesquisas desenvolvidas no decorrer do semestre, infográficos, seminário, estudo de caso.

Além da avaliação pelo professor, sugere-se que os colegas da turma também possam avaliar de forma colaborativa o material produzido pela turma.

Ao avaliar, o professor deve verificar se os produtos finais:

- atendem ao tema delimitado;
- expressam de forma adequada as informações e a contextualização;
- apresentam justificativas e argumentos que sustentam a conclusão;
- pautam informações pertinentes e diversificadas;
- têm caráter autoral, ou seja, que não sejam cópias (plágios).

OBSERVAÇÕES

Não existe uma sequência para os temas propostos, cada parte pode ser contemplada de forma conveniente ou concomitantemente, já que existem situações que exigem vários conhecimentos para um único problema.



ÁREAS DO CONHECIMENTO

MATEMÁTICA E SUAS TECNOLOGIAS

DESCOMPLICANDO O R

DESCOMPLICANDO O R

APRESENTAÇÃO

Esta Unidade Curricular utiliza como recurso pedagógico principal o software R, uma poderosa ferramenta estatística para realização de cálculos diversos, manipulação de dados em massa, construção de gráficos, dentre outros. Para a realização desta proposta, são sugeridas atividades em ambientes como a sala de tecnologia ou laboratório de informática, em que os estudantes são colocados numa postura ativa por meio de grupos de trabalhos, discussões, pesquisas, coleta de dados, produções autorais, apresentações, bem como propõem soluções para problemas de caráter social.

São apresentados diversos comandos do software R como exemplos de aplicação e utilização de conceitos da matemática, e referências variadas de tutoriais com o objetivo de enriquecer as abordagens, caso haja possibilidade. Temas específicos de Probabilidade e Estatística, bem como comandos do software R, que necessitam de conhecimento e compreensão para o andamento das atividades, podem ser explorados por meio de pesquisa, de videoaula ou pesquisa com apresentações. Basicamente, são abordados conceitos de variáveis no R, aritmética, vetores, matrizes/tabelas, resolução de problemas e gráficos variados. Para o produto final, recomenda-se uma pesquisa no site da Olimpíada Brasileira de Matemática nas Escolas Públicas (OBMEP) onde os estudantes podem coletar os dados de participações e premiações em anos anteriores na OBMEP. Para desenvolver a atividade, é possível construir gráficos, realizar apresentações, chegar a conclusões e propor possíveis melhorias.

COMPETÊNCIAS

3. Utilizar estratégias, conceitos, definições e procedimentos matemáticos para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente.

4. Compreender e utilizar, com flexibilidade e precisão, diferentes registros de representação matemáticos (algébrico, geométrico, estatístico, computacional etc.), na busca de solução e comunicação de resultados de problemas.

OBJETIVOS

- Conhecer e utilizar o software R como recurso para sistematização e apresentação de dados de amostras estatísticas.
- Realizar coleta de dados e pesquisas de conceitos estatísticos nas mídias e internet.
- Identificar e resolver problemas no contexto computacional do software R e sociais.

RELAÇÃO COM OUTRA(S) UNIDADE(S)

- Sorte ou matemática?
- Do anormal para a Normal
- Um olhar social aos dados estatísticos

CARGA HORÁRIA



Semestral - semanal (02 aulas)
carga horária total (40 aulas)

EIXOS ESTRUTURANTES RELACIONADOS



- Investigação Científica
- Processos Criativos

COMPONENTES CURRICULARES E CONHECIMENTOS GERAIS ARTICULADOS



- Matemática: Estatística,
Computação e Ciência de Dados

PERFIL DOCENTE



- Possuir licenciatura em Matemática.
- Experiências e/ou interesse do professor no campo de pesquisa e no uso das Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação (TDIC).

RECURSOS



- Acervo impresso ou digital de material de pesquisa.
- Computador com software R instalado.
- Lousa física, lousa digital ou datashow.

ORGANIZADOR CURRICULAR

EIXO ESTRUTURANTE: INVESTIGAÇÃO CIENTÍFICA

HABILIDADES

Habilidades dos Itinerários Formativos Associadas às Competências Gerais da BNCC:

(MS.EMIFCG01) Identificar, selecionar, processar e analisar dados, fatos e evidências com curiosidade, atenção, criticidade e ética, inclusive utilizando o apoio de tecnologias digitais.

(MS.EMIFCG02) Posicionar-se com base em critérios científicos, éticos e estéticos, utilizando dados, fatos e evidências para respaldar conclusões, opiniões e argumentos, por meio de afirmações claras, ordenadas, coerentes e compreensíveis, sempre respeitando valores universais, como liberdade, democracia, justiça social, pluralidade, solidariedade e sustentabilidade.

(MS.EMIFCG03) Utilizar informações, conhecimentos e ideias resultantes de investigações científicas para criar ou propor soluções para problemas diversos.

Habilidades Específicas dos Itinerários Formativos Associadas ao Eixo Estruturante:

(MS.EMIFMAT01) Investigar e analisar situações-problema identificando e selecionando conhecimentos matemáticos relevantes para uma dada situação, elaborando modelos para sua representação.

(MS.EMIFMAT02) Levantar e testar hipóteses sobre variáveis que interferem na explicação ou resolução de uma situação-problema elaborando modelos com a linguagem matemática para analisá-la e avaliar sua adequação em termos de possíveis limitações, eficiência e possibilidades de generalização.

(MS.EMIFMAT03) Selecionar e sistematizar, com base em estudos e/ou pesquisas (bibliográfica, exploratória, de campo, experimental etc.) em fontes confiáveis, informações sobre a contribuição da Matemática na explicação de fenômenos de natureza científica, social, profissional, cultural, de processos tecnológicos, identificando os diversos pontos de vista e posicionando-se mediante argumentação, com o cuidado de citar as fontes dos recursos utilizados na pesquisa e buscando apresentar conclusões com o uso de diferentes mídias.

OBJETOS DE CONHECI- MENTO

- Conceitos de Probabilidade e Estatística.
- Variável homogênea unidimensional (vetor) e Matriz.
- Variáveis, no software R.
- Resolução de problemas por meio do software R.
- Sistematização de dados.

SUGESTÕES DIDÁTICAS

Como pré-requisito para o desenvolvimento desta Unidade Curricular, é necessário que os computadores da sala de tecnologia ou do laboratório de informática estejam com o software R instalado. Caso não estejam, é preciso acessar os sites <https://www.r-project.org/> e <http://www.rstudio.com/> para realizar o download e a instalação de acordo com o sistema operacional das máquinas. O último site fornece uma interface para o R, o RStudio, como recurso que torna mais simples e prática a abordagem. Após as instalações, é esperado que ao executar o RStudio a tela seja semelhante como em https://biocorecrg.github.io/CRG_RIntroduction_2021/rstudio-interface.html. Será utilizado apenas o campo console para as instruções.

A seguir, é apresentada uma série de comandos abrangendo desde cálculos simples até construções de gráficos. Para cada situação, é recomendável que o professor simule no seu planejamento os códigos, consolidando a interação com o RStudio ou até mesmo para propor formas alternativas de atividades/abordagens. Ao longo desta sugestão didática, estão propostos vários momentos de pesquisa para os estudantes como forma de fomentar o autoconhecimento, a autonomia, a pró-atividade, a criatividade e o engajamento com o próximo. Nas construções da curva Normal e do box plot é necessária a compreensão de algumas medidas como média, mediana, desvio padrão e quartis, que pode ser atendida por meio de vídeos na sala de tecnologia ou laboratório de informática, ou por pesquisas bibliográficas, gerando apresentações em sala desses conceitos pelos estudantes.

Introdução

Inicialmente, convém explorar em R os conceitos básicos da matemática. As operações como adição, subtração, multiplicação, divisão, potência e raiz quadrada podem ser realizadas utilizando +, -, *, /, ^ e sqrt() respectivamente, por exemplo, ao digitar 8/4 e dar enter, o resultado será 2, da mesma forma, 3^3 o resultado será 27 e sqrt(9) o resultado será 3. Para atribuir valores a uma variável utiliza-se <-, assim, ao digitar a<- 4*5 - 8, significa que o valor da variável a passa a ser 12, mas ficar atento, se em seguida digitar a<-78 e dar enter, o valor da variável a muda de 12 para 78. Segue uma sequência para criação de matriz e tabela:

```
> X<-c(0,1,2,3,4,5) #Cria vetor com 6 elementos e atribui a variável X
> freq<-c(3,3,2,5,1,7) #Cria vetor de frequência dos valores do vetor X e atribui a variável freq.
> Y<-c(rep(X,freq)) #Cria o vetor com valores de X repetidos.
Para exibir os valores basta digitar a variável e dar enter.
```

```
> X
[1] 0 1 2 3 4 5
> Y
[1] 0 0 0 1 1 1 2 2 3 3 3 3 3 4 5 5 5 5 5 5 5
```

Saiba mais em <http://www.bosontreinamentos.com.br/programacao-em-r/trabalhando-com-vetores-em-r/>.

Com palavras usa-se a função factor()

```
> nome<-factor(c("Lais", "Patrícia", "Alfredo", "Carmem")) #Cria vetor de palavras.
> nome
```

```
[1] Lais Patrícia Alfredo Carmem
Levels: Alfredo Carmem Lais Patrícia
```

Para criar uma matriz usa-se a função matrix()

```
> a<-c(1,2,3,4,5,6,7,8)
> m<-matrix(a,nrow=2,ncol=4) #Cria matriz m com 2 linhas e 4 colunas a partir de elementos do vetor a.
> m
     [,1] [,2] [,3] [,4]
[1,]  1   3   5   7
[2,]  2   4   6   8
```

Tabelas

```
> nome<-c("Cláudio","Miguel","Renan","Bruno","Ricardo","João") #Cria vetor com nomes
> peso<-c(75,60,85,110,80,95)
> altura<-c(1.65,1.60,1.70,1.95,1.80,1.89)
> Registro<-data.frame(Nome=nome,Peso=peso,Altura=altura)
> Registro
```

| | Nome | Peso | Altura |
|---|---------|------|--------|
| 1 | Cláudio | 75 | 1.65 |
| 2 | Miguel | 60 | 1.60 |
| 3 | Renan | 85 | 1.70 |
| 4 | Bruno | 110 | 1.95 |
| 5 | Ricardo | 80 | 1.80 |
| 6 | João | 95 | 1.89 |

```
>View(`Registro`) #Mostra a tabela com grade, estilo planilha eletrônica, na parte superior.
```

Há possibilidades de criar várias tipos de tabelas, saiba mais em

<https://gomesfeliipe.github.io/post/2018-01-12-tabelas-incriveis-com-r/tabelas-incriveis-com-r/>.

Rol de dados numéricos

O rol de uma sequência pode ser obtido utilizando a função sort().

```
> dados<-c(7,4,9,0,8,7,5,9,5,6,2,7,8,9,2,3,4,5,6,7,8)
> rol<-sort(dados)
> rol
[1] 0 2 2 3 4 4 5 5 5 6 6 7 7 7 7 8 8 8 9 9 9
> table(dados) #Mostra a frequência de cada elemento no vetor dados.
dados
```

```
0 2 3 4 5 6 7 8 9
1 2 1 2 3 2 4 3 3
```

Propor aos estudantes a construção/reconstrução de tabelas diversas, com dados reais ou de mídias/jornais.

Sugestão de atividades:

1) Suponha que você marcou o tempo que leva para chegar a cada lugar. Os tempos em minutos foram: 20, 15, 15, 18, 15, 40, 26, 37, 11, 16. Passe estes valores para o R, chame o vetor de tempo. Usando funções do R ache o tempo máximo, mínimo e o tempo médio que você levou para chegar nos locais. Agora suponha que o valor 40 foi um erro e que ele na verdade é 35. Sem digitar tudo novamente, e usando colchetes [], mude o valor e calcule novamente o tempo médio.

Gabarito

```
> tempo<-c(20, 15, 15, 18, 15, 40, 26, 37, 11, 16) #Cria o vetor com os dados.
> tempo_max<-max(tempo) #Usa a função max() para achar o tempo máximo.
> tempo_max
[1] 40
> tempo_min<-min(tempo) #Usa a função min() para achar o tempo mínimo.
> tempo_min
[1] 11
> tempo_medio<-mean(tempo) #Usa a função mean() para calcular a média.
> tempo_medio
[1] 21.3
> tempo[6]<-35 #Substitui o elemento da posição 6, no vetor tempo, por 35.
> tempo
[1] 20 15 15 18 15 35 26 37 11 16
```

2) Você consegue prever o resultado dos comandos abaixo? Caso não consiga, execute os comandos e veja o resultado:

```
x<-c(1,2,3,4,5,6,7,8,9,10)
y<-c(1,2,3,4,5,6)
a) x+1
b) x*2
c) length(x) e length(y)
d) x + y
e) y[3]
f) y[-3]
```

3) Suponha que você deseje jogar na mega-sena, mas não sabe quais números jogar, então, use a função sample do R para escolher seis números para você. Lembre-se de que a mega-sena tem valores de 1 a 60.

Gabarito

```
> dezenas<-c(1:60) #Cria um vetor com as dezenas da mega-sena.
> sample(dezenas,6,replace = FALSE,prob=NULL) #Gera um grupo de 6 números, escolhidos dentre os 60 disponíveis, sem repetição
[1] 7 20 15 39 16 25 #um possível jogo para a mega-sena.
```

4) Crie uma sequência de dados de 1 a 30 apenas com números ímpares. Use a função seq().

Gabarito

```
> s<-seq(1,30,2) #Cria uma sequência numérica de 1 a 30 variando de 2 em 2.
> s
[1] 1 3 5 7 9 11 13 15 17 19 21 23 25 27 29
```

5) Simule o resultado de 25 jogadas de um dado de seis faces.

Gabarito

```
> dado<-sample(1:6,25,replace = TRUE) #Cria uma sequência de 25 números escolhidos de 1 a 6, podendo haver repetições.
> dado
[1] 6 3 6 6 4 4 3 6 1 4 2 4 6 2 4 5 2 5 6 2 3 5 1 2 2
```

Caso haja necessidade de conhecer mais sobre uma função, utilize help(nome da função), por exemplo: >help(sum)

Observação: embora não tenham sido apresentadas algumas funções, a atividade pode ser proposta aos estudantes como um estímulo a pesquisas, buscas nas redes sociais, raciocínio, dentre outros, exercitando a autonomia de cada um. A atividade pode ser feita em grupos com possíveis apresentações caso tenham conseguido resolver corretamente.

As atividades acima foram baseadas na lista do professor Alexandre C. Nicolella - Ribeirão Preto, 1º semestre de 2012 PROBABILIDADE E ESTATÍSTICA APLICADA II.

Gráfico de barra

```
> Som <-
c("Rock", "Axé", "Sertanejo", "Rock", "Pagode", "Funk", "Sertanejo", "Axé", "Sertanejo", "Pagode", "Funk", "Funk",
  "Rock", "Sertanejo")
> barplot(table(Som), xlab="Gênero Musical", ylab="Frequência", main="Gráfico de Barra", horiz=FALSE)
# Plota gráfico de barras verticais.
```

Saiba mais em <http://www.leg.ufpr.br/~walmes/ensino/dsbd/7-vis-graphics.html>.

Proponha que os estudantes realizem uma pesquisa na internet de como construir gráficos de setor e poligonal, em grupos de no máximo 4 integrantes para apresentações do trajeto de busca das informações e de como foram construídos os gráficos. Oriente os grupos durante as pesquisas, preferencialmente, para trabalharem com tipos diferentes de gráficos.

Histograma

Vamos exibir todas as combinações de uma sequência de números e calcular a média desses valores.

```
> x <- seq(1,30,1) # Cria uma sequência numérica de 1 a 30 variando de 1 em 1.
> c <- t(combn(x,3)) # Obtém todas as combinações dos valores de x tomados 3 a 3.
> media <- round(rowSums(c)/3,2) # Calcula a média, com duas casas decimais, de todos os grupos de
  três números em c.
> hist(media, breaks = 100) # Plota o histograma de media com 100 classes.
> c <- t(combn(x,5)) # Obtém todas as combinações dos valores de x tomados 5 a 5.
> media <- round(rowSums(c)/5,2) # Calcula a média, com duas casas decimais, de todos os grupos de
  cinco números em c.
> hist(media, breaks = 100) # Plota o histograma de media (atualizado) com 100 classes.
Sobre histograma, saiba mais em https://rpubs.com/LucianeA/EM\_Aula\_Histograma. Este link pode ser
usado como fonte de pesquisa para os estudantes com objetivo de propor construção de diversos
  histogramas explorando todos os parâmetros da função hist().
```

Curva Normal

```
> x <- seq(0,15,length=1000) # "Guarda" os 1000 números que dividem o intervalo [0,15] em subintervalos
  de mesma medida.
> y <- dnorm(x, mean=4, sd=1) # Cria outros 1000 valores e armazena em y tal que y = f(x), onde f é a
  curva normal com média 4 e desvio padrão 1.
> plot(x,y, type="l", lwd=1) # Plota o gráfico dos pontos (x,y) com tipo linha (type="l") e espessura (lwd) 1.
```

Box plot

```
> peso <- c(89,75,60,90,120,65,73,68,95,59,70,82,68) # Vetor com peso de 13 indivíduos.
> boxplot(peso) # Constrói um boxplot de peso.
A função boxplot possui alguns parâmetros, por exemplo:
> boxplot(peso, main="Gráfico Boxplot", ylab="Peso", col="red", border="blue") # O primeiro parâmetro é
  o vetor de dados, "main" onde vai o título do gráfico, "ylab" é onde vai o nome do eixo vertical, col é onde
  vai a cor da caixa e border diz respeito às linhas. Saiba mais em
https://pt.stackoverflow.com/questions/312184/boxplots-rstudio.
```

Gráfico de dispersão

```
> idade <- c(20,34,17,40,23,55,19,29,32)
> peso <- c(60,78,55,65,90,100,67,89,80)
> par(mfrow=c(1,2)) # Coloca os gráficos lado a lado, ou seja, uma linha e duas colunas.
> plot(idade,peso, main="Gráfico de dispersão 1", pch=4, col="blue") # Plota o primeiro gráfico de dispersão
  em que pch é o tipo de ponto do gráfico.
> plot(idade,peso, main="Gráfico de dispersão 2", pch=18, col="violet") # Plota o segundo gráfico de
  dispersão.
```

Produto final

O produto final pode ser a apresentação dos resultados da OBMEP, de 2 em 2 anos, por meio de gráficos construídos no RStudio, contendo o número de participantes nas fases 1ª e 2ª e as premiações por estado e por gênero. No site <http://www.obmep.org.br/em-numeros.htm> é possível encontrar os dados de 2005 a 2019. Assim, o primeiro grupo apresenta os resultados de 2005 e 2006, o segundo de 2007 e 2008, e assim sucessivamente. Cada grupo decidirá sobre o tipo de gráfico a ser apresentado, bem como a sua configuração de cores e labels. Ao final das apresentações, é possível comparar todos os gráficos, que podem ser feitos coletivamente com toda a turma, no intuito de apresentarem conclusões/estimativas de acordo com as informações obtidas para propor soluções de melhorias.

FONTES E MATERIAL DE APOIO

FONTE PRINCIPAL

SILVA, L. M. F. P. **Abordando a curva normal no ensino médio**. Dissertação Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT) - UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO, SÃO CARLOS, 2021.

MORETTIN, L. G. **Estatística básica: probabilidade e inferência**. vol. único. São Paulo: Pearson, 2010.

Portal da Matemática OBMEP | **Introdução à inferência estatística**. Sítio eletrônico oficial. Disponível em: <https://portaldaobmep.impa.br/index.php/modulo/ver?modulo=207>. Acesso em: 13 ago 2021.

Estruturas básicas em no R. Disponível em: http://www.lampada.uerj.br/arquivosdb/_book2/estruturas-b%C3%A1sicas-no-r.html#listas-list. Acesso em 14 set 2021.

The R Project for Statistical Computing. Disponível em: <https://www.r-project.org/>. Acesso em 31 ago 2021.

RStudio. Disponível em: <http://www.rstudio.com/>. Acesso em 31 ago 2021.

Introduction to R. 3.2 RStudio interface. Disponível em: https://biocorecrg.github.io/CRG_RIntroduction_2021/rstudio-interface.html. Acesso em: 02 set 2021.

BÓSON TREINAMENTOS EM CIÊNCIA E TECNOLOGIA. **Trabalhando com vetores em R**. Disponível em: <http://www.bosontreinamentos.com.br/programacao-em-r/trabalhando-com-vetores-em-r/>. Acesso em: 02 set 2021.

FELLIPE GOMES. **TABELAS INCRÍVEIS COM R**. Disponível em: <https://gomesfeliipe.github.io/post/2018-01-12-tabelas-incriveis-com-r/tabelas-incriveis-com-r/>. Acesso em: 09 set 2021.

DSDB LINGUAGEM DE PROGRAMAÇÃO PARA CIÊNCIA DE DADOS. **Recursos básicos de visualização do R**. Disponível em: <http://www.leg.ufpr.br/~walmes/ensino/dsdb/7-vis-graphics.html>. Acesso em: 09 set 2021.

RPubs. **Aula de Histograma**. Disponível em: https://rpubs.com/LucianeA/EM_Aula_Histograma. Acesso em: 14 set 2021.

Stack Overflow. **BoxPlots - rstudio**. Disponível em: <https://pt.stackoverflow.com/questions/312184/boxplots-rstudio>. Acesso em: 14 set 2021.

OLIMPIADA BRASILEIRA DE MATEMÁTICA DAS ESCOLAS PÚBLICAS. **OBMEP EM NÚMEROS**. Disponível em: <http://www.obmep.org.br/em-numeros.htm>. Acesso em: 21 set 2021.

MATERIAL DE APOIO

IEZZI, G. **Fundamentos da Matemática Elementar**. vol. 6. 8ª ed. São Paulo: Atual, 2013.

Bioestatística Básica | **Medidas de Tendência Central e Dispersão**. Sítio eletrônico oficial. Disponível em: http://www.lampada.uerj.br/arquivosdb/_book/medidasTendenciaDispersao.html. Acesso em: 24 ago 2021.

Distribuição Normal | Distribuição Normal (Gaussiana). Sítio eletrônico oficial. Disponível em: <https://www.inf.ufsc.br/~andre.zibetti/probabilidade/normal.html>. Acesso em 03 ago 2021.

RIFO, LAURA. **Probabilidade e estatística: aspectos de tomada de decisões e incerteza para o Ensino Fundamental e Médio**. 1ª ed. Rio de Janeiro: SBM, 2020.

ENTREGA/ AVALIAÇÃO

A avaliação é processual formativa e supõe o desenvolvimento de todas as etapas desta atividade de aprendizagem.

O produto final científico, resultante do desenvolvimento das habilidades, pode ser uma organização de todas as pesquisas desenvolvidas no decorrer do semestre, a partir de releituras, criação de infográficos, de fichamentos, de artigos, de ensaios, de seminário, e-book, estudo de caso, dentre outros.

Além da avaliação pelo professor, sugere-se que os colegas também possam avaliar de forma colaborativa o material produzido pela turma.

Ao avaliar, o professor deve verificar se os produtos finais:

- a) atendem ao tema delimitado;
- b) expressam de forma adequada as informações e a contextualização;
- c) apresentam justificativas e argumentos que sustentam a conclusão;
- d) pautam informações pertinentes e diversificadas;
- e) têm caráter autoral, ou seja, que não sejam cópias (plágios).

OBSERVAÇÕES

1. Esta Unidade Curricular necessita de um laboratório de informática com o software R instalado nos computadores.
2. Embora não tenha sido citado na sugestão, cálculos de probabilidade utilizando a Normal Padrão podem ser abordados dependendo do tempo e do nível da turma.
3. Caso haja tempo hábil, pode-se desenvolver o conceito de intervalos de confiança, seguindo os padrões propostos pela Unidade Curricular.
4. Havendo tempo hábil, propor para os estudantes a identificação de problemas sociais alternativos ao produto final.
5. Haven.



MMS

ÁREAS DO CONHECIMENTO

MATEMÁTICA E SUAS TECNOLOGIAS

ELEMENTOS DE ARTE NO
CONJUNTO DA MATEMÁTICA

ELEMENTOS DE ARTE NO CONJUNTO DA MATEMÁTICA

APRESENTAÇÃO

A história da Matemática e da Arte são integradas desde os povos antigos em várias situações, uma delas é a representação em paredes de rochedos e cavernas, utilizando-se da proporcionalidade entre os espaços e as quantidades de habitantes. Em outro momento da história, a pintura obteve formas geométricas e abstratas, por meio de símbolos e signos, com significados ainda desconhecidos ou próximo da escrita.

Os povos gregos contribuíram bastante com o desenvolvimento da geometria, reconheciam os sólidos regulares, foram pioneiros no raciocínio lógico, evidenciaram várias proposições matemáticas. Os arquitetos gregos conseguiam utilizar com muita sabedoria e autoridade o "retângulo de ouro". A chamada "proporção de ouro" ou proporção áurea tem sua origem na matemática, sendo a constante real algébrica irracional definida pela letra grega phi. Alguns autores dizem que a razão áurea pode ser descoberta na nona sinfonia de Beethoven, nas ações da bolsa, templos, pirâmides, palácios e no corpo humano. Além disso, é explorada na literatura pop, como na obra "O Código Da Vinci".

No Renascimento algumas pesquisas e estudos sobre a perspectiva eram reconhecidos, por exemplo: o cone visual (porém, invertido), a composição do olho, a configuração em pirâmide, a perspectiva, a ilusão de ótica e os ângulos. Algumas regras foram ajustadas, complementadas e incorporadas à geometria. Dependendo da posição ou do nível visual em que um objeto esteja em relação ao observador, a sua representação em perspectiva pode ser aplicada com um, dois ou três pontos de fuga denominados respectivamente de perspectiva paralela, oblíqua ou aérea. A história de integração entre Matemática, Arte e Literatura em suas múltiplas facetas, nos proporciona o pensar sobre o que é problematizado, idealizado ou construído nas várias linhas entre as duas disciplinas.

Para começar esta unidade curricular é importante contextualizar as imagens presentes no vídeo "Fibonacci- Matemática e Natureza" (2020), dialogar com os estudantes sobre os mistérios da Arte/Matemática que podem pouco a pouco serem desvendados com os padrões que vemos na natureza, padrões esses que revelam a sabedoria de uma inteligência superior. Neste sentido, elaborar questionamentos que levem a reflexão que a matemática é uma ciência encontrada em quase tudo que existe no mundo, e problematizar pode ser um instrumento eficiente para a compreensão de diversos conceitos, considerando a pesquisa do objeto a ser observado ao longo das construções e interpretações.

CARGA HORÁRIA



Semestral - semanal (02 aulas)
carga horária total (40 aulas)

EIXOS ESTRUTURANTES RELACIONADOS



- Processos criativos;
- Investigação científica.

COMPONENTES CURRICULARES E CONHECIMENTOS GERAIS ARTICULADOS



- Matemática e suas Tecnologias (Sequência de Fibonacci e Proporção Áurea como fio condutor para conexão com a Arte e Língua Portuguesa).
- Contextualização da simetria como parâmetro ligado a Sequência de Fibonacci e Proporção Áurea, voltada à pesquisa histórica, ligado a Arte e outras ciências, culturas e sociedades.
- Arte: Perspectiva, configuração piramidal, ângulos de visão e geometria.
- Língua Portuguesa, Literatura de massa.

PERFIL DOCENTE



- Possuir licenciatura em Matemática.
- Ter desenvolvido e/ou desenvolver atividades de pesquisa e estudos no campo de conhecimento correspondente à Unidade Curricular, tornando-a mais contextualizada e integrada aos outros componentes.
- Desenvolver habilidades em metodologias de aprendizagens e tecnologias, que estabeleçam a dinâmica do trabalho em grupo, do incentivo a pesquisa, da autonomia e do protagonismo relacionados às competências socioemocionais dos estudantes.

No contexto deste estudo, pode integrar as competências socioemocionais, como: autoconfiança, curiosidade para aprender, entusiasmo, interesse artístico à valorização de design, arte e beleza, expresso em escrita, música e outras. É notório que a matemática provoca várias emoções em estudantes e comunidade em geral, ela é motivo de vários sentimentos, e se houver a integração com a arte e a escrita, poderão potencializar os valores do desenvolvimento do processo de ensino e de aprendizagem. Assim, a integração da Matemática com a Arte e a Literatura poderá proporcionar um potencial pedagógico de aprendizagem, e estabelecer a construção do conhecimento interdisciplinar na escola.

RECURSOS



- Dispositivos eletrônicos com acesso à Internet e edição de texto, lousa digital, material impresso e datashow.
- Calculadoras, planilhas eletrônicas ou outras ferramentas que simplificam os cálculos de proporções e simetrias nas soluções de problemas.

COMPETÊNCIAS

3. Utilizar estratégias, conceitos, definições e procedimentos matemáticos para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente.

5. Investigar e estabelecer conjecturas a respeito de diferentes conceitos e propriedades matemáticas, empregando estratégias e recursos, como observação de padrões, experimentações e diferentes tecnologias, identificando a necessidade, ou não, de uma demonstração cada vez mais formal na validação das referidas conjecturas.

OBJETIVOS

- Compreender conceitos de proporção, simetria e perspectiva na matemática e na arte.
- Desenvolver o pensamento matemático criativo e reflexivo dos estudantes, por meio dos estudos e pesquisas no contexto da arte/matemática e da beleza na natureza.
- Contextualizar representações simétricas e proporcionais do corpo humano e das formas encontradas na natureza.
- Desenvolver competências socioemocionais como: determinação, persistência, autoconfiança, curiosidade para aprender, entusiasmo, interesse artístico.
- Pesquisar textos poéticos, crônicas, artigos de opinião, articulados ao desenvolvimento de saberes históricos já existentes.
- Produzir resenhas e/ou outras formas de escritas autorais.

ORGANIZADOR CURRICULAR

EIXO ESTRUTURANTE: PROCESSOS CRIATIVOS

HABILIDADES

Habilidades dos Itinerários Formativos Associadas às Competências Gerais da BNCC:

(EMIFCGo1) Identificar, selecionar, processar e analisar dados, fatos e evidências com curiosidade, atenção, criticidade e ética, inclusive utilizando o apoio de tecnologias digitais.

(EMIFCGo3) Utilizar informações, conhecimentos e ideias resultantes de investigações científicas para criar ou propor soluções para problemas diversos

Habilidades Específicas dos Itinerários Formativos Associadas aos Eixos Estruturantes:

(EMIFMATo2) Levantar e testar hipóteses sobre variáveis que interferem na explicação ou resolução de uma situação-problema elaborando modelos com a linguagem matemática para analisá-la e avaliar sua adequação em termos de possíveis limitações, eficiência e possibilidades de generalização.

(EMIFMATo3) Selecionar e sistematizar, com base em estudos e/ou pesquisas (bibliográfica, exploratória, de campo, experimental etc.) em fontes confiáveis, informações sobre a contribuição da Matemática na explicação de fenômenos de natureza científica, social, profissional, cultural, de processos tecnológicos, identificando os diversos pontos de vista e posicionando-se mediante argumentação, com o cuidado de citar as fontes dos recursos utilizados na pesquisa e buscando apresentar conclusões com o uso de diferentes mídias.

Habilidades da BNCC.

(EM13MAT510) Investigar conjuntos de dados relativos ao comportamento de duas variáveis numéricas, usando ou não tecnologias da informação, e, quando apropriado, levar em conta a variação e utilizar uma reta para descrever a relação observada.

EIXO ESTRUTURANTE: INVESTIGAÇÃO CIENTÍFICA

HABILIDADES

Habilidades dos Itinerários Formativos Associadas às Competências Gerais da BNCC:

(EMIFCGo4) Reconhecer e analisar diferentes manifestações criativas, artísticas e culturais, por meio de vivências presenciais e virtuais que ampliem a visão de mundo, sensibilidade, criticidade e criatividade.

(EMIFCGo5) Questionar, modificar e adaptar ideias existentes e criar propostas, obras ou soluções criativas, originais ou inovadoras, avaliando e assumindo riscos para lidar com as incertezas e colocá-las em prática.

Habilidades Específicas dos Itinerários Formativos Associadas aos Eixos Estruturantes:

(EMIFMATo5) Selecionar e mobilizar intencionalmente recursos criativos relacionados à Matemática para resolver problemas de natureza diversa, incluindo aqueles que permitam a produção de novos conhecimentos matemáticos, comunicando com precisão suas ações e reflexões relacionadas a constatações, interpretações e argumentos, bem como adequando-os às situações originais.

(EMIFMATo6) Propor e testar soluções éticas, estéticas, criativas e inovadoras para problemas reais, considerando a aplicação dos conhecimentos matemáticos associados ao domínio de operações e relações matemáticas simbólicas e formais, de modo a desenvolver novas abordagens e estratégias para enfrentar novas situações.

**OBJETOS DE
CONHECI-
MENTO**

Ênfase em aspectos conceituais e de contextualização:

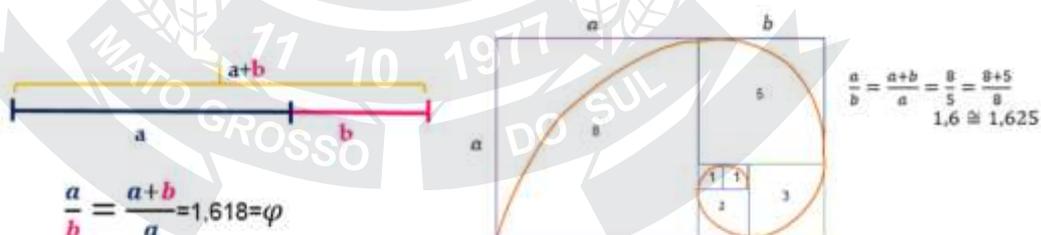
- Retas e Segmentos de retas;
- Proporção como uma possível grandeza de comparação de partes de um determinado objeto de estudo e suas respectivas simetrias;
- Construções geométricas presentes na Arte;
- Simetria e assimetria entre os objetos e animais existentes na natureza;
- Número Irrracional phi;
- Representação do número de ouro e a Sequência de Fibonacci.

**SUGESTÕES
DIDÁTICAS**

a. Contextualizar, historicamente, a evolução da Matemática, desde as antigas civilizações até a contemporaneidade, observando as formas de comunicação humana por meio de gravuras que traziam alguma simetria e um design proporcional.

b. Assistir ao vídeo “Fibonacci- Matemática e Natureza” e propor um debate sobre a história da matemática e da arte problematizando a integração das disciplinas, de modo que possibilitem aos estudantes vivenciar e desenvolver visualização do mundo artístico e histórico. Neste sentido, estudar a Simetria, Proporção e Geometria integrada à Arte pode ampliar a visão holística, em um sentido mais crítico, interpretando a realidade e tornando a aprendizagem significativa.

c. Debater com os estudantes sobre o vídeo e o contexto histórico da Matemática e da Arte, argumentar que a Proporção Áurea ou número de ouro, surge quando divide a reta em dois segmentos não iguais de forma que a divisão do segmento maior pelo menor é igual à razão entre o segmento maior somado ao menor dividido pelo maior, assim, obtém-se a constante real algébrica irracional representada pela letra grega phi, que é representada pelo símbolo ϕ , utilizada para representar a equação da proporção áurea, em homenagem ao arquiteto e matemático grego Phidias, com o valor aproximado de 1,618.

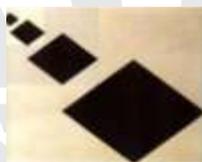


A sequência de Fibonacci e a proporção áurea são dois exemplos de como a matemática é encantadora, foi descoberta por Leonardo de Pisa. É importante considerar que o descobrimento da proporção áurea ocorreu na Grécia antiga, anterior à sequência de Fibonacci, mas é evidente o quanto elas são essenciais, tanto para Arte quanto para a Matemática de um modo geral. O Retângulo Áureo ficou famoso por ser amplamente aplicado nas artes e na arquitetura, juntamente com o “espiral áureo”.

d. Apresentar, com auxílio de ferramentas digitais, as perspectivas do campo da geometria no formato tridimensional, como sendo uma prática de desenho que representa, com rigor científico, objetos no plano com as devidas proporções da realidade. Pesquisar sobre a arte de representar as figuras e objetos etc., tridimensionais sobre um plano bidimensional. Desta forma, é importante estabelecer conexões cognitivas e socioemocionais, para compreensão e prática criativa no sentido de despertar a curiosidade para aprender, construindo sentidos e viabilizando a aprendizagem de conceitos e procedimentos na vida cotidiana dos estudantes.



e. Apreciar a sequência de quadrados pintada pelo artista holandês Doesburg (1883-1931), que dá a impressão de movimento e perspectiva (arte cinética), milimetricamente calculados. Propor uma atividade de desenho ou pintura que tenha como princípio a medida do lado de cada quadrado, suas respectivas distâncias entre eles, anotando-as em ordem crescente e comparando cada uma das medidas obtidas com o seu antecedente.



f. Exibir trechos do filme “O código da Vinci” ou mesmo trechos da obra homônima, de Dan Brown, que deu origem ao filme para realizar reflexões sobre o uso sequência de Fibonacci deixada por Saunière para abrir um cofre em um banco de alto sigilo em que o curador do Louvre mantinha uma conta.

g. Pesquisar em grupos sobre os tipos de proporção áurea, a aplicação da sequência de Fibonacci na natureza e suas respectivas simetrias, num exercício de investigação dos objetos de conhecimentos informado na Unidade Curricular de forma mais ampla, sistematizando um arranjo de cenário para exploração, problematização e contextualização existentes. Nessa atividade investigativa, o estudante pode elencar as principais contribuições desta temática e fazer uma relação com os assuntos já estudados no ensino fundamental e médio. Para que essa atividade tenha uma integração maior entre os estudantes, pode-se promover seminários na sala de aula ou na escola envolvendo toda a comunidade escolar. Cada grupo de estudantes pode investigar sobre as temáticas citadas e organizar suas respectivas produções dos seguintes itens:

- Relação entre arte na linguagem geométrica, em obras que possuem simetria ou assimetria, sendo um elemento de referência para produção de obras de arte, sejam elas orgânicas ou abstratas, no espaço bidimensional ou tridimensional, nas evidências históricas e culturais deixadas pela humanidade ao longo do tempo.
- Propriedade da sequência de Fibonacci ligadas ao número de ouro, argumentando suas aplicações no mundo atual e sua respectiva fórmula $f_n = f_{n-1} + f_{n-2}$ no campo da Matemática e Arte.
- Proporção áurea como uma possível grandeza de comparação de partes de um determinado objeto de estudo e suas respectivas simetrias.
- Técnica da perspectiva tridimensional, elencando suas respectivas divisões, na área da geometria projetiva e da arte, possibilitando ampliar a percepção da realidade.

h. Produzir texto poético, música, crônica, artigo de opinião, resenha ou outras formas de produções autorais, apresentação em infográfico, banner ou painel integrado, impresso ou digital.

i. Proporcionar momentos de Feedbacks com o grupo, por meio de autoavaliação. Nessa etapa pode ser elaborada uma ficha de feedbacks, entregues aos estudantes para que possam avaliar as respectivas produções.

FONTES E MATERIAL DE APOIO

FONTE PRINCIPAL

A MATEMÁTICA TRANSFORMA O FUTURO. 1 Vídeo (15min.44s). COSTA, Celso. Publicado pelo canal TEDxNiteroi, 2019. Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=DoXclTPdo4>. Acesso em: 03 de julho. 2020.

MEISNER, Gary B. **Phi 1.618: O Número Dourado.** Portal, disponível em: <http://www.goldennumber.net>. Acesso em: 05 de dez. 2020.

PhiMatrix™: Goldem Ratio Design and Analysis Software. Portal, disponível em: <https://www.phimatrix.com/>. Acesso em: 05 de dez. 2020.

CARVALHO, Vicente. **A proporção áurea está em tudo, na natureza, na vida e em você.** Portal, disponível em: <https://www.hypeness.com.br/2014/02/a-proporcao-aurea-esta-em-tudo-na-natureza-na-vida-e-em-voce/>. Acesso em: 02 de dez. 2020.

SANTOS, Andréa Oriques. **Educação Matemática e Arte: um estudo da representação em perspectiva nas pinturas do renascimento.** Florianópolis, 2006. Disponível em: <https://repositorio.ufsc.br/bitstream/item/30fe8cd6-of84-4483-a686-f845dee65c26/Andr%C3%A9a%20Oriques%20Santos.pdf?sequence=1>. Acesso em: 03 de dez. 2020.

LEOPOLDINO, Karlo Sérgio Medeiros. **Sequência de Fibonacci e a Razão Áurea: aplicações no ensino básico.** Natal, 2016. Repositório Institucional, UFRN. Disponível em: <https://repositorio.ufrn.br/jspui/handle/123456789/21244>. Acesso em: 01 de dez. 2020.

BELINI, Marcelo Manechine. **A razão áurea e a sequência de Fibonacci.** Disponível em: https://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/55/55136/tde-06012016-161056/publico/MarceloManechineBelini_dissertacao_revisada.pdf. Acesso em: 04 de dez. 2020.

SANTOS, Maria Madalena dos. **A Matemática da Arquitetura Ideal.** Graphica, Curitiba, 2007. http://www.exatas.ufpr.br/portal/docs_degraf/artigos_graphica/A%20MATEMATICA%20DA%20ARQUITETURA%20IDEAL.pdf. Acesso em: 06 de dez. 2020. Disponível em:

MATERIAL DE APOIO

DOESBURG, Theo van. Portal, disponível em: <https://serurbano.wordpress.com/2010/06/20/theo-van-doesburg>. Acesso em: 12 de dez. 2020.

REMATEC: Revista de Matemática, Ensino e Cultura / Universidade Federal do Rio Grande do Norte. – Ano 1 n. 1 (jul./nov. 2006). – Natal, RN: EDUFRN – editora da UFRN, 2006. 124p.: il. Disponível em <http://www.matematica.seed.pr.gov.br/modules/noticias/article.php?storyid=725>. Acesso em: 12 de dez. 2020.

CMUP, Portal. Arte e Matemática. Disponível em: <https://cmup.fc.up.pt/cmup/arte/arquitetura/perspectiva1/index.html>. Acesso em: 13 de dez. 2020.



MS

ÁREAS DO CONHECIMENTO

MATEMÁTICA E SUAS TECNOLOGIAS

INTERPRETAÇÃO:
O SENTIDO DA LINGUAGEM
NA APRENDIZAGEM
DA MATEMÁTICA

INTERPRETAÇÃO: O SENTIDO DA LINGUAGEM NA APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA

APRESENTAÇÃO

Esta Unidade Curricular apresenta possibilidades de aprendizagens relacionadas aos processos criativos e à investigação científica. No que se refere aos alicerces da lógica, aos sentidos da linguagem, à interpretação de textos e às situações-problema na área de Matemática e suas Tecnologias, tais possibilidades também englobam noções de estruturas da linguagem de programação, sendo uma das ramificações da área. Esses alicerces, somam-se a inúmeros contextos históricos da composição de estruturas matemáticas que englobam a construção da aritmética e da álgebra. Nesse sentido, as sugestões didáticas aqui apresentadas indicam uma sequência de possibilidades para favorecer o desenvolvimento das habilidades direcionadas aos eixos estruturantes, utilizando-se dos objetos de conhecimento indicados para o tema. Uma das estratégias básicas é fazer a integração entre os componentes Língua Portuguesa e Matemática, no intuito de que possam dialogar e planejar juntos, de forma colaborativa, com ações que podem contribuir com o ato de ler, interpretar e escrever em linguagens de ambos os componentes, na construção constante de práticas das relações do real com o abstrato, ou seja, a elaboração de um texto matemático precisa de conhecimentos da linguagem dos símbolos e seus significados para que obtenha sentido na aprendizagem dos estudantes.

Ao iniciar esta Unidade Curricular é interessante contextualizar o conceito de linguagens como no vídeo “Lógica, Matemática e Linguagem cotidiana” (2014), dialogando com os estudantes, para fazer um paralelo com os dois componentes (Língua Portuguesa e Matemática) e outras áreas que podem ser abordadas. Nesse contexto, é possível integrar as competências socioemocionais, como: curiosidade para aprender, entusiasmo, imaginação criativa, autoconfiança, fazendo um elo entre a Língua Portuguesa e a Matemática, a escrita e a interpretação, reforçando as potencialidades e o desenvolvimento do processo de ensino e de aprendizagem. Assim, a integração entre os dois componentes poderá proporcionar e subsidiar a construção do conhecimento de maneira interdisciplinar na escola.

CARGA HORÁRIA



- Semestral - semanal (02 aulas)
- Carga horária total (40 aulas)

EIXOS ESTRUTURANTES RELACIONADOS



- Processos Criativos
- Mediação e Intervenção Sociocultural

COMPONENTES CURRICULARES E CONHECIMENTOS GERAIS ARTICULADOS



- Matemática (leitura, análise e interpretação de problemas, identificando informações e dados, constantes ou variáveis, fluxogramas, grandezas e gráficos, linguagens algébricas e de programações, raciocínio lógico, entre outros como fio condutor para conexão com a Língua Portuguesa).
- Contextualização e interpretação das linguagens tanto da Matemática como da Língua Portuguesa obtendo como parâmetro o raciocínio lógico interpretativo ligado à resolução de problemas específicos ou de forma geral, integrando os dois componentes.

PERFIL DOCENTE



- Possuir licenciatura em Matemática.
- Ter interesse em metodologias ativas de aprendizagem e uso de tecnologias, que estabeleçam a dinâmica do trabalho em grupo, do incentivo à pesquisa, à autonomia, ao protagonismo e ao desenvolvimento das competências socioemocionais dos estudantes.

COMPETÊNCIAS

1. Utilizar estratégias, conceitos e procedimentos matemáticos para interpretar situações em diversos contextos, sejam atividades cotidianas, sejam fatos das Ciências da Natureza e Humanas, ou ainda questões econômicas ou tecnológicas, divulgados por diferentes meios, de modo a consolidar uma formação científica geral.

3. Utilizar estratégias, conceitos, definições e procedimentos matemáticos para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente.

4. Compreender e utilizar, com flexibilidade e precisão, diferentes registros de representação matemáticos (algébrico, geométrico, estatístico, computacional etc.), na busca de solução e comunicação de resultados de problemas de modo a favorecer a construção e o desenvolvimento do raciocínio matemático.

RECURSOS



- Dispositivos eletrônicos com acesso à Internet e à edição de texto, lousa digital, material impresso e datashow.
- Calculadoras e outras ferramentas que simplificam os cálculos de resolução de problemas.

OBJETIVOS

- Propor ações de engajamento dos estudantes em situações de leitura/escrita, interpretação e produção de texto relacionados aos objetos de conhecimentos da matemática.
- Localizar e Interpretar frases e expressões próprias da linguagem matemática em enunciados de problemas.
- Estabelecer proposições entre situações-problema para explorar e identificar informações, palavras, expressões e números que auxiliem na construção de estratégias de soluções.
- Explorar problemas, interpretar e descrever resultados, usando modelos ou representações gráficas, numéricas, físicas, escritas e orais.
- Desenvolver competências socioemocionais como: autoconfiança, curiosidade para aprender, entusiasmo e imaginação criativa.
- Elaborar e interpretar enunciados de problemas e/ou outras formas de escritas autorais que contenham informações, dados, palavras, expressões e números que proponham estratégias de soluções.

RELAÇÃO COM OUTRA(S) UNIDADE(S)

- Porque Argumentar é preciso
- Teatro na escola: Let's watch a play!
- Fight and Dance

ORGANIZADOR CURRICULAR

EIXO ESTRUTURANTE: PROCESSOS CRIATIVOS

HABILIDADES

Habilidades dos Itinerários Formativos Associadas às Competências Gerais da BNCC:

(MS.EMIFCGo4) Reconhecer e analisar diferentes manifestações criativas, artísticas e culturais, por meio de vivências presenciais e virtuais que ampliem a visão de mundo, sensibilidade, criticidade e criatividade.

(MS.EMIFCGo6) Difundir novas ideias, propostas, obras ou soluções por meio de diferentes linguagens, mídias e plataformas, analógicas e digitais, com confiança e coragem, assegurando que alcancem os interlocutores pretendidos. ★★★★★★

Habilidades Específicas dos Itinerários Formativos Associadas aos Eixo Estruturante:

(MS.EMIFMATo4) Reconhecer produtos e/ou processos criativos por meio de fruição, vivências e reflexão crítica na produção do conhecimento matemático e sua aplicação no desenvolvimento de processos tecnológicos diversos.

(MS.EMIFMATo5) Selecionar e mobilizar intencionalmente recursos criativos relacionados à Matemática para resolver problemas de natureza diversa, incluindo aqueles que permitam a produção de novos conhecimentos matemáticos, comunicando com precisão suas ações e reflexões relacionadas a constatações, interpretações e argumentos, bem como adequando-os às situações originais.

(MS.EMIFMATo6) Propor e testar soluções éticas, estéticas, criativas e inovadoras para problemas reais, considerando a aplicação dos conhecimentos matemáticos associados ao domínio de operações e relações matemáticas simbólicas e formais, de modo a desenvolver novas abordagens e estratégias para enfrentar novas situações.

EIXO ESTRUTURANTE: INVESTIGAÇÃO CIENTÍFICA

HABILIDADES

Habilidades dos Itinerários Formativos Associadas às Competências Gerais da BNCC:

(MS.EMIFCGo1). Identificar, selecionar, processar e analisar dados, fatos e evidências com curiosidade, atenção, criticidade e ética, inclusive utilizando o apoio de tecnologias digitais.

(MS.EMIFCGo2) Posicionar-se com base em critérios científicos, éticos e estéticos, utilizando dados, fatos e evidências para respaldar conclusões, opiniões e argumentos, por meio de afirmações claras, ordenadas, coerentes e compreensíveis, sempre respeitando valores universais, como liberdade, democracia, justiça social, pluralidade, solidariedade e sustentabili

Habilidades Específicas dos Itinerários Formativos Associadas aos Eixo Estruturante:

(MS.EMIFMATo1) Investigar e analisar situações-problema identificando e selecionando conhecimentos matemáticos relevantes para uma dada situação, elaborando modelos para sua representação.

(MS.EMIFMATo2) Levantar e testar hipóteses sobre variáveis que interferem na explicação ou resolução de uma situação-problema elaborando modelos com a linguagem matemática para analisá-la e avaliar sua adequação em termos de possíveis limitações, eficiência e possibilidades de generalização.

OBJETOS DE CONHECI- MENTO

- Noções de raciocínio lógico.
- Noções de linguagens algébricas.
- Leitura, análise e interpretação de problemas: dados, variáveis, constantes, incógnitas, grandezas e gráficos.
- Algoritmos e organização aplicados a matemática.
- Fluxogramas.
- Noções da estrutura da linguagem da programação.
- Noções de sintaxe, semântica e compilação.
- Pseudocódigo.

SUGESTÕES DIDÁTICAS

Primeira etapa: investigação de premissas e contextos históricos.

a - Formar grupos de 4 ou 5 pessoas e solicitar que pesquisem sobre as principais contribuições da civilização árabe para a Matemática ao longo da história. Se necessário, pode-se utilizar estas questões como referência:

- Quais são as principais descobertas realizadas pelos árabes que ainda são utilizadas na Matemática até hoje?
- Quem foram os principais matemáticos da antiga Arábia?
- Que palavras utilizamos hoje em dia na Matemática que são de origem árabe?
- Quais são os teoremas mais importantes desenvolvidos pelos árabes?

b - Assistir ao vídeo “Lógica, Matemática e Linguagem cotidiana” e dialogar com os estudantes sobre a linguagem específica da matemática, suas técnicas interpretativas e de raciocínio lógico, comparando com a língua materna do cotidiano. Importante explicar e exemplificar o que são sentenças afirmativas, declarativas, interrogativas, no que se referem a sentenças da linguagem coloquial e, no caso da matemática, as declarativas que podem ser falsas ou verdadeiras e nunca verdadeiras e falsas ao mesmo tempo;

c - Questionar os estudantes sobre a leitura, a análise, a interpretação de problemas e os tipos de dados que eles podem apresentar, tais como variáveis, constantes, incógnitas, grandezas e gráficos, argumentando sobre a importância da organização do pensar, ler, interpretar, imaginar, exercitar, analisar, sintetizar e descrever em diversos formatos, que vão desde a imagens, fluxogramas, tabelas, gráficos, a textos formais e informais.

Segunda etapa: investigação, análise e interpretação.

a - Propor ações em que os estudantes possam investigar padrões de situações-problema e fazer a conversão de linguagem natural e figural para a linguagem algébrica e vice-versa. Para reescrever uma linguagem em outra, é necessário que faça a interpretação das informações e dados do enunciado do exercício apresentado como no modelo abaixo;

- Escreva, em linguagem algébrica, as sentenças declaradas da linguagem natural. Use a letra que quiser para representar número:

Linguagem natural:

- a) A quarta parte da soma de um número com 2.
- b) O sêxtuplo de um número, diminuído de nove.
- c) O triplo da soma de um número com 4.
- d) O dobro do dobro de qualquer número é o seu quádruplo.
- e) A idade de um pai é igual ao triplo da idade de seu filho. Juntos eles têm 60 anos.

Linguagem algébrica:

- a) $\frac{1}{4}(x + 2)$;
- b) $6x - 9$;
- c) $3(x + 4)$;
- d) $2 \cdot 2x = 4x$;
- e) $x + 3x = 60$

b - Produzir um vídeo explicativo, um jornalzinho, imagem, animação, experimento prático, maquete ou qualquer outro tipo de produção que tenha exemplificação, para apresentar o resultado das conversões e suas diferenças, mobilizando as linguagens (escrita, falada, gráfica e algébrica). Incentivar os estudantes a organizarem-se em grupos para buscar diversas maneiras de resolver problemas, estabelecendo momentos de socialização dessas estratégias de leituras, análises e interpretações de textos matemáticos.

Terceira etapa: rotina, algoritmos e fluxograma.

a - Propor aos estudantes que, individualmente, pensem em suas rotinas e escolham algo que façam diariamente. Em seguida, escrevam os passos necessários para que a atividade pensada concretize-se. Enumerar esses passos e conversar com os colegas para explicar e compreender a sequência e as ideias expostas. Nesse momento, questionar os estudantes sobre a quantidade de etapas que fizeram e o que

precisam observar em cada uma delas (o propósito dessa atividade é fazer com que os estudantes identifiquem que no dia a dia seguimos padrões automaticamente).

b - Desenvolver, junto com os estudantes, de forma expositiva e dialogada, a definição do significado teórico e prático de algoritmo, dialogando que o algoritmo nada mais é do que uma sequência organizada de instruções para executar uma determinada tarefa.

c - Fornecer materiais que contenham exemplos de fluxogramas como revistas, jornais, infográfico, cartazes, dentre outros, para, de maneira expositiva e dialogada, definir a estrutura básica de um fluxograma, a fim de compreender que cada forma geométrica compõe e apresenta seus respectivos significados:

| | |
|---|---|
|  | Indica o início e o final do fluxograma |
|  | Indicam ações a serem realizadas |
|  | Indicam tomadas de decisões |

Para exemplificar construção de fluxogramas, propõe-se a elaboração, junto com os estudantes, de dois processos: um de escrita da rotina comum da turma, e outro que descreve a confecção de um bolo com base em alguma receita.

d - Solicitar aos estudantes que se organizem em grupos de 3 a 5 participantes, para produzirem algo que poderia ser utilizado no ambiente da sala de aula. Por exemplo, a construção de um cesto de lixo para recolher papel reciclável, um quadro reutilizável para avisos rápidos ou calendário para organizar as lições da turma. Colaborar com ações ativas, que orientem a escolha do projeto e auxiliem a sua elaboração, em seguida, solicitar que seja criado um algoritmo, isto é, uma receita de como outras pessoas podem seguir os exemplos sugeridos. Para isso, inclua os seguintes pontos:

- os “ingredientes” necessários;
- os passos enumerados para a realização;
- uma imagem do produto ou até das etapas (se possível), para que outras pessoas tenham um modelo;
- os detalhes que devem se atentar para não se confundirem;
- se possível, divulgar o trabalho pelas redes sociais da escola, para que mais pessoas possam utilizar essas ideias.

Quarta etapa: noções da estrutura da linguagem da programação e tecnologias.

a - Utilizar nesta etapa, se possível, datashow e vídeos para exemplificar conceitos e evitar que os estudantes percam muito tempo copiando. Focar na investigação e orientar sobre as noções de linguagem de programação. Uma das que mais se destaca por ser acessível à interpretação é a linguagem Python. Assim, para observar se todos os estudantes estão acompanhando a construção da sequência e compreendendo, propor a realização de atividades individuais para identificar os estudantes com dificuldades e solicitar, aos que já concluíram com êxito, uma monitoria para os demais.

b - Disponibilizar outros ambientes escolares que possam ser utilizados, por exemplo, a sala de tecnologia, para o desenvolvimento de pesquisas, rodas de conversas e oficinas sobre jogos digitais ou outros assuntos conforme o tema. Explicar a lógica dos mecanismos de interação existentes nos sistemas das redes sociais, como o Instagram, facebook, Tic-Toc, WhatsApp, telegram, dentre outros sistemas.

c - Propor aos estudantes que criem um programa simples, como o cálculo da média ou o índice de massa corporal, para socializar com a turma, com explicações detalhadas “do passo a passo” da estrutura e lógica envolvidas, e para isso utilizar o pseudocódigo, uma ferramenta que facilita tais explicações.

Quinta etapa: produto final.

Produzir um portfólio individual, contendo o passo a passo das pesquisas, trabalhos executados e concluídos nas etapas anteriores. É importante seguir “a linha do tempo” em que as etapas foram desenvolvidas. Esse portfólio e as explicações podem ser compartilhados e expostos no ambiente escolar para todos os estudantes e funcionários.

FONTES E MATERIAL DE APOIO

FUNTE PRINCIPAL

LORENSATTI, Edi Jussara Candido. **Linguagem matemática e Língua Portuguesa**: diálogo necessário na resolução de problemas matemáticos, artigo, Revista: CONJECTURA: filosofia e educação (v.14 n. 2 maio/ago. 2009). Disponível em: <http://www.ucs.br/etc/revistas/index.php/conjectura/article/view/17>. Acesso em 29 ago. 2021.

TIC na Matemática: **Língua, linguagem e algumas formas de representação em Matemática**. Disponível em: <https://www.ticsnamatematica.com/2016/12/lingua-linguagem-formas-representacao-matematica.html>. Acesso em 30 ago. 2021.

Lógica, Matemática e Linguagem cotidiana. 1 Vídeo (21min.40s). MACHADO, Nilson José. Publicado pelo canal UNIVESP do Youtube, 2014. Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=AQ5ueFOgSmA>. Acesso em: 2 de set. 2021.

CARADORE, Aparecida. **Leitura e Interpretação na Aprendizagem Matemática**. 2014. 32 folhas. Monografia: Especialização em Educação: Métodos e Técnicas de Ensino. Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Medianeira, 2014. Disponível em: http://repositorio.roca.utfpr.edu.br/jspui/bitstream/1/4282/1/MD_EDUMTE_VII_2014_13.pdf: Acesso em 3 ago. 2021.

JACOMELLI, Karina Zolia. **A Linguagem Natural e a Linguagem Algébrica**: nos livros didáticos e em uma classe de 7ª série do ensino fundamental. Florianópolis-SC 2006. Disponível em: <https://repositorio.ufsc.br/bitstream/handle/123456789/88270/230927.pdf?sequence=1&isAllow ed=y>. Acesso em: 2 set. 2021.

BRASIL. Presidência da República. **Lei nº 13.415, de 16 de fevereiro de 2017**. Altera a Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB), implementando as mudanças previstas para o Novo Ensino Médio. Disponível em: http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_Ato2015-2018/2017/Lei/L13415.htm Acesso em: 08 dez. 2020.

BRASIL. Ministério da Educação/Conselho Nacional de Educação/Câmara de Educação Básica. **Resolução CEB/CNE nº 3, de 21 de novembro de 2018**. Atualiza as Diretrizes Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (DCNEM). Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/reso398.pdf> Acesso em: 08 dez. 2020.

BRASIL. Ministério da Educação/Conselho Nacional de Educação/Secretaria Executiva. **Resolução nº 4, de 17 de dezembro de 2018**. Institui a Base Nacional Comum Curricular na Etapa do Ensino Médio (BNCC-EM). Disponível em: http://portal.mec.gov.br/index.php?option=com_docman&view=download&alias=104101-rcp004-18&category_slug=dezembro-2018-pdf&Itemid=30192 Acesso em: 08 dez. 2020.

BRASIL. Ministério da Educação. **Portaria nº 1.432, de 28 de dezembro de 2018**. Estabelece os referenciais para elaboração dos itinerários formativos. Disponível em: <http://novoensinomedio.mec.gov.br/#!/marco-legal> Acesso em: 08 dez. 2020.

BRASIL. Ministério da Educação. **Planejando a próxima década**: conhecendo as 20 metas do Plano Nacional de Educação. Disponível em: <http://novoensinomedio.mec.gov.br/#!/marco-legal> Acesso em: 08 dez. 2020.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**: educação é a base. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/> Acesso em: 17 jul. 2020.

BRASIL. Ministério da Educação. **Secretaria de Educação Fundamental**. Parâmetros curriculares nacionais: Matemática. Brasília: MEC/SEF, 1998.

LINGUAGENS de programação. Unicamp, 2020. Disponível em: <https://www.ic.unicamp.br/~lehlilton/mc102qr/unidades/03-linguagens-programacao.html>. Acesso em: 10 de set. de 2021.

NEVES, Iara C.B. et. al. **Ler e escrever um Compromisso de Todas as Áreas**. Porto Alegre: UFRGS, 1998.

SOLÉ, Isabel. **Estratégias de Leitura**. 6ª Edição. Porto Alegre: Graó de Servéis Pedagógicos, 1996.

BAKHTIN, Mikhail. **Os gêneros do discurso**. Bezerra, Paulo. Notas da edição russa: Seguei Botcharov. São Paulo: Editora 34, 2016. 164p.

MATERIAL DE APOIO

Cátedra da Educação Básica - 2º Encontro. 1 Vídeo (16min12s). MACHADO, Nilson José. Publicado pelo canal Instituto de Estudos Avançados da USP no Youtube. Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=mdzWDVoZj48&t=167s>. Acesso em: 2 de set. 2021.

A linguagem da matemática. Volume 4. 1 Vídeo (09min.51s). ROMAZZINI, Luiz Carlos. Publicado pelo canal CEEJA do Youtube, 2019. Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=2ORpf7BBb6U>. Acesso em: 02 de set. 2021.

LINGUAGENS de programação. Unicamp, 2020. Disponível em: <https://www.ic.unicamp.br/~lehlilton/mc102qr/unidades/o3-linguagens-programacao.html>. Acesso em: 10 de set. de 2021.

SANTOS, Aline Cecília. Algoritmo do Instagram: como funciona, qual o seu impacto e como usá-lo a seu favor. mLabs, 2021. Disponível em: <https://www.mlabs.com.br/blog/algoritmo-instagram/>. Acesso em: 14 set. 2021.

NÁPOLES, Katarina. Entenda como funciona o novo algoritmo do Instagram. Postgrain, 2019. Disponível em: <https://postgrain.com/blog/algoritmo-instagram/>. Acesso em: 14 set. 2021.

Algoritmo do Facebook 2020: descubra como funciona e melhore seus resultados. mLabs, 2020. Disponível em: <https://www.mlabs.com.br/blog/algoritmo-do-facebook/>. Acesso em: 15 set. 2021.

ENTREGA/AVALIAÇÃO

A avaliação é processual e supõe o desenvolvimento de todas as etapas desta atividade de aprendizagem, de modo a contemplar os eixos estruturantes programados ao longo da Unidade Curricular. Assim, devem ser consideradas tanto as interações na roda de diálogo, pesquisa e produção escrita de ensaio, apresentação em banner impresso ou digital, ou outro material que possa produzir e/ou construir. Socialização da pesquisa e produção escrita do ensaio e materiais concretos construídos. Além da avaliação pelo professor, sugere-se que os colegas da turma também possam avaliar de forma colaborativa o material produzido pela turma. Ao avaliar, o professor deve verificar se as produções:

- a) atendem ao tema delimitado;
- b) expressam de forma adequada as informações e a contextualização;
- c) apresentam conceitos e argumentos que sustentam a finalização;
- d) pautam informações pertinentes e diversificadas;
- e) têm caráter autoral, ou seja, que não sejam cópias (plágios).

OBSERVAÇÕES

A **leitura** e a **escrita** precisam ser constantemente praticadas pelos estudantes nos ambientes escolares e fora dele, isso pode facilitar o desenvolvimento da interpretação e da resolução de problemas. Nesse sentido, a interpretação facilita bastante o raciocínio lógico, as ideias envolvendo os algoritmos e a compreensão de simbologia matemática. Afinal, tem-se um conjunto de ferramentas (linguagem matemática) que são disponibilizadas para dar sentidos e significar, representar, expressar, quantificar, qualificar praticamente tudo à nossa volta e para isso, é preciso saber qual a intencionalidade, quando e como utilizar estas ferramentas.

SED
Secretaria de Estado
de Educação



**GOVERNO
DO ESTADO**
Mato Grosso do Sul



**GOVERNO
DO ESTADO**
Mato Grosso
do Sul

SED

Secretaria de Estado
de Educação

ISBN: 978-65-88366-11-0



9 786588 366110